

XIV SIMPOSIO Y XII CONGREȘO DE LA SOCIEDAD CUBANA DE FÍSICA La Habana, 27-31 de marzo, 2017



# NÚMERO ESPECIAL

#### REVISTA CUBANA DE FÍSICA Vol. 35, No. 1E (Junio 2018) ISSN 0253 9268 Online 2224 7939

**Portada:** Foto de grupo de los participantes en el XIX Simposio de la SCF

#### EDITOR

E. ALTSHULER Facultad de Física, Universidad de la Habana ealtshuler@fisica.uh.cu

#### **EDICIÓN ELECTRÓNICA**

J. J. GONZÁLEZ, C. GANDARILLA, E. MARTÍNEZ Facultad de Física, Universidad de la Habana jigonzalez@fisica.uh.cu, cgandarilla@fisica.uh.cu emartinez@fisica.uh.cu

0. ALMORA i-MEET, FRIEDRICH ALEXANDER UNIVERSITY osbel.almora@fau.de

D. MIRAVET Centro Atómico Bariloche & Instituto Balseiro dmiravet@cab.cnea.gov.ar

#### **EDITORES ASOCIADOS**

A. J. BATISTA-LEYVA, G. ROJAS-LORENZO INSTEC, La Habana abatista@instec.cu, german@instec.cu

W. BIETENHOLZ UNAM, México wolbi@nucleares.unam.mx

G. DELGADO-BARRIO IMAFF-CSIC, Madrid Mgerardo@imaff.cfmac.csic.es

J. O. FOSSUM NTNU, Noruega Jon.fossum@ntnu.no

J. –P. GALAUP Lab. A. Cotton (CNRS) & Univ. Paris-Sud Jean-pierre.galaup@lac.u.-psud.fr

L. GREENE National High Magnetic Field Laboratory Ihgreene@magnet.fsu.edu

J. LLOVERA CUJAE, La Habana Ilovera@electrica.cujae.edu.cu

O. de MELO, R. MULET Facultad de Física, Universidad de La Habana omelo@fisica.uh.cu, mulet@fisica.uh.cu

P. MUNÉ Facultad de Ciencias, Universidad de Oriente mune@cnt.uo.edu.cu

T. PÖSCHEL University Erlangen-Nuremberg thorsten.poeschel@fau.de

E. RAMIREZ-MIQUET Univ. Paris Diderot eramirez@univ-paris-diderot.fr

T. SHINBROT Rutgers University shinbrot@soemail.rutgers.edu

C. A. ZEN-VASCONCELOS Univ. Federal Rio Grande du Sul cesarzen@cesarzen.com

Todos los artículos en formato -e: www.revistacubanadefisica.org

#### La Revista Cubana de Física es una publicación semestral de la Sociedad Cubana de Física

#### COORDENADAS

E2 LA PRINCIPAL REUNIÓN DE LOS FÍSICOS CUBANOS VUELVE A CASA [THE MAIN MEETING OF CUBAN PHYSICISTS RETURNS HOME] M. Sánchez-Colina

#### ARTÍCULOS ORIGINALES

E4 LATTICE-BOLTZMANN STUDY OF THE WIND-DRIVEN DYNAMICS OF SHALLOW SEA WATER [EMPLEO DEL MÉTODO DE LATTICE BOLTZMANN EN EL ESTUDIO DE LA DINÁMICA DE LAS AGUAS COSTERAS COMO CONSECUENCIA DEL ARRASTRE DEL VIENTO] R. Martín-Barrios, A. Martínez-Mesa, L. Uranga-Piña

# E8 Sensitivity studies of color re-connection in top underlying event measurements

[ESTUDIOS DE LA SENSIBILIDAD A LA RECONEXIÓN DE COLOR EN EVENTOS SUBYACENTES DE PRODUCCIÓN DEL TOP QUARK]

A. Rodríguez, P. Gunnellini, D. Domínguez

# E12 Hydrodynamical characterization of red blood cells interactions in a high confinement regime. A computational study

[Caracterización de la interacción hidrodinámica de los glóbulos rojos de la sangre en régimen de alto confinamiento. Un estudio computacional] E. Navas-Conyedo, Y. Costa-Marrero, J. Gulín-González

# E17 Optimización de calidad de imagen en radiografía digital de mama vs. dosis a la paciente

[Image quality optimization in breast digital radiography vs. Patient dose]

A.Bernardo, M. Pérez-Díaz , W.J. Echevarría-Torres, R. Díaz-Amador

#### COMUNICACIONES ORIGINALES

#### E21 LASER ACTIVATION TO GROWTH ZNO NANOSTRUCTURES [ACTIVACIÓN LÁSER PARA EL CRECIMIENTO DE NANOESTRUCTURAS DE ZnO] Y. Rodríguez-Martínez, J. A. Alba-Cabañas, O. Cruzata-Montero, L. Vaillant-Roca

#### E24 **Thermodynamic considerations on the effect of hyperthermia and electrotherapy in the tumor HeLa cells** [Consideraciones termodinámicas sobre el efecto de la hipertermia y la

ELECTROTERAPIA EN CÉLULAS TUMORALES HELA] M.D. Mesa-Alvarez, J.P. Pomuceno, I. Durán, S. Montero, R.R. Martin, R. Mansilla, G. Cocho, J.M. Nieto-Villar

#### E28 Isolation of polysaccharides, fucose and other optically active compounds from marine vegetable extracts by means of liquid chromatography with a laser polarimetric detector

[AISLAMIENTO DE POLISACÁRIDOS, FUCOSA Y OTROS COMPUESTOS ÓPTICAMENTE ACTIVOS DE EXTRACTOS VEGETALES MARINOS MEDIANTE CROMATOGRAFÍA LIQUIDA CON DETECTOR POLARIMÉTRICO LÁSER]

O. Valdés-Iglesias, V. Fajer, S. Naranjo, K. González, Y. Hernández, W. Mora, C. Fonfría, E. Arista, S. Fernández, V. Hormaza

#### E31 SISTEMA DE CONTROL PARA LASER SEMICONDUCTOR DE ALTA POTENCIA

[CONTROL SYSTEM FOR A HIGH POWER SEMICONDUCTOR LASER] M. González-Pérez, I. Vázquez-Hernández, l. Hernández-Tabares, P.J. Larrea-Cox, O. Morales-Valdés

#### E34 Simulación de la señal óptica en un polarímetro automático basado en el efecto Faraday

[Simulation of the optical signal in an automatic polarimeter based in the Faraday effect]

E. Arista-Romeu, J. Ravelo-Triana, V. Fajer-Ávila

- E38 UN MODELO BASADO EN ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS PARA ESTUDIOS DE LOS MOVIMIENTOS SACÁDICOS EN PACIENTES CON ATAXIA ESPINOCEREBELOSA DE TIPO 2 (SCA2) [A MODEL BASED ON ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS TO STUDIES OF SACCADIC MOVEMENTS IN PATIENTS WITH SPINOCEREBELAR ATAXY TYPE 2 (SCA2)] C. Mora, C. Velázquez, R. Urquiza, R. Becerra, E. Vázquez
- E40 LA FÍSICA Y EL TRABAJO CIENTÍFICO ESTUDIANTIL EN LA FORMACIÓN DEL INGENIERO BIOMÉDICO [PHYSICS AND STUDENT SCIENTIFIC WORK IN THE FORMATION OF THE BIOMEDICAL ENGINEER]
- E42 **Test para evaluar solidez del aprendizaje en el laboratorio de física** [Test to evaluate solidity of learning in the physics laboratory] A.D. Rodríguez, J.J. Llovera
- E44 DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE DE PLANCK POR RADIACIÓN TÉRMICA EN EL LABORATORIO DOCENTE DE FÍSICA [DETERMINATION OF THE PLANCK CONSTANT BY THERMAL RADIATION IN THE PHYSICS TEACHING LABORATORY] J. Cruz, J. López
- E46 **¿Errores o incertidumbre?** [¿Errors or uncertainty?] H. Borroto, O. Calzadilla
- E48 **¿Cómo impulsar un péndulo? El ejemplo del botafumeiro** [How to impulse a pendulum? The botafumeiro example] A. Berazain, L.D. Prieto

R. Serra, I. Alfonso, R. Herrera, D. S.F Magalhães

- E50 HACIA UNA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA APEGADA A SUS FUNDAMENTOS [TOWARD TO PHYSICS TEACHING ATTACHED TO ITS GROUND] D. de J. Alamino-Ortega, Y. Aguilar-Rodríguez
- E52 Algunas consideraciones sobre el programa de física general para carreras de ingeniería en los planes de estudio "e" [Some considerations about the general physics program for engineering careers in the study plans "e"] J.A.Alejo, J.Cruz, J.J.Llovera
- E54 INDUCIENDO LA EXISTENCIA DE LAS ONDAS GRAVITACIONALES EN EL CURSO DE FÍSICA GENERAL. UN ENFOQUE "MAXWELLIANO" DE LA GRAVITACIÓN [INDUCING THE EXISTENCE OF GRAVITATIONAL WAVES IN THE GENERAL PHYSICS COURSE. A "MAXWELLIAN" APPROACH OF GRAVITATION] J.J.Llovera

# LA PRINCIPAL REUNIÓN DE LOS FÍSICOS CUBANOS VUELVE A CASA

M. Sánchez-Colina

Presidenta, Sociedad Cubana de Física; maruchy@fisica.uh.cu

El Simposio y Congreso, que se realiza cada tres años, constituye la principal actividad de la Sociedad Cubana de Física (SCF), pues reúne a una buena parte de los físicos cubanos. El XIV Simposio y XII Congreso estuvieron dedicados al 55 aniversario de la carrera de Física en Cuba. Después de más de un decenio de labor constructiva en el edificio, la actividad pudo volver al enclave original de la Facultad de Física de la Universidad de La Habana, del 27 al 31 de marzo de 2017.

En el Simposio participaron 172 delegados nacionales y 19 extranjeros. Se dictaron 15 Conferencias Plenarias sobre problemas actuales en diferentes campos de la física y hubo 204 presentaciones en forma de carteles. El libro de resúmenes está disponible en la página de la SCF http://scf.fisica.uh.cu/es/xiv-simposio-y-xii-congreso-sociedad-cubana-de-f%C3%ADsica-la-habana-27-31-de-marzo-de-2017. No se recibió financiamiento externo, por lo que el evento se sufragó a partir de las cuotas de inscripción y los fondos de la SCF con un costo de 6136.11 CUC. El Congreso, efectuado el viernes 31 de marzo de 2017, se inició con un resumen de las actividades realizadas en el periodo 2011-2014. Entre ellas cabe destacar la convocatoria anual del Premio Nacional de Física "Manuel F. Gran". El premio correspondiente a 2014 lo recibió el Dr. Cs. Augusto González, en 2015 el jurado lo declaró desierto, y en 2016 lo recibió el Dr. C. Osvaldo de Melo Pereira.

En 2015, por celebrarse el Año Internacional de la Luz y de las Tecnologías Basadas en la Luz, la SCF organizó el Concurso Nacional de Fotografía CienciArte 2015. El objetivo del concurso era atraer a la población mediante imágenes con contenido científico y artístico y tuvo una amplia divulgación en la prensa plana y la radio. Se convocó en dos categorías: "Distinguiendo el micromundo" y "Vislumbrando el entorno visual y natural". Se otorgaron tres premios en cada categoría de 1000, 500 y 300 CUP respectivamente (*http://scf.fisica.uh.cu/es/entregados-premios-del-concurso-cienciarte-2015*).

Se continuó organizando la Olimpiada Nacional Universitaria de Física (ONUF), evento que ha ido ganado prestigio, por lo que en 2016 contó con el coauspicio de la UNESCO y del Centro Latinoamericano de Física (CLAF) y la participación de estudiantes de 3 Universidades extranjeras. En 2017 se amplió la convocatoria a todos los países de América Latina y el Caribe, celebrándose así la primera Olimpiada Latinoamericana y del Caribe de Física Universitaria (OLUF). En la competencia participaron

108 estudiantes de 28 universidades de América Latina (Argentina, Bolivia, Brasil, Colombia, Cuba, El Salvador, Guatemala, México y Perú).

En el Congreso se reconoció el trabajo del consejo editorial de la Revista Cubana de Física (RCF) encabezado por el Dr. Ernesto Altshuler, pues la revista ya está en la "lista emergente" de Thompson-Reuters. La RCF mantiene la publicación de sus 2 números anuales y en el período se publicaron, además, dos números especiales. La revista desde 2016 está ubicada en un nuevo sitio *http://www.revistacubanadefisica.org/index.php/rcf/*, y la página está montada en el Open Journal System (OJS). El resumen de actividades fue seguido por un amplio debate sobre la situación que enfrenta la Física en Cuba.

A lo interno de la SCF se evidencia que los últimos años desaparecieron algunas secciones y se acordó que la nueva junta directiva analizaría qué hacer para rescatarlas. Preocupante es la situación de la enseñanza de la física en los niveles medio y medio superior. Como conclusión, se acordó enviar a la dirección del país un documento titulado "S.O.S. Física", que está en preparación. Finalmente, se entregó un premio al Mejor Poster presentado en el Simposio por un joven, que recayó en el trabajo "Aplication of computational mechanics to random Markov fields" presentado por Edwin Rodríguez Horta, de la Facultad de Física de la Universidad de La Habana. También se anunciaron los estudiantes de Doctorado seleccionados para asistir al Canadian-American-Mexican Graduate Student Physics Conference (CAM) invitados por la Sociedad Americana de Física (APS).

Por último, se realizaron las elecciones para la junta directiva en el periodo 2017-2020 que quedó integrada por María Sánchez-Colina como presidente y Ernesto Altshuler-Álvarez como vicepresidente primero. El resto de los vicepresidentes electros fueron: Juan Gualberto Darias González, Aurora Pérez-Martínez, Luis Méndez-Pérez, Carlos Cabal-Mirabal, Rolando Cárdenas-Ortiz, y Aimé Pelaíz-Barranco como suplente.

Asimismo, se ratificaron los jefes elegidos en las respectivas de secciones de la SCF:

- Enseñanza de la Física Dr. Juan José Lloveras. ISPJAE
- Materia Condensada Dra Lídice Vaillant-Roca. IMRE-UH
- Física Teórica- Dr. Roberto Mulet-Genicio. FF-UH

- Instrumentación y Metrología Lorenzo Hernández -Tabares. CEADEN
- Biofísica y Física Médica Dra. Karina-García. CIM
- Óptica y Espectroscopia Dr. Arbelio Pentón-Madrigal. FF-UH
- Protección Radiológica. Dr. Juan Cárdenas-Herrera. CPHR
- Física Nuclear Atómica y Molecular Dr. Germán Rojas-Lorenzo. INSTEC

La vuelta a casa de nuestro Simposio y Congreso mostró una vez más la calidad y pujanza que aún muestra nuestra ciencia en la Isla, pero también puso en la mesa discusión las amenazas que se ciernen sobre ella.

### LATTICE-BOLTZMANN STUDY OF THE WIND-DRIVEN DYNAMICS OF SHALLOW SEA WATER EMPLEO DEL MÉTODO DE LATTICE BOLTZMANN EN EL ESTUDIO DE LA DINÁMICA DE LAS AGUAS COSTERAS COMO CONSECUENCIA DEL ARRASTRE DEL VIENTO

#### R. Martin-Barrios<sup>†</sup>, A. Martínez-Mesa, L. Uranga-Piña

DynAMoS (Dynamical processes in Atomic and Molecular Systems), Faculty of Physics, University of Havana, 10400 Havana, Cuba; rmartin@fisica.uh.cu<sup>+</sup> + corresponding author

#### Recibido 20/3/2017; Aceptado 5/9/2017

The Lattice-Boltzmann method is a powerful tool to simulate fluid dynamics in complex geometries. In this work, this algorithm is applied to the modeling of wind-driven flow of shallow sea water in interaction with the shore and the seabed. The macroscopic fluid properties (velocities, pressure) are computed as moments of the particle distribution functions. The present two-dimensional implementation allows to investigate the influence, on the equilibrium velocity-field of the sea, of the various parameters determining the topography of the shore for two different coastal models. The effect of the variations of the average density and pressure of the liquid, and the wind velocity on the steady flow under the surface of the sea is also addressed.

El método de Lattice-Boltzmann constituye una poderosa herramienta para simular la dinámica de fluidos confinados en regiones con geometría compleja. En este trabajo, este algoritmo se aplica a la modelación del flujo de las aguas costeras como consecuencia del arrastre del viento, en interacción con la costa y el fondo marino. Las propiedades macroscópicas del fluido (velocidad, presión) se calculan a partir de los momentos de las funciones de distribución. El esquema bidimensional implementado permite investigar la influencia, sobre el campo de velocidades del fluido en equilibrio, de la topografía del litoral para dos modelos distintos del perfil de la costa. También se estudian los efectos de las variaciones de la densidad y la presión del líquido y de la velocidad del viento sobre el flujo estacionario bajo la superficie del mar.

PACS: Dynamics of the upper ocean, 92.10.Fj; Beach, coastal, and shelf processes, 91.50.Cw; Lattice theory and statistics, 05.50.+q

#### I. INTRODUCTION

Despite the progress made during the last decades in the study of ocean dynamics, the quantification and prediction of these processes remains a challenging task [1]. The ocean is a turbulent and stratified fluid displaying various phenomena occurring in very different space and time scales.

Physical modelling constitutes a key ingredient in the analysis of hydrodynamic processes in the coastal region. The theoretical investigation of the main phenomena in coastal waters is often divided in two phases. First, mathematical and numerical models are built to account for the main characteristics of the relevant hydrodynamical processes. In a second stage, these hydrodynamic models serve as a basis for other studies regarding, for instance, the sediment transport, surface waves and water quality.

The dynamical processes in the nearshore region (e.g., coastal currents, tides, surface waves, tsunamis) are usually determined by external driving forces. For practical purposes, many investigations on the sea water dynamics close to the coast neglect the effect of the liquid-air interface. In these studies, the motion of the fluid is described in terms of parameters such as the Iribarren number, which characterizes the breaking of sea waves and its dependence on the water depth, the profile of the coast, etc. [2].

The chief difference between coastal and deep ocean waters is the influence, on the fluid motion, of the physical constraints

imposed by the sea bottom (at relatively shallow depths) and the coastline. From the numerical modelling perspective, the irregular nature of coastal profiles translates in complex boundary conditions to be imposed to the solutions of the Navier-Stokes equation, thereby hindering the theoretical description of the associated phenomena.

The Lattice-Boltzmann method (LBM) provides a computational alternative to the solution of the Navier-Stokes equation, which is well suited to incorporate the interaction of the fluid with boundaries of arbitrary shape (such as the coastline, wharfs, ships) [3,4]. The LBM is based on the discretization of the Boltzmann transport equation, which governs the time evolution of microscopic probability distribution functions in the fluid. The discretization yields a numerical method for evaluating the corresponding macroscopic distribution functions on a Cartesian mesh. Extensive theoretical and numerical evidence have been provided which supports the convergence of the LBM towards the solution of the Navier-Stokes equation [5]. Moreover, both the continuity equation and the Navier Stokes equation can be obtained from the latter LBM via a Chapman-Enskog expansion [6]. Beyond applications to the modelling of ocean dynamics, the LBM has been used to simulate many problems in magnetohydrodynamics, turbulence, colloidal suspensions, multiphase flow, etc. [3,7].

In this work, the LBM is applied to the investigation of the wind-driven circulation of shallow sea water. We assess the

influence of the velocity of the wind dragging the upper surface of the fluid on the equilibrium velocity field, and the dependence of the latter on the shape of the coast.

Although there are various applications of the Lattice-Boltzmann technique to the study of the coastal hydrodynamics [8–11], these studies focus on the solution of the so-called shallow water equations, which can be obtained from the Navier-Stokes equations by integrating the dependence of the fluid fields on the water depth. The present implementation extends the applicability of the LBM to the description of the fluid density and velocity fields beyond the approximations inherent to the shallow water equations (the latter are valid if the horizontal length-scale is much larger than the vertical length-scale, the vertical velocity of the fluid is small, etc.), thereby providing a more realistic description of hydrodynamical phenomena near the shore.

In the following, we describe the two-dimensional implementation of the Lattice-Boltzmann method, the coastal profiles and the boundary conditions used in the calculations. Some numerical examples of the application of the LBM to the simulation of the nearshore dynamics are presented in the section results. Finally, some conclusions are drawn.

#### II. METHODOLOGY

#### II.1. Lattice-Boltzmann Method

For an isolated system composed by identical particles undergoing two-body uncorrelated collisions, the time evolution of the single-particle phase-space distribution function  $f(\vec{x}, t)$  is governed by the Boltzmann transport equation:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla f = \Omega, \tag{1}$$

where  $\vec{x}$  and  $\vec{u}$  stand for positions and velocities of the particles, and  $\Omega$  is the collision operator.

The LBM simplifies the description of gas dynamics underlying the Boltzmann equation (1) by reducing the number of fluid particles and fixing their positions at the nodes of a lattice [3, 5]. In the present paper, where the motion of the fluid occurs in two dimensional space, the Lattice-Boltzmann particles are restricted to stream in 9 possible directions, including the possibility to stay at rest, as represented in Figure 1. These set of directions of motion are called the microscopic velocities, and they will be denoted by the vectors  $\vec{e_i}$  where i = 0, ..., 8. This two-dimensional model is commonly known as the D2Q9 model [3].

Likewise, a discrete probability distribution function  $f_i(\vec{x}, t)$ , i = 0..., 8, (which describes the probability of streaming along each specific direction) is associated to each lattice site. The macroscopic density of the fluid can be obtained by summing over the components of the microscopic particle distribution function:

$$\rho(\vec{x}, t) = \sum_{i=0,8} f_i(\vec{x}, t).$$
(2)

Furthermore, the macroscopic velocity  $\vec{u}(\vec{x}, t)$  is computed as the average of the microscopic velocities  $\vec{e_i}$  weighted by the distribution functions  $f_i$ :

$$\vec{u}(\vec{x},t) = \frac{1}{\rho} \sum_{i=0,8} c f_i(\vec{x},t) \vec{e_i},$$
(3)

where  $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  is the so-called lattice speed.



Figure 1. Velocity vectors corresponding to one lattice node in the D2Q9 model.

Diffusive and collision contributions to the variation of the microscopic distribution function are taken into account separately in the LBM. Therefore, the methodology comprises two key steps: streaming and collision, which are computed separately.

In Figure 2, it is shown schematically how the streaming step takes place for the interior nodes. At each point in the lattice, the values of the discrete distribution function along the different directions are passed to the neighbouring nodes. This prescription applies for the inner nodes only, the treatment of the points lying on the edges of the grid will be described in the following subsection.



Figure 2. Schematic representation of the streaming process in the LBM at an interior lattice node.

Employing the Bhatnagar-Gross-Krook approximation for the collision operator, the corresponding process can be modelled through the equation:

$$f_{i}(\vec{x} + c\vec{e_{i}}\Delta t, t + \Delta t) - f_{i}(\vec{x}, t) = -\frac{f_{i}(\vec{x}, t) - f_{i}^{eq}(\vec{x}, t)}{\tau}.$$
(4)

In equation (4), the function  $f_i^{eq}$  represents the phase-space distribution of the fluid in equilibrium. The parameter  $\tau$  is the relaxation time towards local equilibrium, and is related to the kinematic viscosity  $\nu$  via the expression:

$$\nu = \frac{2\tau - \Delta t}{6} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2.$$
(5)

The calculations were performed using our own implementation of the LBM, which was written in Fortran 95. The present implementation was benchmarked against the numerical solutions of model problems [12], showing a similar accuracy. The propagation stops when the relative variation of the velocity field at every lattice point is lower than  $10^{-4}$ . All the simulations performed were found to converge to the stationary distribution after about 10<sup>5</sup> iterations. Typically, the CPU running time (for calculations employing 400×200 grid points) was approximately 3 hours in a personal computer (ASUS, model X4535A, Dual Core processor at 1.60 GHz). Since the update of the phase space distribution function at the lattice points is a local process, the computational cost of the LBM is expected to grow linearly with the number of nodes. However, the algorithm is easily parallelizable, and the calculation time can be significantly reduced, for example, by using graphical processors [13].

#### II.2. Boundary conditions

Three different types of boundaries need to be modelled in the present study, namely the sea-air interface, the incoming velocity distribution of the fluid approaching the coast and the sea-soil interface. The corresponding boundary conditions are chosen as follows:

(i) In order to mimic the influence of the dragging force of the wind on the upper layer of the sea water, a constant velocity  $u_{top}$  was set for these mesh points. The value of  $u_{top}$  is chosen according to the empirical relation  $u_{top} = 0.03 \ u_{wind}$ , which holds for steady wind velocities between 5 and 30 m·s<sup>-1</sup> [14].  $u_{wind}$  denotes the velocity at 10 meters height from the surface of the ocean.

(ii) Assuming a laminar flow, and that no forces other than wind and viscous stresses act on the fluid layers in the horizontal direction, a constant velocity gradient

$$\frac{\Delta u}{\Delta z} = \frac{\sigma}{\rho_{sea}\nu} \tag{6}$$

is established for the horizontal velocity of deep ocean waters (i.e., at distances from the coast for which the fluid interaction with the seabed can be neglected). In equation (6),  $\nu$  and  $\rho_{sea}$  represent the kinematic viscosity and density of the water, respectively, and  $\sigma$  is the wind stress. Furthermore, the stress  $\sigma$  is related to the velocity of wind by the empirical formula  $\sigma = \rho_{air}C_d u_{wind}^2$  [14], where  $\rho_{air}$  is the density of the air and  $C_d$  is the drag coefficient.

With these ingredients we set the fluid velocities for the left-most grid points, assuming the following values for the

parameters:  $\rho_{air} = 1.22 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $C_d = 1.69 \cdot 10^{-3}$ . It depends also on the density and on the kinematic viscosity of the sea water, for which several values were considered (see next section).

(iii) We consider the interaction of the moving fluid with two shore models: a step-like profile:

$$110 \left[1 + \tanh\left\{\alpha(x - 250)\right\}\right] + 1,$$
(7)

and the so-called Dean profile [15]:

$$A(400-x)^{\frac{2}{3}} + 200. \tag{8}$$

These two models allow to characterize the fluid dynamics in present of sharp and smooth variations of the water depth near the coast. Moreover, the modification of the parameters  $\alpha$  and A allow to tune the length-scale of these variations for both profiles in a continuous way.

The collisions of fluid particles with the solid-fluid boundary are assumed to be elastic. To reflect this behaviour, the distribution functions are reversed at every time step for the grid points on the solid-liquid interface.

The relations arising from imposing constant velocities at the edge points (conditions (i) and (ii)) and the choice (iii) are known as Zou-He and bounce-back boundary conditions, respectively [16].

#### III. RESULTS

We performed calculations of the wind-driven ocean circulation using the LBM and employing the Maxwell-Boltzmann distribution as the equilibrium distribution function. All the relevant parameters (velocity of the wind, average density and pressure of the water,  $\alpha$  and A) were systematically varied. As an illustration, in this section we present some results computed assuming  $u_{wind} = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\Delta z = 0.01 \text{ m}$ ,  $\tau = 0.8$ ,  $\rho_{sea} = 1025 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  and  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . The latter two values correspond to the density and the kinematic viscosity of water at a temperature of 293 K.

In Figure 3, we show the equilibrium velocity field established in the nearshore region for the hyperbolic tangent model and for two different values of the parameter  $\alpha$ . It can be seen, that in both cases there is a strong influence of the water-soil interface in the circulation pattern leading to vortex formation. Moving away from the centre of the vortex, the fluid velocity initially increases, but this behaviour is replaced by a reduction of the current as we approach the sea bottom. The fluid is at rest in the region close to the fluid-solid boundary, and this area is broader for the more abrupt coast profile.

Since  $\nabla \times \vec{u}$  represents twice the rotational velocity of the fluid, the right panels of Figure 3 indicate that vortex rotation is faster for the water interacting with the smoother profile, while the portion of the fluid having non-vanishing rotational velocities is smaller in this case. On the other hand, there is a region of positive values of the rotor field, which can be attributed to velocity gradients rather to the presence of vortices.



Figure 3. Velocity field (left panels, in m/s) and its rotor (right panels) of the fluid interacting with the coast following an hyperbolic tangent profile. The spatial variation of the coast model is characterized by the parameters  $\alpha = 0.0075$  (top) and  $\alpha = 0.035$  (bottom).

For the Dean profile, a more complex pattern of fluid velocities is observed. It includes a zero-velocity fringe in the fluid connecting to different centres around which the fluid rotates. The results in this case resemble those obtained for the slowly varying hyperbolic tangent profile, which suggests that the wind-driven coastal dynamics is determined in first place by the overall slope of the sea-shore boundary instead of the details of the topography of the coast.



Figure 4. Velocity field (left panels, in m/s) and its rotor (right panels) of the fluid interacting with the coast following a Dean profile. The spatial variation of the coast model is characterized by the parameters A = -4 (top) and A = -3.5 (bottom).

#### IV. CONCLUSIONS

As a contribution to the development and application of ocean models for coastal applications, we simulated the dynamics of wind-driven shallow sea water with the Lattice-Boltzmann method. The numerical efficiency of this implementation allowed to investigate the effects of the interaction of the ocean with the coast for different values of the parameters (wind velocity, average density and pressure of the liquid) spanning the complete range of interest in practical situations. The solution of the Lattice-Boltzmann equations on a two-dimensional grid withouth performing the standard depth-averaging, allows to extend the applicability of the LBM to the description of the coastal hydrodynamics beyond the approximations inherent to the shallow water equations. The results reported in the previous section show that vertical currents and their dependence on the water depth play a significant role in the determination of undertow patterns. Therefore, their accurate theoretical description is important to achieve a better understanding of coastal phenomena.

The results of the present numerical scheme can be directly combined with existing models to predict the dynamics of coast sediments, concentration of nutrients, etc. [17] . For example, the circulation pattern observed near the coast, in particular the dependence of the rotational velocity on the slope of the coast profile, is expected to play a major role in phenomena like sediment transport.

#### REFERENCES

- K. W. Chau, "Modelling for coastal hydraulics and engineering", 1st Ed. (Taylor and Francis, London, 2010).
- [2] M. Sukop, D. T. Thorne, "Lattice Boltzmann modeling: an introduction for geoscientists and engineers", 1st Ed. (Springer Verlag, London, 2006).
- [3] S. Succi, "The Lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond", 1st Ed. (Oxford University Press, UK, 2001).
- [4] J. M. Buick, C. A. Greated, Phys. Rev. E 61, 5307 (2000).
- [5] Z. Guo, B. Shi, N. Wang, J. Comput. Phys. 165, 288 (2000).
- [6] S. Chapman, T. Cowling, "The mathematical theory of nonuniform gases", 1st Ed. (Cambridge University Press, UK, 1970).
- [7] A. A. Mohamad, "Lattices Boltzmann Method Fundamentals and engineering applications with computers code", 3rd Ed. (Springer-Verlag, London, 2011).
- [8] J. G. Zhou, "Lattice Boltzmann methods for shallow water flows", 2nd Ed. (Springer-Verlag, London, 2004).
- [9] H. Liu, J. G. Zhou, R. Burrows, Adv. Water Resour. 33, 387 (2010).
- [10] J. G. Zhou, H. Liu, Phys. Rev. E 88, 023302 (2013).
- [11] Y. Zhang, L. Li, D. V. Erler, I. Santos, D. Lockington, Hydrol. Processes 31, 2530 (2017).
- [12] S. Chen, G. D. Doolen, Annu. Rev. Fluid Mech. 30, 329 (1998).
- [13] C. Obrecht, F. Kuznik, B. Tourancheau, J.-J. Roux, Comput. Math. Appl. 65, 252 (2013).
- [14] J. E. Weber, J. Phys. Oceanography 13, 524 (1982).
- [15] R. G. Dean, J. Coastal Res. 7, 53 (1991).
- [16] Q. Zou, X. He, J. Phys. Fluids 8, 2527 (1997).
- [17] N. Grunnet, S. Lohier, R. Deigaard, I. Broker, M. Huiban, Littoral 2008: 9th International conference, Venice (2008).

### SENSITIVITY STUDIES OF COLOR RE-CONNECTION IN TOP UNDERLYING EVENT MEASUREMENTS ESTUDIOS DE LA SENSIBILIDAD A LA RECONEXIÓN DE COLOR EN EVENTOS SUBYACENTES DE PRODUCCIÓN DEL TOP QUARK

#### A. Rodríguez-Rodríguez<sup>a+</sup>, P. Gunnellini<sup>b</sup>, F. Guzmán-Martínez<sup>c</sup>

a) Physikalisches Institut Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 79104 Freiburg, Germany; rodrigar@cern.ch<sup>+</sup>

b) Universität Hamburg Institut für Experimentalphysik, 22761 Hamburg, Germany

c) Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas (InSTEC), Universidad de La Habana, 10400 La Habana, Cuba

+ corresponding author

Recibido 20/3/2017; Aceptado 7/9/2017

Sensitivities studies of color re-connection (CR) effects in  $t\bar{t}$  underlying events were performed for the fully leptonic and fully hadronic final states (FLFS and FHFS respectively) events. Effects of CR parameters were studied. Differences between predictions with and without CR were observed of ~ 8 - 15% for the investigated observables, charged particle multiplicity, charged particle average transverse momentum and transverse momentum sum. For differences for predictions with and without CR between FLFS and FHFS were found for all the observables. This study shows the sensitivity of the UE observables to CR effects and may help to decrease the uncertainties due to the UE simulation in top mass measurements.

Estudios de la sensibilidad a la reconexión de color (CR) en los eventos subyacentes (ES) que tienen lugar en los eventos de producción de una pareja de quarks top y antitop fueron desarrollados para los estados finales completamente hadrónicos (EFCH) y leptónicos (EFCL). Se observan diferencias en un rango de ~ 8-15% para las predicciones generadas con y sin reconexión de los observables investigados, multiplicidad de partículas cargadas, momento transversal de las partículas cargadas y suma del momento transversal. Para los diferentes modelos de reconexión de color se encontraron efectos alrededor de un 5%. No se observaron diferencias entre los EFCH y EFCL para las predicciones con y sin reconexión de color de ninguno de los observables. El estudio muestra la sensibilidad a la reconexión de color de los observables estudiados, lo que podría contribuir a disminuir las incertidumbres debidas a la modelación de los UE en las mediciones de la masa del top.

PACS: Top quarks, 14.65.Ha; Standard model, 14.80.Bn; Gauge bosons, 14.70.-e

#### I. INTRODUCTION

The Standard Model (SM) of particle physics [1] is the gauge field theory which knits together all the known elementary particles. It relates the twelve fundamental fermions divided into three generations of quarks and leptons which are identical respect to all their quantum numbers except their masses. The SM also includes the gauge bosons, these are the mediators of interactions among the fundamental particles plus the Higgs boson which is responsible for giving the mass to the particles. The top quark, discovered by the Tevatron experiments in 1995, is the heaviest particle in the SM. It has a lifetime of about  $10^{-25}$  s [2], which is shorter than the average time of hadronization. Because of this, it always decays into other fundamental particles, a W boson and a b quark (BR~95%) [2], which later on form space bound states, the hadron. With a mass of  $m_t = 173.21 \pm 0.51$  (*stat.*)  $\pm 0.71$  (*syst.*) GeV [2], the top quark is expected to be one of the major loop corrections to the Higgs boson self-coupling evolution with energy scale. Additionally, the large top mass implies that the Higgs boson mass also gets large loop contributions that depend quadratically on the scale of new physics. The latter constitutes sufficient reasons for performing precision measurements of its mass, where the 0.5 % currently precision is not good enough.

At the LHC, the experimental measurement of the top mass relies on the interpretation of the observed final state in terms of the parton-level kinematics. However, this strategy has some issues, related to the decay of the b quark. The fragmentation of the b quark is expected to occur in a B hadron, plus other hadronic particles which form the so-called b-jet. This feature may compromise the reconstruction of the initial kinematics for two different reasons: the fact that the particles originating from the b-quark evolution may tend to escape the clustered jet, affecting the reconstructed final state; and the possibility of interaction and interference between the top-decay products during the hadronization, which impacts on the reconstruction of the initial kinematics. This occurrence is known as color re-connection (CR) and it is responsible for a decrease in the precision that can be achieved in the top mass measurements and moreover constitutes 20 to 40 % of total the uncertainty. Because of that, modeling top events constitutes well-grounded motivation to look for a better understanding of the "underlying events".

#### II. UNDERLYING EVENT (UE) AND COLOR RE-CONNECTION (CR)

In this paper, we define as UE any hadronic activity which can not be attributed to the particles arising from the hard scattering, i.e. the decay products of the  $t\bar{t}$  system. The hadronization of initial- and final-state radiation (ISR/FSR) is also considered part of the UE as long as the particles are not clustered within the two reconstructed b-jet candidates. In the interaction process, other partonic constituents within the initial colliding hadrons can scatter. This can lead to multiparton interactions (MPI) which produce particles that contribute to the UE. In addition, particles from the hadronization of beam-beam remnants (BBR) are also considered part of the UE.

Color re-connection is an *ad hoc* mechanism mainly used to describe the interactions that can occur between colored fields during the hadronization process [3]. In the proton-proton collision at the LHC, the combination of MPI, BBR and parton showers increase the number of colored partons, hence CR is expected to occur at an important rate. CR is a significant ingredient of the UE contributions. However, there is no first-principles model that can bring a definite solution, reason why it is necessary to test different models and evaluate their effects on the final states.

#### III. EVENT SIMULATION AND EVENT SELECTION

The simulation process was performed with the PYTHIA 8 [4] event generator, CUETP8M1 tune, at the center of mass energy  $\sqrt{s}$ =8 TeV. To achieve a good statistic and accuracy generation of 1 million events was set for each simulated sample. PYTHIA 8.1 contains only one model (sometimes referred to as the MPI-based one) with two possibilities for resonance system, denoted as "default" and "default Early Resonance Decays (ERD)". Our simulation was performed using only the default possibility, which evaluated the probability of CR between the hard scattering and the UE according to the following equation:

$$P_{rec}(p_T) = \frac{(R_{rec}p_{T0})^2}{(R_{rec}p_{T0})^2 + p_T^2},$$
(1)

where  $0 \le R_{rec} \le 10$  (for R = 10, saturation effects take place) is a phenomenological parameter and  $p_{T0}$  is an energy dependent parameter used to damp the low- $p_T$  divergence of the 2  $\rightarrow$  2 QCD cross section. For a more detailed description of the CR models see [3].

Event selection was performed with Rivet 2.2.0 [5], based on the CMS-PAS-TOP-13-007 analysis. For the top selection two b-jets were required, selected with  $p_T > 30$  GeV in a pseudorapidity range of  $|\eta| \le 2.5$ . Two leptons were also required with  $p_T > 20$  GeV in  $|\eta| \le 2.5$ . The charged particle selection was made by applying a cut for  $|\eta| \le 2.1$  and  $p_T > 0.5$  GeV. In our study three basic quantities were considered to describe the UE in  $t\bar{t}$ : the charged particle multiplicity resulting from the simple count of selected charged candidates  $(N_{ch})$ ; the charged flux in the transverse plane resulting from the scalar sum of the transverse momentum of the selected candidates  $(\sum p_T)$ ; the average flux per charged particle, computed from the ratio of the two previous quantities  $\bar{p}_T = \sum p_T/N_{ch}$ . These three quantities were studied with respect to an axis defined event by event, after computing the reconstructed momentum of the  $t\bar{t}$  system, as

$$\vec{p}_T(t\bar{t}) = \vec{p}_T(b_1) + \vec{p}_T(b_2) + \vec{p}_T(l) + \vec{p}_T(l') + \vec{p}_T^{miss},$$
(2)

where  $\vec{p}_T(b)$  and  $\vec{p}_T(l)$  are the transverse momentum of the b-tagged jets and the charged leptons and  $\vec{p}_T^{miss}$  is the imbalance in the transverse momentum of the event computed from the negative of the sum of the momenta of all reconstructed particles. It is expected that this axis be correlated with the direction of the  $t\bar{t}$  system. The regions are constructed according to the distance in azimuthal angle with respect to the direction of the  $t\bar{t}$  system.

#### IV. STUDY RESULTS

A first comparison of the default predictions and the predictions with CR switched off was performed for the three observables in the three regions of the transverse plane. In figure 1 the predictions with and without CR for the studied observable is shown for the transverse region. Significant differences, around 10%, can be observed, between the default and CR off predictions. This behavior appeared for all the studied regions.

It can be observed that the most sensitive observables are  $N_{ch}$  and  $\overline{p}_T$ . For the three regions, it is possible to observe an increase in the charged particle multiplicity for the CR off predictions, which is due to the longer color strings. As a consequence, these strings are more energetic and produce more particles. The sum of the transverse momentum does not show noticeable changes. In this case, this behavior is related to the interplay of two processes, the length of the strings and the different momentum transferred from the hard scattering to the MPI products. This may explain the absence of significant difference between these two predictions.

The difference observed between both predictions indicates the possibility of using these two observables to constrain the CR in top UE, which would bring to a better constraint of the UE contribution and to an improvement in the top mass uncertainties.

The routine CMS-PAS-TOP-13-007 was modified to obtain a fully hadronic final state (FHFS) requiring the decay of the W boson in two more jets. For this final state, the influence of the CR was also studied. It is possible to note, (Figure 2), that the differences among the predictions are around 10% again which are of the same order of the difference observed for the FLFS. Again this seems to indicate that the charged particle multiplicity and charged average  $p_T$  could be used for constraining color re-connection in top underlying events.

This behavior can be understood if we assume that in PYTHIA 8 there is no implementation of the color re-connection for the decay products of the W boson, which in principle, needs to be done to describe top UE data.



Figure 1. CR switched off effect on (from top to bottom)  $\overline{p}_T = \sum p_T / N_{ch}$ ,  $N_{ch}$  and  $\sum p_T$  for the transverse region (up) and the inclusive (down) total effect.

Charged Average pT vs pT (ttbar) transverse Charged Average pT (GeV) 1.4 1.2 1 P8 CUETP8M1 0.8 P8 CUETP8M1 CR off 0.6 0.4 0.2 1.3 1.2 MC/Data 1.1 1.0 0.9 0.8 0.7 200 50 150 0 100 250 pT (ttbar) (GeV) Charged Multiplicity vs pT (ttbar) transverse Charged Particle Multiplicity 12 10 8 P8 CUETP8M1 P8 CUETP8M1 CR off 6 4 2 1.3 1.2 MC/Data 1.1 1.0 0.9 0.8 0.7 0 50 100 150 200 250 pT (ttbar) (GeV)

Figure 2. CR switched off in the FHFS for (top to bottom) charged average  $p_T$  and b) charged particle multiplicity in the transverse region

#### V. CONCLUSIONS

A study of the top UE was performed. The effects of the MPI and the hadronization level were studied. The large difference between the default predictions and the MPI-off and Hadronization-off option was observed, showing the need of these components to describe the data. Color re-connection effects in the fully leptonic and hadronic final state in  $t\bar{t}$  have an impact of around 10% for charged particle multiplicity and charged average  $p_T$  while for the sum of transverse momentum no noticeable changes were observed.

Due to all these facts, this study shows that the charged particle multiplicity and the charged average  $p_T$  might be two appropriate observables for constraining color re-connection in the top underlying event, and as a result would allow to lower top mass uncertainties due to color re-connection.

- [1] M. Herrero, NATO Sci. Ser. C 534, 1 (1999).
- [2] C. Patrignani et al., Chin. Phys. C 40, 100001 (2016).
- [3] S. Argyropoulos and T. Sjostrand, J. High Energy Phys. 11, 43 (2014).
- [4] T. Sjostrand, S. Mrenna and P. Z. Skands, Comput. Phys. Commun. **178**, 852 (2008).
- [5] A. Buckley, et. al, Comput. Phys. Commun. 184, 2803 (2013).

### HYDRODYNAMICAL CHARACTERIZATION OF RED BLOOD CELLS INTERACTIONS IN A HIGH CONFINEMENT REGIME. A COMPUTATIONAL STUDY CARACTERIZACIÓN DE LA INTERACCIÓN HIDRODINÁMICA DE LOS GLÓBULOS ROJOS DE LA

SANGRE EN RÉGIMEN DE ALTO CONFINAMIENTO. UN ESTUDIO COMPUTACIONAL

E. Navas-Conyedo<sup>a†</sup>, Y. Costa-Marrero<sup>b</sup> and J. Gulín-González<sup>a</sup>

a) Centro de Estudio de Matemática Computacional (CEMC), Grupo de Matemática y Física Computacionales, Facultad de Ciencias y Tecnologías Computacionales, Universidad de las Ciencias Informáticas (UCI), 19370 La Habana, Cuba; enavas@uci.cu<sup>†</sup>
 b) Departamento de Ciencias Básicas, Facultad 3, UCI, 19370 La Habana, Cuba

+ corresponding author

Recibido 16/3/2017; Aceptado 25/10/2017

The red blood cells (RBCs) have a critical role in order to understand the properties of blood in a high confinement regime. Thus, the ability of RBCs to change the shape allows them to flowing through small microcapillaries in the order of  $10 \, \mu m$  of diameter, according to the membrane viscoelastic properties, with a complex non-linear blood flow behavior. In the previously mentioned conditions it is very important to take into account that the inter-cells hydrodynamical interaction can be critically important in order to consider the effect of solvent media like an indirect interaction transmission media. In the bibliography consulted were shown the dependence of the confinement and the flow ratio on the RBC's shape and on the length of perturbation in the surrounding flow for the case of single vesicle simulation, but the effects of closed RBCs and it dynamics behavior were omitted. In the present paper, we use the length of perturbation as a critical parameter to estimate the hydrodynamics interacting range. Subsequently, simulations in a system with two RBCs were used to study the inter-cells hydrodynamic interaction, a two-dimensional reduced model is used. The RBC was modeled as a vesicle formed by a ring of interacting particles. The solvent-solvent and solvent-RBC particles interactions were computed by Multiparticle Collision Dynamics mesoscale computational technique. Here we propose a general hydrodynamic interaction model description including the relative cell-cell distance, velocity, flow and confinement regime. As result of simulations a stochastic exponential decay hydrodynamic force was observed, when the cell-cell distance is near to the double of lengths of perturbation.

Las células de glóbulos rojos de la sangre (RBCs) cumplen un papel decisivo en el entendimiento de las propiedades de la sangre en régimen de alto confinamiento. La capacidad de los RBCs de cambiar de forma les posibilita el paso a través de pequeños microcapilares en el orden de  $10 \, \mu m$  de diámetro , lo cual depende de las propiedades viscoelásticas de la membrana celular, y se manifiesta en un comportamiento no-lineal del microfluido. En las condiciones mencionadas anteriormente es necesario tener en cuenta que las interacciones hidrodinámicas entre las células juegan un rol relevante, considerando además que el solvente constituye el medio indirecto de propagación de esta interacción. En las bibliografía consultada se muestra la dependencia de la forma de un RBCs y la distancia de perturbación en el fluido circundante en función del confinamiento y el flujo, pero se omiten los efectos de RBCs cercanos y sus dinámicas. En el presente artículo utilizamos la distancia de perturbación en el fluido circundante como parámetro crítico en la estimación del rango de las interacciones hidrodinámicas entre RBCs . Además, simulaciones de dos RBCs son utilizadas para analizar las características de la interacción hidrodinámica entre las células, a partir de la cuál se propone un modelo de interacción hidrodinámico dependiente de la distancia entre células, la velocidad relativa y el confinamiento del fluido utilizando un modelo bidimensional. Los RBCs son modelados como vesículas en forma de anillos de partículas interactuantes. La interacción entre las partículas del solvente y de estas con las partículas de los RBCs es modelado por la técnica mesoscópica de Colisiones de Múltiples Partículas. Se propone un modelo general de seudo-fuerza de interacción hidrodinámica, con características estocástica y decrecimiento exponencial con la distancia cuando esta está en el orden del doble de la distancia de perturbación en el fluido circundante.

PACS: Flow computation, 47.11.-j; Computational techniques mathematics, 02.70.-c; Capillary effects (interfacial flows), 47.55.nb

#### I. INTRODUCTION

The behavior of blood fluid in microcapillaries is governed by the red blood cells properties (RBC). In general, the main factors that influence the blood fluid behavior are the hematocrits degree or RBCs concentration, the plasma viscosity, RBCs aggregation and deformability as well as elastic-geometric characteristics of channel vessels, arteries or microcapillaries. However, in high confinement regime

with a low flow Reynold number and capillaries in order of sizes of  $10 \,\mu m$  (near to the effective RBCs size), the principal factor is the RBC deformability with a non-Newtonian behavior [1–3]. The most important mechanical RBC factor is the membrane properties, due to their influence in the ability of RBC to adapt their shape according to the flow, it is known that the alteration of RBCs viscoelastic properties are related with various pathologies [4]. The RBC geometric shape affects the microscopic distribution of oxygen tension

and the hemoglobin saturation, the increment of the RBC deformation makes the flow more uniform near to the walls and the oxygen flux decrease, this effect is balanced by the circulation of RBCs [5].

Morphologically RBC membrane is formed by a phospholipid bilayer, with a bending and expansion moduli, and an underlying spectrin network cytoskeleton which prevent the large membrane deformation producing a large elastic shear modulus. Some approaches have been proposed to deal with membrane complex structure and behavior [6], one of the most used methods is to represent a membrane as a network of mesoscopic particles connected, and incorporate this structure into a dynamic formalism like Multiparticle Collision Dynamics (MPC, also known as Stochastic Rotation Dynamics) that has obtained a very detailed membrane description [1,7]. Furthermore, in some cases is possible to apply a two dimensional approach that qualitatively capture the RBC behavior and enable more extensible sweep of capillary number avoiding the constraints of the computational time for three-dimensional domain, essentially the neo-Hookean and Mooney-Rivlin models for strain energy and tension can be applied to dimension reduction [6]. This have enormous advantages and in fact reproduce many of experimental and theoretical results.

The simulation of blood microfluids requires the use of coarse-grained approaches for reproducing the behavior of complicated structures with the essential features of physics models, such as MPC [8]. The MPC mesoscopic method is the less complicated computational method where the solvent is modeled as particle gas that performs two steps: a streaming step and the collision step. The complex structures, like RBC membrane, are modeled with molecular dynamics and the solvent-complex structures interaction are modeled in the MPC collision step. During the streaming step the solvent particles are moved as an ideal gas with external interactions. When the collision step is performed all particles in the system are sorted in regular boxes and the velocities of particles are changed according to a rule that guaranties some conservation laws like energy and linear momentum. MPC defines a discrete-time hydrodynamics which has been shown to yield correct hydrodynamic behavior at long enough times, and can be applied to equilibrium and non-equilibrium fluid studies. A more complete description of MPC method can be found in references [9–12].

In high confinement regime RBCs are aligned in a single row and their dynamics are dominated by the interactions with the walls rather than neighboring RBCs. Moreover, if the concentration increases the collective effects substantially changes the flow properties with a rapidly viscosity change by the formation of a cell layer near to the walls, the flow induce a vesicles migration to the center of channel and the existence of a cell depleted region near walls, here deformability has a main role [2, 13]. In these conditions the RBCs movements are correlated and in correspondence with the flow rate with a tendency from independent movement to high correlate movement as a single file [7, 14], this behavior suggests that a one dimensional dynamics treatment could

be applied.

Any RBC has an influence in the surrounding flow with a perturbation over the flow profile, which rapidly decay far away. That suggests the existence of an interaction via solvent media between RBCs. In this work we establish a relation between the penetration length defined for a single RBC in a two dimensional Poiseuille flow with inter-cells hydrodynamic interaction as a stochastic exponential decay hydrodynamic force. Furthermore, a dynamic description using Langevin equation was compared with simulations results when the mean distance between RBCs is in order to the double of penetration length.

The proposed stochastic interactions model allow the extension of results for describing large systems, when non-linear effects are relevant without large RBCs shape changes.

#### II. MATERIALS AND METHODS

During the simulations the flow behavior was described by the MPC steps. During the streaming step the positions and velocities are updated using velocity-Verlet method, including periodical boundary condition in *x*-axes for enough length  $L \gg R_{RBC}$ , where  $R_{RBC}$  is the effective RBC radii, furthermore, the bounce-back rule with ghost *y*-wall particles rule is used [15,16]. In MPC the solvent is considered as an ideal gas of particles where only external interactions, i.e gravity to drive fluid movement, are considered in the stream step. In the collision step all particles are sorted into *N* homogeneous boxes of length *a*, the boxes origin of coordinates are randomly changed on every iteration to provide galilean invariance as  $x_i = (N_i+0.5\xi_i)$ , where  $N_i$  is the discretization number and  $\xi_i$  is a uniform random number in [-1, 1] interval on each *i*-axes [8].

We select the the MPC-AT-a variant which provides an implicit Andersen thermostat, for including the thermals fluctuation. In the collision step on each box the particles velocity were updated as follows:

$$\vec{V}_i^* = \vec{V}_{CM} + \vec{V}_{rand}^i - \frac{\sum m_i \vec{V}_{rand}^i}{\sum m_i}$$

where  $\vec{V}_{rand}^i$  is a random velocity generated with Maxwell-Boltzmann distribution at temperature *T*,  $\vec{V}_{CM}$  is the box center mass velocity and  $m_i$  is the mass of each box particle [9]. The coupling between solvent and complex structures was done during the collision step, on which all particles participate.

The RBC membrane was described by a discrete spring ring of  $N_{RBC}$  particles which interacts by elastic (1) and bending (2) interactions potential energies. A surface constraint potential energy was also included for modeling the RBC incompressibility (3).

$$U_k^i = K_s \left( \frac{(l_i^3 + 2)}{l_i} - 3 \right)_{\overrightarrow{i}}$$
(1)

$$U_B^i = K_{Ben} (1 - \frac{\vec{r}_{i-1,i} \bullet \vec{r}_{i,i+1}}{r_{i-1,i} r_{i,i+1}})$$
(2)

$$U_A = K_A (\frac{A}{A_0} - 1)^2$$
(3)

The elastic interaction between neighbor spring particles is described by equation (1), where  $K_s$  is the Mooney-Rivlin elastics constant,  $l_i = r_{i,i+1}/r_o$ , with  $r_0$  a constant that defines the desired total membrane arclength  $L_{RBC} = N_{RBC}r_0$  and  $r_{i,i+1}$  is the distance between neighbor spring particles [17]. The bending interaction is described by equation (2) with  $K_{Ben}$  strength constant. In the equation (3)  $K_A$  is surface constant constrain,  $A_0$  is the desired RBC surface and A is the measured surface. For maintaining the relation between the RBC surface and arclength,  $K_A$  must be selected with enough large value [3].

We introduce Morse modified repulsive potential to avoid RBCs overlapping:

$$U_{rep}^{A,B} = K_B T \left( Exp\left(\frac{2(s_0 - r_{A,B})}{s_0}\right) - \frac{r_{A,B}}{s_0} \right) r_{A,B} \le s_0$$
(4)

where  $s_0 \sim 2 r_0$ .

If is consider the theoretical Naiver-Stokes velocity profile  $V_f^0(y) = \frac{\rho g_r y(W-y)}{2\eta}$  for a two dimensional Poiseuille flow for W channel width  $\rho$  solvent density and  $\eta$  solvent viscosity with the action of uniform gravity  $g_r$ , moreover the difference amplitude of perturbed profile, measured from single RBC center, as:

$$R(x) = \int_{0}^{W} \left| V(x, y) - V_{f}^{0}(y) \right| dy$$

the penetration length  $l_p$  can be obtained by fitting to  $R(x) = R_0 exp\left(-\left(\frac{x}{l_p}\right)^2\right) + R_G$ , where  $R_0$  is the amplitude and  $R_G$  the background noise [18].

To characterize the single RBC state, the flow dimensionless flow strength over vesicle deformation  $C_k$  and the RBC confinement  $C_n$  were used as follows:

$$C_k = \frac{\eta \dot{\gamma}_w R^3}{\kappa} \tag{5}$$

$$C_n = \frac{2R}{W} \tag{6}$$

where,  $\kappa \sim 4 K_{Ben}$  is the bending rigidity,  $R = \sqrt{A_0/\pi}$ , and  $\dot{\gamma}_w = \frac{\partial V_x}{\partial y}|_w = \frac{\rho g_r W}{2\eta}$  is the value of wall velocity shear rate for only solvent Poiseuille flow. These states are used to describe the stable shapes and penetration length according to the RBCs and flow properties [1, 19].

The high confinement regime can be understood as  $C_n > 0.6$ , and normal values for  $C_k$  are in the range {0.5, 15.0} [20]. It is known that for a selected parameters pair  $C_k$  and  $C_n$ . the RBCs has a corresponding shape, for this reason we make the studies for a confinement of 0.9 where the shape changes are smooth and they do not move overlapping.

#### III. RESULTS AND DISCUSSION

The setup system is corresponding with a 2D Poiseuille flow in x-axes for a confinement of 0.9. The configuration have a x-length L = 100 a, y-width  $W = 2\sqrt{A_0/\pi}/C_n \approx 13 a$ , the number of solvent particles in  $N = n_c LW = 13000$ , 1300 MPC boxes and 100 ring membrane particles per RBC of mass  $m_v = 10 M_s$ . The selected parameters are show in table I, which corresponds to values used for similar conditions in references [2,21–23].

Parameter/Description	Value		
$\rho$ Solvent density	$n_{\rm C} = 10$		
	(real 1000 $K_g m^{-3}$ )		
a Box Length	1		
	(real 1µ m)		
L System Length	100		
$M_s$ Solvent particle mass	1		
$K_B T(35^0 C)$ Thermal energy	1		
t <sub>0</sub> Time unit	1		
$\eta_0$ Viscosity unit	1		
$\eta$ Solvent viscosity	1396.6		
	(real 1.2 10 <sup>-3</sup> Pas)		
$t_{MPC}$ Time step	0.000537023		
K <sub>Ben</sub> RBC Bending constant	26.181		
$K_s$ RBC MR elastics constant	70286		
$L_{RBC}$ RBC 2D arclength	46.1373		
<i>K</i> <sub>A</sub> RBC Surface contant	107		
$A_0$ RBC 2D cross surface	105.645		
A* RBC reduced area	0.623668		

Table 1. Dimensionless parameter using in simulations

Initially we estimate the penetration length according to  $C_k$  flow parameter using the simulations of a single RBC, which are showed in figure 1 a). As was refer in [18] the penetration length has a tendency to exponentially decay as  $C_k$  increases to the maximum length from the membrane to the RBCs center mass, as well as the shape tends to parachute form. In the figure 1 b) it is shown the mean value of the esphericity  $\alpha = \frac{(\lambda_+ - \lambda_-)^2}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2}$ , which is a magnitude of reference of the shape, where  $\{\lambda_-, \lambda_+\}$  are the low and major eigenvalues of the inertia tensor. For values near to 0.2 the shape is a discoid and for 0.1 is parachute.

For two RBCs at different relative x-distances  $L_0 \in \{1.9, 2.0, 2.5, 3.0, 4.0\} L_p$  at the beginning of simulation, the relative velocity variance is measured for flow in  $C_k \in \{5.0, 10.015.0\}$  and shown in Figure 2 (a), according to the simulation parameters and time scales the relative distance does not change significantly, this allows to measure the local dynamics, which is showed in Figure 2 (b) this corresponds to a high speed regime. From Figure 2 (a) we observed a tendency for coupling movement when the RBCs are near each other with strong correlation, as the relative distance increases the movement is independent with thermal fluctuations coupled with the flowing (*blue line*) [24].

We propose a one-dimensional Langevin based dynamic stochastic model according to equations (III) for describing the previous showed results, where  $X_i$  is the position of each RBCs center mass,  $X_{ij}$  is the relative RBCs center

mass position,  $M_i$  the mass for each RBC,  $\gamma = \frac{M_i g_r}{\langle X_i \rangle}$  the effective friction coefficient for a  $\langle \dot{X}_i \rangle$  mean velocity,  $W^G$  is uncorrelated Gaussian noise with zero mean and unit variance, and  $K_B T$  the thermal energy,  $\eta_S$  is the membrane viscosity and  $\eta_M$  is the solvent viscosity.



Figure 1. a) Penetration length for  $C_n = 0.9$  and  $C_k \in (0.5, 15.0)$ ,  $R_0$  the radii of a circle of the same area and  $R_1$  the radii of a circle of the same arclength is showed for comparison. The results are fitting to a exponential decay law as is recommended in Ref [18]. b) Esphericity versus  $C_k$  values, a tendency from discoid to parachute is observed. c) Effective friction coefficient  $\gamma$ , the non-linear effects acording to the RBC shape are observed

The values of  $\gamma$  and  $L_p$  were obtained from single RBC simulation, Figure 2 a) and c), which depends of selected  $C_K$  and  $C_n$  setup, and included in the theoretical result shown in Figure 2 (a) *(theoretical lines)*. In our case the value of  $C_n = 0.9$  was fixed and the obtained parameters have an non-linear explicit dependence with the flow gravity  $g_r$  (i.e.  $C_K$ ) according to (5) described before.

The flow profile in the *y*-axes has a flat form near to the region occupied by the RBC, which variate with the hydrodynamic shape figure:1 (b) according to the setup, because of this the momentum interchange between the RBC,walls and flow has a marked non-linear effect [25], which is expressed in  $\gamma$  values. This model has some similarities with DPD

simulation technique, essentially the weight function U adjusted to reproduce the variance tendency is different [26].



Figure 2. a) Relative velocity variance for two RBCs at different initial distances from simulation and theoretical model from equation (III). b) Relative distance between RBCs for  $C_k = 15.0$  and initial distance in  $\{1.9, 2.0, 2.5\}L_p$ .

These behavior can be interpreted as a relative distance dependence of fluctuation-dissipation relation, moreover this reveals that if the distances between RBCs are large enough, the hydrodynamic perturbation field is not overlapped and independent movement can be consider. Thus, if the RBCs are very closed the cell-cell interactions are strong with extra non-linear effects, and the proposed dynamic model may be not applied.

$$M_{i}\ddot{X}_{i} = M_{i}g_{r} - \gamma \dot{X}_{i} + \sqrt{2\gamma K_{B}T}W_{i}^{G}(t) + \sum_{j \neq i} F_{ji}^{S}(X_{ji}, \dot{X}_{ji}, t)$$
(7)

$$F_{ji}^{S}(X_{ji}, \dot{X}_{ji}, t) = -\sqrt{\frac{\eta_{s}}{\eta_{M}}} \gamma U(X_{ji}) \dot{X}_{ji} + \sqrt{2 U(X_{ji}) \gamma \sqrt{\frac{\eta_{s}}{\eta_{M}}} K_{B} T W_{ji}^{G}(t)}$$

$$(8)$$

$$U(X_{ji}) = 1 - Exp\left(\frac{-|X_{ji}|}{2L_p}\right)$$
(9)

#### IV. CONCLUSIONS

The penetration length contains significant information of the impact of each RBCs in flow conditions, it can be used to cell-cell hydrodynamic interactions description. This information can be used in conditions in which the RBCs shapes have not significant changes and the confinement allow the application of one-dimensional stochastic interaction model as we propose in equation (III). This model showed a good agreement with the simulations, and the cell-cell dynamical behavior was adequately reproduced in RBCs. Furthermore, the results can be extended for the case of many RBCs in a narrow flow channel, with the possibility to analyze the evolution of the density of a system as a Langevin processes in large coordinate spaces and then using projection operator techniques to obtain a hierarchy of equations for the n point density correlation functions which was reported in [27].

#### ACKNOWLEDGMENT

Thank to ICS-2/IAS-2 Forchungszentrum Jülich, Alexander von Humboldt Foundation and Universidad de las Ciencias Informáticas of La Havana, Cuba, for the financial support of this research.

#### REFERENCES

- [1] G. R. Lazaro, A. Hernandez-Machado and I. Pagonabarraga, Soft Matter **10**, 7195 (2014).
- [2] P. Bagchi, Biophys. J. 92, 1858 (2007).
- [3] S. Chien, Annu. Rev. Physiol. 49, 177 (1987).
- [4] G. Prado, A. Farutin, C. Misbah and L. Bureau, Biophys. J. 108, 2126 (2015).
- [5] C. H.Wang and A. S. Popel, Math. Biosci. 116, 89 (1993).
- [6] D. Barthes-Biesel, A. Diaz and E. Dhenin, J. Fluid Mech. 460, 211 (2002).
- [7] D. A. Fedosov, M. Peltomaki and G. Gompper, Soft Matter 10, 4258 (2014).
- [8] K. Tucci and R. Kapral, J. Phys. Chem. B 109, 21300 (2005).
- [9] H. Noguchi, N. Kikuchi and G. Gompper, EPL 78, 10005 (2007).
- [10] I. O. Götze, H. Noguchi and G. Gompper, Phys. Rev. E 76, 046705 (2007).

- [11] S. Poblete, A.Wysocki, G. Gompper and R. G.Winkler, Phys. Rev. E 90, 033314 (2014).
- [12] E. Westphal, S. Singh, C.-C. Huang, G. Gompper and R. Winkler, Comput. Phys. Commun. 185, 495 (2014).
- [13] P. M. Vlahovska, T. Podgorski and C. Misbah, Comptes Rendus Physique **10**, 775 (2009).
- [14] J. Sane, J. T. Padding and A. A. Louis, Faraday Discuss. 144, 285 (2010).
- [15] I. Rao and K.Rajagopal, Acta Mechanica 135, 113 (1999).
- [16] H. Zhao and E. S. G. Shaqfeh, Phys. Rev. E 83, 061924 (2011).
- [17] S. Ye, Y. Ng, J. Tan, H. Leo and S. Kim, Theor. Biol. Med. Modell. 11, 19 (2014).
- [18] G. R. Lazaro, Red blood cell mechanics: from membrane elasticity to blood rheology, PhD thesis, Universitat de Barcelona (2014).
- [19] B. Kaoui, N. Tahiri, T. Biben, H. Ez-Zahraouy, A. Benyoussef, G. Biros and C. Misbah, Phys. Rev. E 84, 041906 (2011).
- [20] G. R. Lazaro, A. Hernandez-Machado and I. Pagonabarraga, Soft Matter **10**, 7207 (2014).
- [21] D. A. Fedosov, B. Caswell and G. E. Karniadakis, Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 199, 1937 (2010).
- [22] M. Navidbakhsh and M. Rezazadeh, Scientia Iranica B 19, 1329 (2012).
- [23] H. Aminikhah and A. Jamalian, Scientia Iranica B 19, 1133 (2012).
- [24] P. Bagchi, P. C. Johnson and A. S. Popel, J. Biomech. Eng. 127, 1070 (2005).
- [25] D. Katanov, G. Gompper and D. A. Fedosov, Microvasc. Res. 99, 57 (2015).
- [26] M. K. Petersen, J. B. Lechman, S. J. Plimpton, G. S. Grest, P. J. Veld and P. R. Schunk, J. Chem. Phys. **132**, 174106 (2010).
- [27] D. S. Dean, J. Phys. A: Math. Gen. 29, L613 (1996).

### OPTIMIZACIÓN DE CALIDAD DE IMAGEN EN RADIOGRAFÍA DIGITAL DE MAMA VS. DOSIS A LA PACIENTE IMAGE QUALITY OPTIMIZATION IN BREAST DIGITAL RADIOGRAPHY VS. PATIENT DOSE

A. Bernardo, M. Pérez-díaz<sup>†</sup>, W.J. Echevarría-Torres, R. Díaz-Amador

Universidad Central "Marta Abreu" de las Villas, 50100 Santa Clara, Cuba; mperez@uclv.edu.cu<sup>+</sup> + autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 7/11/2017

Aún no existe un conocimiento profundo de la calidad de imagen respecto a la dosis, que se puede obtener empleando la tecnología "Computed Radiography" (CR). Hacia este objetivo se enfocó el presente trabajo. Se analizan imágenes de mamografía digital obtenidas de un maniquí antropomórfico. Se varió la corriente que alimenta al tubo de rayos X y el tiempo de adquisición de la imagen y la energía del haz de rayos X y se analizó la influencia de esta variación sobre la dosis media glandular y la calidad de imagen. Para esto se emplearon las medidas matemáticas relación señal-ruido, contraste imagen, relación contraste-ruido, índice de similitud estructural, distancia espectral y error medio cuadrático y se estimaron las dosis a partir de mediciones con una cámara de ionización. También se analizó la calidad de imagen subjetivamente utilizando criterio de expertos. Se obtuvo un protocolo optimizado que reduce la dosis media glandular significativamente manteniendo buena la calidad de imagen.

There is still not in-depth knowledge of image quality with respect to the dose, that can be obtained using "Computed Radiography" (CR). Toward this aim the present work was focused on. Digital mammography images obtained from an anthropomorphic phantom were analyzed. The current of the X-ray tube and the acquisition time as well as the energy of the X-ray beam were varied and the influence of these variations on the mean glandular dose and image quality were analyzed. Mathematical metrics like signal-to-noise-ratio, image contrast, contrast-to-noise ratio, structural similarity index, spectral distance and mean squared error were used to grade image quality. Subjective image quality analysis, using the criteria of expert observers, was also included and the doses were estimated from measures done with an ionization chamber. An optimized protocol was obtained which reduced the mean glandular dose significantly while a good image quality was maintained.

PACS: Digital mammography, 87.59.ej; Image quality, 87.57.C; Mean glandular dose, 87.53.Dq; Optimization, 87.55.de

#### I. INTRODUCCIÓN

Las técnicas digitales tienen potencial para mejorar la práctica de la radiología, pero conllevan el riesgo de abusar de la radiación aplicada al paciente [1–3].

La mama es una región anatómica que requiere una técnica radiográfica altamente especializada. Sus tejidos presentan muy pocas diferencias entre ellos a la absorción fotoeléctrica del haz de radiación, debido a un coeficiente de atenuación muy semejante. Esto implica niveles de contraste imagen muy semejantes entre las estructuras. El problema se complejiza si se analiza que las estructuras y las posibles micro calcificaciones son de muy pequeño tamaño [3] por lo que se requiere de alto contraste, bajo ruido y buena resolución espacial para poder ser detectados.

En la actualidad, en la mayoría de los países, se ha apreciado la tendencia a utilizar dosis más altas de las mínimas necesarias para obtener un estudio con suficiente calidad diagnóstica [3–5].

El objetivo del trabajo ha sido optimizar la relación entre calidad de imagen y dosis media glandular para un equipo de mamografía digital de tecnología CR, dada la actual instalación de tales equipos en nuestro país y la necesidad de contar con herramientas para complementar el control de calidad propuesto por los fabricantes.

#### II. MATERIALES Y MÉTODOS

Se utilizó un equipo de adquisición CR, Modelo: Mammomat 3000 nova SIEMENS de un hospital brasileño. Se utilizaron combinaciones ánodo/filtro de Mo/Mo y Mo/Rh. El tipo de ánodo es rotatorio con 8800 rpm. El tamaño del punto focal fue de 0,1 mm (foco fino), buscando lograr la mayor resolución espacial posible.

Se utilizó el maniquí antropomórfico RMI-169 que aparece en la Fig. 1, el cual es un modelo tejido equivalente de una mama real normal con 50% de tejido glandular y 50% de grasa, proporcionando una imagen del tamaño y forma de una mama real comprimida en 5 cm. El maniquí está fabricado de acrílico, moldeado de materiales equivalentes a la mama (BR-12) con una película de mercurio. Su tamaño es  $16.5 \times 22.2 \times 9.5$  cm y su peso es de 1.56 kg.

Se obtuvieron 9 imágenes de CR del maniquí antropomórfico, para diferentes condiciones de adquisición, cuyos datos se muestran en la Tabla 1. Para el análisis objetivo de calidad de imagen se situaron Regiones de Interés (ROI), seleccionadas sobre las imágenes y en las mismas se calcularon las siguientes métricas matemáticas: la relación señal a ruido (SNR) y la relación contraste a ruido (CNR), representativas del nivel de ruido de Poisson, así como el contraste imagen (Cima) según [6]. Además, se calcularon un conjunto de medidas relativas a la imagen adquirida a mayor dosis media glandular: distancia espectral (S1) para analizar la influencia de los parámetros de adquisición sobre la variación en el rango de frecuencias presentes en las imágenes, el Índice de similitud estructural (SSIM), como un indicador de la variación que sufre la resolución espacial al cambiar las condiciones de adquisición y el error medio cuadrático (MSE), para medir píxel a píxel las diferencias en intensidad de la imagen, según [7].



Figura 1. Maniquí antropomórfico RMI-169 (Rachel).

Para la estimación de la dosis media glandular se realizaron mediciones de la carga eléctrica generada con una cámara de ionización tipo lápiz PTW. La dosis media glandular (D) fue calculada según [1].

Las imágenes se cargaron en MATLAB (versión R2013a) y se definieron las 5 ROI manualmente. Las métricas fueron programadas en este lenguaje.

Además, se realizó una evaluación subjetiva de calidad de imagen con dos observadores expertos bajo condiciones de observación estandarizadas. Cada uno de ellos evaluó 30 pares de imágenes aleatoriamente, con diferentes parámetros de adquisición, sin tener conocimiento previo de las condiciones bajo las cuales fue adquirida cada una. La imagen de la izquierda fue siempre la imagen de referencia, que es la adquirida bajo las condiciones que propiciaron la mayor dosis media glandular. La imagen de la derecha, es una imagen con condiciones de adquisición variadas, correspondientes a la Tabla 1 (protocolos). Cada observador evaluó con el valor de 1, si no observaba diferencias entre el par de imágenes, y con 2, si observaba diferencias.

Tabla 1 Protocolos de adquisición de imágenes y	y sus respectivos valores de dosis media glandular
Tabla 1. I TOLOCOTOS de auquisicion de intagenes y	sus respectivos valores de dosis media diandular.

	Diferencia	Corriente de tubo	Combinación	Dosis media
Imágenes	de Potencial	por tiempo de	ánodo / filtro	glandular
0	Pico (kVp)	adquisición (mA.s)		(mGy)
1	30	180	Mo/Mo	0.688
2	31	180	Mo/Mo	0.835
3	28	180	Mo/Mo	1.189
4	32	180	Mo/Mo	0.814
5	31	160	Mo/Rh	0.535
6	31	140	Mo/Rh	0.475
7	31	125	Mo/Rh	0.620
8	31	110	Mo/Rh	0.804
9	31	200	Mo/Mo	0.670

#### III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Fig. 2 se muestra cómo se comportó la SNR para los diferentes protocolos de adquisición.

El comportamiento de la variable ajustó a polinomios de segundo orden. Apreciamos que las diferencias de calidad de imagen de acuerdo con la SNR no fueron significativas entre los diferentes valores de mA.s (p = 0.591). Todos los niveles de ruido fueron bajos.

El comportamiento de la relación CNR se aprecia en la Fig. 3. Este ajustó a polinomios de segundo orden. Al aumentar la corriente de tubo, la CNR se incrementó ligeramente, pero este aumento no fue significativo para las condiciones experimentales monitoreadas (p = 0.810). Al aumentar el kVp, (Fig. 3b), se aprecia que disminuyó la CNR, ya que disminuye la interacción de los fotones con los tejidos. Aunque esta disminución es más sensible que el caso anterior, tampoco fue significativa la diferencia entre sus valores (p = 0.274).

El comportamiento del contraste imagen ante variaciones de corriente y diferencia de potencial, fue muy semejante a CNR, sin diferencias significativas entre protocolos (p > 0.05).

Para realizar el análisis relativo de calidad de imagen se escogió como referencia la obtenida a mayor dosis media glandular. En este caso, fue la imagen 3. En la Tabla 2 se muestran los resultados de las medidas MSE, S1 y SSIM, obtenidas para este tipo de análisis.

La variable MSE, la cual es dependiente íntegramente del valor del píxel, expresa cuán diferentes son 2 imágenes (la referencia y la imagen a comparar) midiendo el error de una con respecto a la otra en la medición de intensidad del píxel.

Apreciamos que las imágenes más semejantes a la imagen adquirida a mayor dosis fueron las imágenes 5 y 6, adquiridas a valores de 180 mA.s y 32 kV con un filtro de Mo; y 160 mA.s, 31 kV con filtro de Rh, respectivamente. La dosis media glandular en la imagen 5 fue de 0.535 mGy y en la 6 fue de 0.475 mGy. Las imágenes con mayores diferencias respecto a la condición de referencia fueron la 8 y la 9, adquiridas con 31 kV y 125 mA.s en un caso y 31 kV y 110 mA.s en el otro. O sea, fueron las imágenes adquiridas a menor valor del producto corriente de tubo por tiempo de adquisición.

La variable distancia espectral nos expresa el comportamiento de la calidad de imagen, pero utilizando el dominio de las frecuencias. En este caso, la variable mide

cuán alejados o cercanos son los contenidos de frecuencias de las imágenes de referencia y la que se compara. Nuevamente, las imágenes más semejantes a la referencia fueron la 5 y la 6 y las más diferentes fueron la 8 y la 9.



SNR vs. mAs a kVp = 31

Figura 2. Comportamiento de la relación señal a ruido.

Con respecto al SSIM podemos apreciar que la similitud estructural permaneció prácticamente constante en todo el experimento, por lo que podemos expresar que la resolución espacial no se afectó con la variación de las condiciones de adquisición en ningún caso.

Según el análisis subjetivo, consideramos que la condición de Diferencia de Potencial de 30 kV- Producto corriente por tiempo 180 mA.s y combinación ánodo filtro Mo/Mo fue mejor que la condición de referencia desde el punto de vista visual y es una condición de menor dosis media glandular, 0.688 mGy. Las condiciones 31 - 180-Mo, 32 - 180-Mo, 31 - 160-Rh y 31 - 140-Rh se consideran sin diferencias visuales con respecto a la referencia.

Una vez analizados todos los resultados anteriores proponemos como protocolo optimizado para el equipo CR utilizado, al monitorear mamas con 50 % de tejido glandular y 50 % de grasa, el siguiente: Diferencia de Potencial pico de 31 kV, Producto Corriente por tiempo de adquisición de 140 mA.s y combinación ánodo/ filtro de Mo/Rh. El mismo genera una dosis media glandular de 0.47 mGy, muy por debajo incluso de los valores internacionalmente recomendados que son de 0.7 mGy [1, 2]. Esta combinación de mA.s y kVp mantiene relativamente baja la corriente de tubo como para mantener bajo el nivel de ruido y la dosis, y el kVp en un valor que no afecta el contraste imagen ni aumenta

significativamente la dosis media glandular, al menos cuando se emplea el filtro de Rh para este tipo de mama. Para este protocolo, la calidad de imagen medida de forma objetiva fue muy buena: SNR>5 (el mínimo recomendado es 4 [8]), la CNR≈6, lo cual se considera un valor bueno [8] y el Contraste imagen > 60%, lo cual sobre un fondo de bajo ruido hace posible visibilizar las estructura [8]. Por otra parte, con este protocolo, a nivel de píxel y a nivel del contenido de frecuencias, se obtuvieron muy pequeñas diferencias con relación a la imagen obtenida a mayor dosis media glandular y la resolución espacial tampoco varió de forma sensible. Los observadores, desde el punto de vista subjetivo, prácticamente no detectaron ninguna diferencia con respecto a la imagen de referencia adquirida a una dosis media glandular mayor.

CNR vs. mAs a kVp = 31



Figura 3. Comportamiento de la relación contraste a ruido ante variaciones de la corriente del tubo (a) y el potencial (b).

Tabla 2. Resultados de las medidas de calidad de imagen relativas a la condición de dosis máxima (Imagen 3).

Imágenes	S1	MSE	SSIM
1	39.220	4.911	0.9990
2	34.986	4.045	0.9993
4	38.769	4.897	0.9991
5	27.132	2.452	0.9997
6	30.473	3.032	0.9995
7	38.598	4.948	0.9991
8	56.234	11.659	0.9979
9	60.583	14.555	0.9973

Igualmente, el protocolo de Potencial de 31 kV, Producto Corriente por tiempo de adquisición de 160 mA.s y combinación ánodo/ filtro de Mo/Rh presentó muy buenos resultados de calidad de imagen y la dosis fue de 0.53 mGy, también por debajo del valor recomendado internacionalmente [1, 2]. La Fig. 4 muestra la imagen mamográfica obtenida del maniquí antropomórfico con el protocolo optimizado propuesto.



Figura 4. Imagen del maniquí antropomórfico obtenida a  $31~\rm kV,~140~mAs~y$  filtro de Rh.

#### IV. CONCLUSIONES

Los protocolos a 31 kVp, 160 mA.s y 140 mA.s con filtro de Rh mostraron buenos resultados de calidad de imagen

tanto desde el punto de vista objetivo como subjetivo para una mama 50% de tejido glandular y 50% de grasa y propiciaron además las menores dosis media glandulares; por debajo del valor internacionalmente recomendado. Con esto se demuestra que es posible reducir las dosis en estudios de mama realizados con la tecnología digital CR sin afectar sensiblemente la calidad de imagen diagnóstica.

#### V. AGRADECIMIENTOS

Al Proyecto CNPq-MES entre la UFPE de Brasil y la UCLV de Cuba por el financiamiento de esta investigación.

#### REFERENCES

- [1] International Atomic Energy Agency (IAEA) 2007 Dosimetry in diagnostic radiology: an international code of practice Technical Reports Series No. 457 IAEA, Vienna.
- [2] European Commission (EC) 2013, European Guidelines for Quality Assurance in Breast Cancer. Screening and Diagnosis, 4th Ed. (Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities).
- [3] D. R Dance, I. Sechopoulos, Phys. Med. Biol. 61, 271 (2016).
- [4] P. Fernández. "Optimización de las dosis absorbidas en las exploraciones simples de diagnóstico por imagen con equipos digitalizados de rayos X mediante el control y el ajuste del control automático de exposiciones". Monografía, Universidad de Cantabria, 2012.
- [5] Z. Al Kattar, H. E. Balaa, Z. Mazeh, M. Zein-Fakih, Conference on Advances in Biomedical Engineering, 16-18 Sept, 2015. DOI:10.1109/ICABME.2015.7323245
- [6] A. Eskicioglu, P.S. Fisher, IEEE Trans. Commun. 43, 2959 (2003).
- [7] Z. Wang, IEEE Trans. Image Proc. 13, 173 (2004).
- [8] M. Perez-Diaz, O. Lataza, J.V. Lorenzo, A. Taboada, M. Orozco, A.E. Carvalho, M. Ely and H.J. Khoury, Rev. Cubana Fís. 28, 1E7-1E12 (2011).

### LASER ACTIVATION TO GROWTH ZnO NANOSTRUCTURES ACTIVACIÓN LÁSER PARA EL CRECIMIENTO DE NANOESTRUCTURAS DE ZnO

Y. Rodríguez-Martínez<sup>a</sup>, J. A. Alba-Cabañas<sup>b</sup>, O. Cruzata-Montero<sup>c</sup>, L. Vaillant-Roca<sup>a†</sup>

a) Photovoltaic Research Laboratory, ENERMAT Division, Institute of Materials Science and Technology (IMRE) – Physics Faculty, University of Havana, 10400 Havana, Cuba; vailllant@imre.uh.cu<sup>†</sup>

b) Physics Faculty, University of Havana, 10400 Havana, Cuba

c) Laser Technology Laboratory, Institute of Materials Science and Technology (IMRE), University of Havana, 10400 Havana, Cuba + corresponding author

corresponding author

#### Recibido 20/3/2017; Aceptado 6/9/2017

PACS: Materials II-VI semiconductors, 81.05.Dz; Fabrication and Characterization of Nanoscale Materials, 81.07.-b; Heat treatments, effects on microstructure, 81.40.Gh

#### I. INTRODUCTION

ZnO is a non toxic and abundant material with electrical, optical, mechanical and chemical characteristics that make it very suitable for a diversity of applications in optoelectronic, piezoelectric, sensors and solar cells [1]. ZnO has been used in solar cells playing diverse roles like antireflecting coating, transparent conductive oxide, buffer layer, electron transport material among other, probing its tremendous functionality. In addition, it can be obtained as thin films and in a diverse family of nanostructures [2] using low cost techniques like the hydrothermal one [3], for example. The hydrothermal techniques allows, by means of creating small nucleation points called seeds in the substrate, to growth from nanorods to nanoflowers [3]. The sedimentation or also called activation process plays a key role in the growth.

In this occasion, instead of using the typical procedure, we explore the possibility of using a laser source as a local heat source. The main advantages of this approach would be the drastic decrement of time involved as well as the possibility of making micropatterns using the laser beam [4]. It might be also possible to control the seeds characteristics by changing the laser irradiation [5].

We have grown ZnO nanorods using the traditional and laser activation approach. In order to characterize and compare them we have used scan electron microscopy (SEM).

#### II. EXPERIMENTAL APPROACH

TCO covered glasses were used as substrates for growing the ZnO nanorods. In a solution of nitric acid and deionised water (1:2 molar ratio) the glasses were immersed after they were mechanically cleaned with detersive. After some hours the substrates were washed some times with deionised water and sonicated for 3 min. Finally they were again washed with ethanol and dried with a nitrogen gun.

For the seeds activation by the traditional method a solution of 5 mM of zinc acetate dehydrate in ethanol was prepared. The substrates were wet with a drop of this solution and a

thin layer was formed using the spin-coating method for 20 s [6]. This step was repeated two times in order to achieve an entire coverage of the sample. Then the substrates were heated in a furnace with an air atmosphere at 350 degC for 20 min. The ZnO seeds film was obtaining by the thermal decomposition of zinc acetate (Figure 1) [7].







Figure 2. Diagram of the obtaining of the ZnO seeds layer using the spin-coating method and pointing a pulsed laser on the sample.

On the othe hand, for activating the seeds using a pulsed laser, the covering of the substrate with zinc acetate in ethanol by the spin-coating method was repeated ten times, in order to guarantee enough material to interact with the laser beam. A 532 nm pulsed Nd:YAG laser was then pointed on a section of the sample as a local heat source (Figure 2). The laser-sample distance was 29.4 cm. The laser fluence and frequency were 21 mJ/cm<sup>2</sup> and 4 Hz respectively, and the

number of pulses was varied in 2 and 6 in order to study the influence that this parameter would have. The interaction time between the laser beam and the sample is in the order of seconds.

Finally, the substrates covered with the seeds layers were submerged in a solution of 50 mM of zinc nitrate hexahydrate and hexamethylenetetramine (HMT) with 1:1 molar ratio, for obtaining the ZnO nanorods. The solution was heated for 1.5 hr at 90 degC in a closed system. Then the samples were washed with deionised water and dried with a nitrogen gun [8].

#### III. RESULTS AND DISCUSSION

The seed layer was effectively activated on the site where the laser was pointed. The Figure 3 (a) shows a SEM image took at the edge of the zone where the laser beam interacted with the zinc acetate layer. Two zones can be clearly distinguished: one where the laser impacted and an homogeneous nanorods growth was obtained (Figure 3 (b)) and the other outside the laser beam spot where there was not an ordered growth (Figure 3 (c)). Image (b) was taken closer to the center of the spot showing a better coverage than in the edge of the spot.

With the laser activation the nanorods obtained were much less vertically aligned (Figure 4 c, d, e, f) than in the case of the traditional activation (Figure 4 a, b), where in addition the density is higher (about 34 rods per  $\mu$ m<sup>2</sup>). For activation with 6 pulses the density is the lowest (about 8 rods per  $\mu$ m<sup>2</sup>) and the vertical alignment is lost even more. With the laser activation the nanorods were obtained in the form of needles unlike the traditional method where the diameter of the rods is constant with the height.



Figure 3. SEM images show: (a) edge of the laser spot (6 pulses), (b) homogeneous nanorods growth inside the laser spot (2 pulses) and (c) disordered growth outside the laser spot (2 pulses). The images scales are (a) 50  $\mu$ m, (b) and (c) 20  $\mu$ m.

The differences obtained in the nanorods morphology can only be explained arguing about the influence of the seeds features in this parameter since the complete set of sambles was grown in the same experiment, at the same conditions.

The seeds can have different size and distribution, and this characteristics strongly impact in the nanorods morphology and alignment [7]. The crystal orientation of the seeds is also relevant for the alignment and it is supposed that in random distributed seeds, the vertically alignment is controlled by the competition between neighbors [9].

Baruah and Dutta [10] have reported that there is an important dependence between the homogeneity in the distribution of the ZnO seeds and the temperature of the activation process. They explain that this is related with the surface tension of the solvent (ethanol) that keeps the particles together in a thin film.



Figure 4. SEM images show the ZnO nanorods grown by traditional activation (a and b) and laser activation of the seeds: (c and d) 2 pulses and (e and f) 6 pulses. The shown scales for (a), (c) and (e) are  $2\mu$ m, while for (b), (d) and (f) are  $1\mu$ m.

It is our supposition that it is even more important the interaction of the nanocrystals on the surface depending of the temperature in such a way that increasing T promotes the grains diffusion and coalescence, bringing as a result a rougher surface with larger seeds.

In our case decreasing the laser fluence would be equivalent to decreasing the temperature. This would be appropriate to achieve better results in terms of controlling the density and vertical alignment of the nanorods.

#### IV. CONCLUSIONS

It was designed and implemented a new and simple experiment for seed layer activation using a pulsed laser. It was activated a defined zone with a homogeneous nanorods growth but less vertically aligned in comparison with the traditional method. This suggests that, due to the laser fluence used, the seeds formed were stacked, creating clusters, and the clusters formation is not favorable to grow vertically aligned nanorods. We propose to carry out a new experiment reducing the laser fluence in order to obtain a thin film of seeds homogeneously distributed over the substrate, which would contribute to a better alignment of the nanorods.

#### REFERENCES

[1] U. Ozgur, Ya. I. Alivov, C. Liu, A. Teke, M. A. Reshchikov, S. Doğan, V. Avrutin, S.-J. Cho, and H.

Morkoç, J. Appl. Phys. 98, 11 (2005)

- [2] Z. L. Wang, Mater. Today 7, 26 (2004).
- [3] D. Lincot, MRS Bulletin 35, 778 (2010).
- [4] S. Hong, J. Yeo, W. Manorotkul, H. Wook Kang, J. Lee, S. Han, Y. Rho, Y. Duk Suh, H. Jin Sungc and S. Hwan KoHong, Nanoscale 5, 3698 (2013).
- [5] D. Fragouli , V. Resta, P. P. Pompa, A. M. Laera, G. Caputo, L. Tapfer, R. Cingolani and A. Athanassiou, Nanotechnology 20, 155302 (2009).
- [6] O. Cruzata, I. Concina, and L. Vaillant-Roca, Rev. Cubana Fis. 34, 140 (2017).
- [7] L. E. Greene, M. Law, D. H. Tan, M. Montano, J. Goldberger, G. Somorjai, and P. Yang, NANO Lett. 5, 1231 (2005).
- [8] L. Vaillant-Roca, A. Peukert, M. Wittmer, O. Almora, A. Chanaewa, and E. von Hauff, Rev. Cubana Fis. 31, E85 (2014).
- [9] T. L. Sounart, J. Liu, J. A. Voigt, J. W. P. Hsu, E. D. Spoerke, Z. Tian and Y. B. Jiang, Adv. Funct. Mater. 16, 335 (2006).
- [10] S. Baruah and J. Dutta, J. Sol-Gel Sci. Technol. 50, 456 (2009)

### THERMODYNAMIC CONSIDERATIONS ON THE EFFECT OF HYPERTHERMIA AND ELECTROTHERAPY IN THE TUMOR HeLA CELLS CONSIDERACIONES TERMODINÁMICAS SOBRE EL EFECTO DE LA HIPERTERMIA Y LA

# M.D. Mesa-Alvarez<sup>a</sup>, J.P. Pomuceno<sup>a</sup>, I. Durán<sup>a</sup>, S. Montero<sup>ab</sup>, R.R. Martin<sup>a</sup>, R. Mansilla<sup>ca</sup>, G. Cocho<sup>da</sup>, J.M. Nieto-Villar<sup>a†</sup>

a) Department of Chemical-Physics, A. Alzola Group of thermodynamics of complex systems M.V. Lomonosov Chemistry Chair, Faculty of Chemistry, University of Havana, 10400 Havana,, Cuba; nieto@fq.uh.cu<sup>†</sup>

b) Department of Basics Science, University of Medical Science of Havana, 10400 Havana, Cuba.

ELECTROTERAPIA EN CÉLULAS TUMORALES HeLa

c) Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades, UNAM, 04510 Ciudad de México, México.

d) Instituto de Sistemas Complejos C3 & Instituto de Física de la UNAM, 04510 Ciudad de México, México.

+ corresponding author

Recibido 16/3/2017; Aceptado 16/10/2017

PACS: Cancer glycolysis, 87.19.xj; 05.70.Ln; Entropy thermodynamics, 05.70.-a; Complex systems, 82.39.Rt; Therapeutic applications, 87.50.wp

Cervical cancer is one of the leading causes of death for women in the world [1]. Current therapeutic strategies are targeted at surgical intervention, followed by radio and chemotherapies [2, 3]. The negative side effects of these conventional therapies, which in many cases deteriorate the patient's quality of life and even lead to premature death, are well known.

In this sense, other kinds of adjuvant therapies should be considered as well. This includes electrotherapy [4] and hyperthermia [5]. They have local character, are easy to implement and minimally invasive. These therapies significantly reduce the volume of the tumor mass and even the total elimination of the tumor without reported regression [6,7]. Therapies cause a variation in intra- and extracellular (electrotherapy) [8], as well as a local increase in temperature (hyperthermia) that could affect the cellular metabolism of tumor cells, in particular the glycolysis process.

Despite the numerous attempts to explain and clarify the possible mechanisms of action of these therapies [9,10], there is still no consensus on their mechanism of action. This is the main limitation for their implementation as a therapeutic modality in the treatment of solid tumors [11] in the practice of Clinical Oncology.

It is well-known that most of tumor cells show a high glycolytic rate compared with normal cells. This phenomenon is known in the literature as Warburg's effect [12]. The significant increase of glycolysis rate observed in tumors has been recently verified, yet few oncologists or cancer researchers understand the full scope of Warburg's work [12,13] despite of its great importance. Altered energy metabolism is proving to be as widespread in cancer cells as many of the other cancer-associated traits that have been accepted as hallmarks of cancer [14].

The goal of this work is to determine the possible influence of electrotherapy and hyperthermia on the mechanism of glycolysis in the tumor HeLa cells, by calculating the entropy production rate.

For this purpose, we consider the metabolic model proposed by Marín et al. [15] from experimental studies performed on the HeLa tumor line (cervical cancer cells) of three phenotypes: hypoglycemic, normoglycemic and hyperglycemic for extracellular glucose (Gluc) concentrations. For the modeling of the metabolic network the software COPASI v. 4.6.32 was used, available on the website http://www.copasi.org and the values of the parameters and concentrations reported by Marín et al. [15].

In previous works, we have shown how the production of entropy per unit of time can be used to select the fundamental steps in a mechanism of a complex network of biochemical reactions [16, 17] and, in turn, how it represents a distinctive behavior associated with cancer robustness [18] and associated with prognostic capacity.

The entropy production rate  $\frac{\delta S_i}{dt} \equiv S_i$ , at constant temperature T and pressure P and neglecting diffusive and viscous effects, of each of the reactions of the glycolysis process was evaluated without loss of generality [16] as

$$S_i = -\frac{1}{T} \Delta G_k \xi_k \tag{1}$$

where  $\xi_k$  represents the generalized flow, and  $\frac{1}{T}\Delta G_k$  the generalized force, i.e. the Gibbs free energy variation, of the reaction of the glycolysis process. The reaction velocity is obtained for each reaction by Copasi simulations.

The Gibbs free energy of the k-th reaction is written [19] as

$$\Delta G_k = \Delta G_k^{\bigoplus}(pH, T, I) + RT \sum_i \nu_i \ln c_i, \qquad (2)$$

where  $v_i c_i$  represent the stoichiometric coefficients and concentrations respectively of the involved biomolecules in each reaction and is the standard Gibbs free energy adjusted taking into account its dependence on temperature *T*, *pH* and ionic force *I* [20,21], in the physiological conditions used experimentally [15,21]: *I* = 0.18 M, *T* = 310.15 K and *pH* = 7. In electrotherapy the local temperature of the tumor mass remains constant and the ionic force is not affected [6]. The values of extracellular *pH* used were those reported in the literature: for cathodic *pH*  $\approx$  8 – 12 and anodic *pH*  $\approx$  2 – 6 electrotherapy [6]. The relation between extracellular and intracellular *pH* was taken into account. On the other hand, in hyperthermia, the temperature moves in the interval: *T*  $\approx$  309K–335K and *pH* and ionic force are not appreciably affected [7].

To calculate the rectified standard Gibbs free energy  $\Delta G_k^{\bigoplus}$  the equation (3) was used

$$\Delta G_k^{\bigoplus}(pH, T, I) = \sum_n \Delta G_n^{\bigoplus}(pH, T, I)$$
  
$$\Delta G_n^{\bigoplus}(pH, T, I) = \frac{T}{298.15} \Delta G_n^{\theta} + \left(1 - \frac{T}{298.15}\right) \Delta H^{\theta} + (N_H R T \ln 10 pH - \frac{RT\alpha(z^2 - N_H)\sqrt{I}}{1 + 1.6\sqrt{I}},$$
(3)

where  $\alpha = 1.20078 \text{ (kg/mol)}^{1/2}$  is the Debye-Hückel constant, z is the species charge, R = 8.31 J/(mol K) is the universal gases constant and  $N_H$  is the average number of hydrogen atoms bond to the species.

As shown in Fig. 1, the reaction catalyzed by the enzyme *ATPase* is significantly affected by the application of anodic electrotherapy (acidification of the extracellular medium: an anode electrode at the center of the tumor and a cathode subcutaneous, at the periphery [6]). A marked decrease in the entropy production rate is observed, which makes the process less robust [18,22].

It is known that *ATPase* is overexpressed in many types of cancers, which is associated as a consequence of the accelerated glycolysis of these cells [23]. This reaction is involved in the maintenance of a slightly alkaline intracellular  $pH(pH_i)$  which is advantageous for tumor cells and in turn acidifies the extracellular medium, which is known as reverse gradient, through pumping from the intracellular medium to vacuoles and to the extracellular medium, causing the death of healthy cells, favoring metastasis, radioresistance and immune leakage [24,25].

In this way a decrease could be interpreted as the loss of *ATPase* activity which would lead to a decrease in the tumor mass resulting from the cellular decrease, probably due to the important role it plays in the regulation of the cytoplasmic [16,19].

It is known that prolonged treatments with *ATPase* inhibitors induce cellular apoptosis [26–28], while short treatments

with these same substances induce cell stress and autophagy [29]. Recent studies have reported that inhibition of *ATPase* induces the formation of substances that potentiate apoptosis as the pro-apoptotic protein PNIP3 among others [26,30].



Figure 1. Dependence of the  $S_1$  with the *pH* for the reaction catalyzed by *ATPase* during the application of anodic electrotherapy.

Hyperthermia therapy consists in raising the local temperature of the tumor to approximate values of  $60^{\circ}$  [31]. It is known that at these temperatures the proteins are denatured [31]. Generally the efficacy of the same has been attributed precisely to this effect [32]. However, in the peripheral area of the tumor where most proliferating cells are found [33] the temperature only reaches the  $45^{\circ}$  [5]. These values apparently do not produce noticeable changes in the cells [31].

In Fig. 2, the dependence of the  $S_i$  with the *T* for the reaction catalyzed by the enzyme *LDH* (Lactate Dehydrogenase) is shown. This reaction guarantees the maintenance of the rate of glycolysis by regenerating the NADH (Nicotinamide adenine dinucleotide reduced), which contributes to redox balance. In turn, it causes acidification of the extracellular medium [34,35].



Figure 2. Dependence of the  $S_1$  with the pH for the reaction catalyzed by LDH during the application of hyperthermia.

As observed with the increase in temperature decreases the  $S_i$ . This phenomenon can be interpreted as a decrease in the robustness of such a reaction [16, 19]. It is known [36] that many therapies have targeted the inhibition of *LDH* and therefore the inactivation of *MCT*1 transporters (responsible for the transport of lactate to the outer cell) [37]. An analogous result using low frequency electromagnetic waves was recently found [38].

This reaction is also affected by cathodic therapy (basification of the extracellular medium: a cathode electrode at the center of the tumor and a subcutaneous anodic at the periphery [6]). As can be seen in Fig. 3, the increase in extracellular *pH* causes a marked decrease of that of this reaction. This is a clear indicator that lactate production is significantly affected; in this way the process becomes less robust [18, 21].



Figure 3. Dependence of the  $S_1$  with the pH for the reaction catalyzed by LDH during the application of cathodic electrotherapy.

It appears that the positive effects of these therapeutic techniques can be attributed to their ability to selectively affect fundamental reactions within the glycolytic process of cancer. This causes a decrease in the robustness of the metabolism of cancer cells. In this way, with the joint implementation of such therapies an increase in the effectiveness of the treatments would be achieved.

#### I. ACKNOWLEDGEMENTS

Prof. Dr. A. Alzola in memoriam. Finally, we thank the anonymous reviewers for their helpful comments and interesting suggestions

#### REFERENCES

- O. Ginsburg, F. Bray, M. P. Coleman, V Vanderpuye, A. Eniu, S. R. Kotha and J. Gralow, The Lancet 389, 847 (2017).
- [2] S. S. Olmedo, B. Q. Capoverde, J. B. Cruz and J. C. Zambrano, Rev. Med. HJCA 5, 113 (2017).

- [3] J. Verma, B. J. Monk and A. H. Wolfson, Semin. Radiat. Oncol. **26**, 344 (2016).
- [4] F. L. Cury, B. Bhindi, J. Rocha, E. Scarlata, K. El Jurdi, M. Ladouceur and S. Chevalier, Bioelectrochemistry 104, 1 (2015).
- [5] K. F. Chu and D. E. Dupuy, Nat. Rev. Cancer 14, 199 (2014).
- [6] S. Bimonte, M. Leongito, V. Granata, A. Barbieri, V. D. Vecchio, M. Falco and A. Amore, Rad. and Onc. 50, 14 (2016).
- [7] O. A. Beg, A. Sohail, Z. Ahmed, S. Arshad and L. Sherin, Bull. Cancer, (2017).
- [8] L. Counillon, Y. Bouret and I.Marchiq and J. Pouysségur, Biochim. Biophys. Acta 1863, 2465 (2016).
- [9] M. K. Stehling, E. Guenther, P. Mikus, N. Klein, L. Rubinsky and B. Rubinsky, PLoS One 11, e0148317 (2016).
- [10] S. Jahangeer, P. Forde, D. Soden, Hinchion, J. Cancer Treat. Rev. 39, 862 (2013).
- [11] R. A. Cowan, R. E. O'Cearbhaill, O. Zivanovic, D. S. Chi, Int. J. Hyperthermia 1, 263 (2017).
- [12] L. Schwartz, T. Seyfried, K. O. Alfarouk, J. D. V. Moreira, S. Fais, Semin. Cancer Biol., (2017).
- [13] R. A. Gatenby and R. J. Gillies, Int. J. Biochem. Cell Biol. 39, 1358 (2007).
- [14] D. Hanahan and R. A. Weinberg, Cell 144, 646 (2011).
- [15] A. Marín-Hernández, S. Y. López-Ramírez, D. Mazo-Monsalvo, J. C. Gallardo-Pérez, S. Rodríguez-Enríquez, R. Moreno-Sánchez and E. Saavedra, FEBS J. 281, 3325 (2014).
- [16] A. Guerra, L. Triana, S. Montero, R. Martin, J. Rieumont and J. M. Nieto-Villar, Rev. Cubana Fis. 31, 103 (2014).
- [17] S. Montero, R. R. Martin, A. Guerra, O. Casanela, G. Cocho and J. M. Nieto-Villar, J. Adenocarcinoma 1, 2 (2016).
- [18] E. Izquierdo-Kulich and J.M. Nieto-Villar, Morphogenesis and complexity of the tumor patterns. In Without Bounds: A Scientific Canvas of Nonlinearity and Complex Dynamics, (Springer Berlin Heidelberg, 2013) pp. 657-691.
- [19] E. Izquierdo-Kulich, E. Alonso-Becerra and J. M. Nieto-Villar, Int. J. Mod. Phys. **2**, 615 (2011).
- [20] X. Li, R. K. Dash, R. K. Pradhan, F. Qi, M. Thompson, K. C. Vinnakota and D. A. Beard, J. Phys. Chem. B 114, 16068 (2010).
- [21] R. A. Alberty, Biochemical thermodynamics: applications of Mathematica, (John Wiley & Sons, 2006).
- [22] J. M. Nieto-Villar, E. Izquierdo-Kulich, J.A. Betancourt-Mar and E. Tejera, Complejidad y auto-organización de patrones naturales, 1era Ed. (Editorial UH, Cuba, 2013), pp. 10.
- [23] C. McGuire, K. Cotter, L. Stransky and M. Forgac, BBA-Bioenerg. 1857, 1213 (2016).
- [24] L. Stransky, K. Cotter and M. Forgac, Physiol. Rev. 96, 1071 (2016).
- [25] K. Cotter, L. Stransky, C. McGuire and M. Forgac, Trends Biochem. Sci. 40, 611 (2015).

- [26] R. M. Graham, J. W. Thompson and K. A. Webster, Oncotarget 5, 1162 (2014).
- [27] C. M. Schempp, K. von Schwarzenberg, L. Schreiner, R. Kubisch, R. Müller, E. Wagner and A. M. Vollmar, Mol. Cancer Ther. 13, 926 (2014).
- [28] P. McHenry, W. L. W. Wang, E. Devitt, N. Kluesner, V. J. Davisson, E. McKee and M. Tenniswood, J. of Cell. Biochem. **109**, 634 (2010).
- [29] K. von Schwarzenberg, R. M. Wiedmann, P. Oak, S. Schulz, H. Zischka, G. Wanner and A. M. Vollmar, J. of Bio. Chem. 288, 1385 (2013).
- [30] L. S. Schneider, K. von Schwarzenberg, T. Lehr, M. Ulrich, R. Kubisch-Dohmen, J. Liebl and A. M. Vollmar, Cancer Res. 75, 2863 (2015).
- [31] D.L. Nelson and M.M. Cox, Principles of biochemistry, 5th Ed. (W. H. FreeMan and Company, New York, 2008),

pp. 528.

- [32] R. Madankan, C. MacLellan, S. Fahrenholtz, J. Weinberg, G. Rao, J. Hazle and D. Fuentes, Med. Phys. 43, 3406 (2016).
- [33] A. Brú, S. Albertos, J. L. Subiza, J. L. García-Asenjo and I. Brú, Biophys. J. 85, 2948 (2003).
- [34] H. A. Coller, Am. J. Pathol. 184, 4 (2014).
- [35] F. Hirschhaeuser, U. G. Sattler and W. Mueller-Klieser, Cancer Res. **71**, 6921 (2011).
- [36] A. Le, C. R. Cooper, A. M. Gouw, R. Dinavahi, A. Maitra, L. M. Deck and C. V. Dang, Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A. 107, 2037 (2010).
- [37] G. Di Stefano, M. Manerba, L. Di Ianni and L. Fiume, Future Med. Chem. 8, 713 (2016).
- [38] U. Lucia and A. Ponzetto, Physica A 467, 289 (2017).

# ISOLATION OF POLYSACCHARIDES, FUCOSE AND OTHER OPTICALLY ACTIVE COMPOUNDS FROM MARINE VEGETABLE EXTRACTS BY MEANS OF LIQUID CHROMATOGRAPHY WITH A LASER POLARIMETRIC DETECTOR

AISLAMIENTO DE POLISACÁRIDOS, FUCOSA Y OTROS COMPUESTOS ÓPTICAMENTE ACTIVOS DE EXTRACTOS VEGETALES MARINOS MEDIANTE CROMATOGRAFÍA LIQUIDA CON DETECTOR POLARIMÉTRICO LÁSER

O. Valdés-Iglesias<sup>a†</sup>, V. Fajer<sup>b</sup>, S. Naranjo<sup>b</sup>, K. González<sup>a</sup>, Y. Hernández<sup>a</sup>, W. Mora<sup>b</sup>, C. Fonfría<sup>b</sup>, E. Arista<sup>b</sup>, S. Fernández<sup>b</sup>, V. Hormazac<sup>c</sup>

a) Instituto de Ciencias del Mar (ICIMAR), 10400 La Habana, Cuba; ovaldes295@cebimar.cu<sup>†</sup>
b) Center of Technological Applications and Nuclear Development (CEADEN), 11300 Havana, Cuba
c) Cuban Research Institute for Sugar Cane Derivatives (ICIDCA), 11000 Havana, Cuba
† corresponding author

Recibido 16/3/2017; Aceptado 12/10/2017

PACS: Optical methods, 83.85.-c.Ei; Chromatography, 82.80.-d Bg; Light-emitting devices, 85.60.-q .Jb; Carbohydrates, 87.14.-g.Df; Structure of biomolecules, 87.15.-v B; Biochemical separation processes, 87.80.-y.Qk

The combination of molecular exclusion liquid chromatography and laser polarimetric detection has made feasible the isolation of polysaccharides from seaweeds and marine angiosperms extracts. Computer programs, developed at CEADEN, made easy to display on line chromatograms and store electronic data. Marine vegetables are a source of natural bioactive compounds that can be used in pharmaceutical and nutraceutical industries. Polar extracts of *Stypopodium zonale* and *Sargassum fluitans* (Phaeophyceae) and Thalassia testudinum (Hydrocharitaceae), species that are highly represented in Cuban seashores, were studied and their pharmacological activity was tested by "in vivo" and "in vitro" assays [1] and [2]. A voucher specimen of each collected specie was deposited at the Cuban National Aquarium Collection. The aim of this work was to demonstrate the effectiveness of a continuous flow liquid chromatographic system using a combination of Sephadex G-10 and G-50 and polarimetric detection to recognize and isolate some optically active constituents from these marine vegetable extracts.

The size exclusion chromatography system [3] (Fig. 1) is basically composed of two interconnected columns (150 and  $300 \pm 0, 2$  mm long and  $25 \pm 0, 1$  mm inner diameter), packed with Sephadex G-10 (exclusion limit 0,7 kDa) and G-50 (exclusion limit 10 kDa), respectively, both from Amersham Pharmacia Biotech., Uppsala, Sweden. The whole system is equilibrated with Milli Q water, which is also used as mobile phase at a flow rate of 5 mL/min.

Extracts were prepared mixing dried and ground samples in ethanol:water (1 : 1), except for *S. zonale* which was mixed in acetic acid (1 mol  $L^{-1}$ ). The extracts were filtered and concentrated using a vacuum rotoevaporator at temperatures

lower than 45°C until waterless. Five mL of each diluted sample (2g/50mL) were injected into Sephadex G-10 column after being centrifuged at 24°C and 2000 x g and filtered through Whatman  $\sharp$  1 filter paper.



Figure 1. Size exclusion chromatography system and polarimetric laser detector.

The laser polarimetric detector with a He-Ne beam of 1 mm diameter and a measuring interval of one second has a continuous flow polarimetric tube of  $100 \pm 0.02$  mm of length and a volume of 0.6 mL placed into the polarimeter chamber connected to the outlet of the second column (Sephadex G-50). The on line detector is also connected to a computer. The system (Fig. 1) includes programs for data acquisition (ADQUIPOL) and data processing and storing

#### (CROMAPOL).

Eluted fractions of 10 mL each, corresponding to relative maxima sugar constituents by HPLC (Column Eurokat Ca, (300 × 8 mm i.d.), Milli Q water was used as mobile phase, isocratic with a flow rate of 0.6 mL/min, a column temperature of 85°C and 20  $\mu$ L injection volume). A refractive index detector was used. Standards of nistose (tetrasaccharide), kestose (trisaccharide), sucrose (disaccharide), glucose and fructose (monosaccharide) were used as reference standards (0.02 g/mL) (Data not shown).

The described procedure gave information about the polarized light deviation of high, medium and low molecular mass polysaccharide composition of extracts of *S. zonale, S. fluitans* and *T. testudinum* in quite a short time and with minimum expenses (Fig. 2, 3 and 4). It also allowed the separation of their fractions for further analysis to disclose their partial biological characterization. An example of that disclosure is represented by one of the fractions of *S. zonale* extract (Fig. 2). Tri, di and monosaccharides (possibly responsible for leishmanicidal bioactivity [4]), contained in such a fraction, were detected by HPLC (data not shown).



Figure 2. S. zonale extract chromatogram profile. Red, blue and green lines are replicates of the same sample.

The chromatographic profile of *S. fluitans* extract (Fig. 3), twice replicated (blue and green lines), showed a prevailing levorotatory fraction identified as L(-) fucose, according to signals of this standard (red line). Fucoidan is a sulphated polysaccharide mainly found in the cell-wall matrix of various brown seaweed species [5]. Fucose is an hexose deoxy-sugar which is the fundamental subunit of a fucoidan polysaccharide. Among the biological properties of this fucoidan polysaccharide have been found anticoagulant and antithrombotic [6], antitumor [7] and inmunomodulator [8] activities.

Besides, the chromatographic profile obtained from *T. testudinum* extract (Fig. 4) showed some replicated dextrorotatory relative maxima (blue and green lines). Precisely, in the extracts of this specie have been described some sulfated glycosilated flavonoids [9] which have

an important biological activity in the repairing of UVB-damaged skin [10,11].



Figure 3. Chromatography separation of aqueous fraction of *S. fluitans* extract and the signal corresponding to the fucose standard (red line).



Figure 4. P Chromatographic profile of 3 *T. testudinum* sample extracts represented in different colors.

#### ACKNOWLEDGMENT

The authors are grateful for the assistance of Lorenzo Hernández.

#### REFERENCES

 O. Valdés-Iglesias. N. Díaz, Y. Cabranes, M. E. Acevedo, A. J. Areces, L. Graña, C. Díaz, Rev. Avicennia 16, 26 (2003).

- [2] R. Núñez, A. Garateix, A. Laguna, M.D. Fernández, E. Ortiz, M. Llanio, O. Valdés, A.A. Rodríguez, R. Menéndez, Pharmacol. on line 3, 111 (2006).
- [3] V. Fajer, C. W. Rodríguez, T. Cepero, S. Naranjo, E. Arista, W. Mora, G. Mesa, H. Fernández, J. Arteche and G. Cossio, Rev. Cubana Fis. 25, 18 (2008).
- [4] L. Monzote, private communication.
- [5] J. You-Jin, J. P. Wijesinghe and K Se-Kwon, Adv. Food Nut. Res. 64, 12 (2011).
- [6] M. De Zoisa, C. Nikapitiya, Y.J. Jeon, Y. Jee, and J. Lee, J. Appl. Phycol. 20, 67 (2008).
- [7] N.Y. Lee, S.P. Ermakova, T.N. Zvyagintseva, K.W. Kang, Z. Dong and S. Choi, Food Chem. Toxicol. 46, 1793

(2008).

- [8] M.H. Kim and H.G. Joo, Immunol. Lett. 115, 138 (2008).
- [9] E.L. Regalado, R. Menéndez, O. Valdés, R.A. Morales, A. Laguna, O.P. Thomas, Y. Hernández, C. Nogueiras and A. Kijjoa, Nat. Prod. Commun. 7, 47 (2012).
- [10] E. Regalado, M. Rodríguez, R. Menéndez, A.A. Concepción, C. Nogueiras, A. Laguna, A. A. Rodríguez, D.E. Williams, P. Lenzo-Luaces, O. Valdés, Mar Biotechnol. 7, 21 (2009).
- [11] A. Fagundo, M. Rodríguez, K. González, O. Valdés-Iglesias, Y. Hernández, A. Concepción, O. Valdés Martínez, Rev. Mar 8, 107 (2016).

### SISTEMA DE CONTROL PARA LÁSER SEMICONDUCTOR DE ALTA POTENCIA CONTROL SYSTEM FOR A HIGH POWER SEMICONDUCTOR LASER

M. González-Pérez<sup>a</sup>, I. Vázquez-Hernández<sup>a</sup>, L. Hernández-Tabares<sup>b†</sup>, P.J. Larrea-Cox<sup>b</sup>, O. Morales-Valdés<sup>b</sup>

a) Facultad de Ingeniería Automática y Biomédica, Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría" (CUJAE), 19390 La Habana, Cuba
 b) Centro de Aplicaciones Tecnológicas y Desarrollo Nuclear (CEADEN), 11300 La Habana, Cuba; lorenzo@ceaden.edu.cu<sup>+</sup>
 + autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 27/4/2017

PACS: Semiconductor lasers, 42.55.Px; applications of lasers, 42.62.-b; Control devices, 07.07.Tw; biomedical Engineering, 87.85.-d

Los diodos láser semiconductores tienen un gran número de aplicaciones en la industria y la medicina. Estos dispositivos tienen como ventaja su elevada eficiencia, larga vida media, bajo costo, reducido volumen y peso, permiten la modulación directa de la radiación emitida y consumen muy poca energía [1].

Mientras que los láseres de baja potencia utilizados en medicina logran los efectos terapéuticos: analgésico, antinflamatorio y de regeneración tisular, los de alta potencia provocan efectos físicos visibles inmediatos, tales como el corte, la coagulación y la vaporización de los tejidos, por lo que se emplean en la cirugía como sustitutos del bisturí convencional [1–3]. El empleo de estos láseres tiene como ventaja la disminución del sangrado, un menor daño tisular, bajo dolor postoperatorio y la reducción del tiempo de cicatrización y de cirugía [4–6].

Los láseres más utilizados en cirugía estomatológica son el Er:YAG y el Er,Cr:YSGG. Estos láseres, comparados con el semiconductor, poseen mayor costo y tamaño por estar compuestos por un medio activo de cristal sólido y necesitar un bombeo mediante lámpara [7,8]. El láser semiconductor de alta potencia se utiliza también en diversas aplicaciones estomatológicas: cirugía de tejidos blandos, incisión y drenaje de abscesos, biopsias, obtención de hemostasia en los procedimientos quirúrgicos con excesivo sangrado y tratamiento de perimplantitis. Por su efecto bactericida, tiene indicaciones específicas en periodoncia y en endodoncia [2].

Por otra parte, las investigaciones en óptica y láser en Cuba han involucrado a centros dedicados a la investigación y al desarrollo de aplicaciones afines, como el Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (ISPJAE) y el Centro de Aplicaciones Tecnológicas y Desarrollo Nuclear (CEADEN), que actualmente mantiene un lugar importante en el desarrollo e introducción de instrumentos ópticos en el país [9]. En este sentido, se han desarrollado equipos con diodos láseres de baja potencia, empleados para el tratamiento de diversas patologías [10].

En este trabajo se reporta el desarrollo del sistema de control de un equipo de uso quirúrgico para estomatología, el cual

controla un diodo láser de 976 nm de longitud de onda, con una potencia de salida hasta 10 W, emisión continua, y otros circuitos asociados. En el mercado existe una gran variedad de equipos que utilizan láser semiconductor para cirugía estomatológica (Tabla 1). Estos equipos se componen básicamente por una consola con un cable de fibra óptica y un aplicador en el extremo por donde se emite el haz de alta potencia y otro de baja potencia que funciona como guía visible [11]. Para el accionamiento del láser se utiliza un pedal, al tener el operario ambas manos ocupadas en la cirugía. Cuentan también con un botón de parada de emergencia, un interruptor de encendido y apagado a base de llave, indicador de conexión de fibra óptica y control de potencia de emisión [12].

Tabla 1. Equipos de láser semiconductor para cirugía estomatológica existentes en el mercado.

Marca y	Longitud de	Potencia	Régimen de
modelo	onda (nm)	máx. (W)	omisión
Denlase Dental	810 y 980	7	Continuo y
Diode Laser			pulsado
Biolase Inc. Epic X	980	10	Continuo
Deka Laser Diodo			
Smart	980	5	Continuo y
			pulsado
OrotigMed LASER	915	6	Continuo y
Pocket			pulsado
SironaSIROLaser	970	7	Continuo y
Advance			pulsado

El sistema diseñado está compuesto por dos tarjetas principales: la tarjeta fuente y la tarjeta de control (Figura 1). La primera suministra las tensiones requeridas por el equipo. La segunda posee un microcontrolador PIC18F4550 y otros circuitos necesarios para automatizar el equipo.

Existen también varios componentes externos a ambas tarjetas: el módulo láser (G980-10WD-14HHL-PTFS), el driver del módulo láser (LDP-CW 18-05), y el driver del Enfriador Termoeléctrico o TEC (PL-TEC 2-1024).

La tarjeta de control se compone de varios circuitos como el de control de potencia y el de alimentación del láser guía (Figura 2a).



Figura 1. Diagrama en bloque del sistema láser de alta potencia.

El primero controla la potencia de emisión del diodo láser de alta potencia al aplicar una tensión a un pin del driver del módulo láser. El segundo controla y alimenta al láser guía. El circuito de medición de potencia y detección de fibra óptica (Figura 2b) verifica la potencia de emisión del haz midiendo la corriente que circula por el fotodiodo de monitoreo del láser. La detección del acople de fibra óptica se realiza al medir la corriente que circula por otro fotodiodo dentro del módulo láser. El control del driver del TEC (Figura 2c) es una interfaz de comunicación entre este último y el microcontrolador, permitiendo el control digital de los parámetros del enfriador termoeléctrico. Maneja también las señales de habilitación y comprobación de error en este driver.



Figura 2. Circuitos de la tarjeta de control.

REVISTA CUBANA DE FÍSICA, Vol 35, No. 1E (2018)

En conclusión, se logró diseñar un prototipo de sistema de control, utilizando componentes que cumplen los requerimientos técnicos de la aplicación (Figura 3) y se verificó su correcto funcionamiento mediante pruebas experimentales.

Figura 3. Circuitos de la tarjeta de control.

Se ha logrado asimilar un *know-how* propio relacionado con la tecnología de los láseres para cirugía estomatológica, como parte del desarrollo del primer equipo de láser semiconductor para aplicaciones quirúrgicas en el país. [1] A. M. Combarro *et al.*, Láser de baja potencia. Física y aplicaciones médicas, (Cubaenergía, La Habana, 2011).

REFERENCIAS

- [2] A. Hernández, El láser terapéutico en la práctica médica actual, 2da Ed. (Editorial Científico-Técnica, La Habana, 2014).
- [3] A. J. España, J. Arnabat, L. Berini, y C. Gay, RCOE 9, 497 (2004).
- [4] M. A. Pulido-Rozo, L.R. Tirado-Amador, and C.C. Madrid-Troconis, Rev. Clin. Periodoncia Implantol. Rehabil. Oral 8, 157 (2015).
- [5] E. Azma and N. Safavi, J. Lasers Med. Sci. 4, 206 (2013).
- [6] R. M. Patel, S. Varma, G. Suragimath, K. Abbayya, S.A. Zope, and Vishwajeet Kale, J. Dent. Lasers 9, 94 (2015).
- [7] V. Revilla-Gutiérrez, J. Arnabat-Domínguez, A. J. España-Tost, and C. Gay-Escoda, RCOE 9, 551 (2004).
- [8] J. Diaci and B. Gaspirc, J. LAHA 2012, 1 (2012).
- [9] V. Fajer and M. Sánchez, Rev. Cubana Fis. 32, 2 (2015).
- [10] A. M. Combarro et al., Rev. Cubana Fis. 28, 2 (2011).
- [11] M. H. Niemz, Laser-Tissue Interactions. Fundamentals and Applications, 3ra Ed. (Springer, Heidelberg, Germany, 2007).
- [12] IEC, "60601-2-22:2007 Medical electrical equipment" (IEC, Ginebra, 2007).



### SIMULACIÓN DE LA SEÑAL ÓPTICA EN UN POLARÍMETRO AUTOMÁTICO BASADO EN EL EFECTO FARADAY SIMULATION OF THE OPTICAL SIGNAL IN AN AUTOMATIC POLARIMETER BASED IN THE FARADAY EFFECT

E. Arista Romeu<sup>a,b†</sup>, J. Ravelo Triana<sup>a</sup>, V. Fajer-Avila<sup>a</sup>

a) Departamento Desarrollo Instrumentación, Centro de Aplicaciones Tecnológicas y Desarrollo Nuclear (CEADEN), 11300 La Habana, Cuba; arista@ceaden.edu.cu<sup>+</sup>

b) Laboratorio de Biofotónica, ESIME- Zac. Instituto Politécnico Nacional (IPN), 07738 Ciudad de México, México

+ autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 27/4/2017

PACS: Image processing, 07.05.Pj; Pattern recognition, 42.30.Sy; Data analysis: algorithms and implementation, 07.05.Kf; Imaging in biological physics, 87.57.2s; Functional analysis, 02.30.Sa.

La polarimetría es el método mundialmente aceptado para la determinación de la concentración de sacarosa en los procesos de la industria azucarera. También se utiliza en la industria médico-farmacéutica como método analítico para realizar el control de calidad de las materias primas de fármacos ópticamente activos [1–4].

En [3] se muestra un bloque esquema de un polarímetro basado en el principio magnetoóptico. La presencia de un camino óptico en este tipo de instrumentos es una dificultad para determinar la forma de las señales eléctricas que se obtienen a la entrada de los circuitos electrónicos de medición y cuya solución motiva el presente trabajo.

Las celdas de modulación y de compensación [5] están constituidas por solenoides en cuyo interior se encuentra una barra de vidrio, generalmente del tipo Flint pesado. Su funcionamiento se basa en el efecto Faraday que consiste, en que en presencia de un campo magnético, el vidrio adquiere actividad óptica, o sea, produce un giro del plano de polarización de la luz linealmente polarizada, el cual viene dado por la expresión 1.

$$\Delta X = K l H. \tag{1}$$

Donde  $\Delta X$  es el giro del plano de la luz polarizada debido al efecto Faraday, *l* la longitud de la barra de vidrio, *K* la constante de Verdet y *H* la intensidad del campo magnético.

En el presente caso al solenoide modulador se le aplica una señal alterna de 18 kHz, lo cual provoca la oscilación del plano de polarización de la luz.

A continuación se deducirá [6] la expresión para la intensidad luminosa que se obtiene detrás del polarizador analizador. De acuerdo con la ley de Malus, la intensidad de la luz viene dada por la expresión:

 $I = I_0 \cos^2(X + \Delta X). \tag{2}$ 

Donde, X es el ángulo formado entre los planos de la

polarización de los prismas polarizadores, I es la intensidad luminosa e  $I_0$  la amplitud de la misma.

Tomando el valor de la expresión del campo magnético en un solenoide ideal:

$$H = in/l', \tag{3}$$

donde, *i* es la corriente en el solenoide, *n* el número de vueltas y *l*' su longitud e introduciendo el valor de *H* en (1) se tiene:

$$\Delta X = Kl(\frac{in}{l'}) = K'i = KnI.$$
(4)

El valor de la corriente alterna *i* viene dado por:

$$i = i_0 \sin(\omega t) \tag{5}$$

Sustituyendo 4 y 5 en 2 se obtiene:

$$I = I_0 \cos^2(K'i_0 \sin(\omega t) + X).$$
(6)

La forma de onda de esta expresión se corresponde con la señal obtenida en el fotodetector por el efecto del modulador en ausencia de la acción de la celda compensadora o en el momento cuando se produce la compensación (con distinta amplitud). La señal contiene una componente característica con el doble de la frecuencia usada en la bobina de la celda moduladora en estos casos.

El solenoide compensador trabaja de forma similar y puede ser superpuesto al de modulación con la diferencia de que la corriente responde a una expresión lineal que gráficamente se visualiza como una rampa y que la ley de Malus (2) se aplicaría entonces a la intensidad resultante del campo magnético:

$$H_{res} = H_{mod} + H_{rampa}.$$
 (7)

 $H_{res}$ ,  $H_{mod}$  y  $H_{rampa}$  son las intensidades del campo magnético resultante, de la bobina moduladora y de la bobina compensadora respectivamente.

Obteniéndose de modo similar la siguiente expresión al introducir en (8) un término lineal:

$$I = I_0 \cos^2(K''t + K'i_0 \sin(\omega t) + X).$$
 (8)

~

Finalmente se debe tomar en cuenta la influencia del fotodetector (preamplificador) que introducirá un offset o corrimiento en CD, distintos tipos característicos de ruidos (no incluidos en la simulación), etc. En la Figura 1 se presenta el circuito de simulación en Altium [7] de la expresión anterior con los capacitores de desacoplamiento, la inclusión

del offset del preamplificador y la formación de la señal de referencia de fase. Para mostrar la utilidad del modelo anterior se utilizará el circuito de la Figura 2, donde se implementa un circuito [8] para detectar el instante en que ocurre la compensación en base a los circuitos integrados AD630 y LM311, el primero es un modulador/demodulador en una configuración estándar y el segundo un comparador, se adiciona la resistencia R3 como protección por el gran intervalo de tensión diferencial de entrada posible y se añadieron los componentes R7 y C3 que pudieran no ser necesarios con otros comparadores.



Figura 1. Circuito de simulación de la señal óptica en Altium.

Para la simulación se debe esperar el establecimiento del régimen de operación del circuito bajo investigación. Para lograr esto se usó una rampa con varios ciclos de subida-bajada: en la Figura 3 se muestra el último de ellos. La rampa tiene la siguiente formación según la notación SPICE: 0 U 0 V 0.1 m 0 V, 0.2 m 1.5 V, 0.3 m 0 V, 0.4 m 0 V, 0.1 s 1.5 V, 0.11 s 0 V, 0.12s 0V, 0.32s 1.5V, 0.33s 0V, 0.34s 0V. En esta notación se indican los puntos de inflexión de la función V(t) con dos valores, el primero de los cuales es el tiempo y el segundo la tensión ambos con las unidades y los múltiplos incluidos y utilizando el punto decimal.

En la Figura 3 se muestra un intervalo que comienza en 0.1 s para mostrar un ciclo de señal de rampa y se distinguen claramente las dos regiones de la rampa de compensación con los vértices de cambio a 0.12, 0.32 y 0.33 s. En la parte superior, la envolvente de la forma de onda de entrada ,en la parte inferior en carmelita la señal a la entrada del comparador y en azul la salida del comparador. La compensación ocurre en la parte de medición (creciente) de la rampa incluso sin ninguna sustancia ópticamente activa por la rotación del

prisma (ángulo inicial) aunque en dicha figura existe un desfasaje adicional de 0.1 radianes simulando la presencia de una sustancia ópticamente activa como muestra.

Aunque el modelo simplifica algunos aspectos físicos, los resultados de la simulación son de utilidad para determinar los elementos de mayor sensibilidad del circuito estudiado: en este caso la resistencia R2, que pudiera ser optimizada.

Los valores de  $K'i_0$  y de  $I_0$ , usados en el modelo como valores para las fuentes de tensión, se pueden determinar experimentalmente para un instrumento determinado aunque se conoce su dependencia de parámetros como la constante de Verdet, la longitud y número de vueltas del solenoide. La intensidad luminosa  $I_0$ , depende de la fuente de luz usada y de las pérdidas en el polarizador y por la absorción en la sustancia bajo medición,  $i_0$  es el valor máximo de la corriente usada en la bobina de modulación.

El valor de V3 se puede usar para simular el giro óptico causado por una sustancia ópticamente activa que estuviera siendo medida en el instrumento.



Figura 2. Circuito de simulación en Altium.

V8 determina la frecuencia de modulación y con V9 se modela la rampa de compensación, cuyos parámetros deben ser ajustados de acuerdo a las mediciones experimentales, sin embargo, aunque algunos parámetros como el número de vueltas son de muy difícil variación (una vez construida la bobina), otros como la corriente usada, o los tiempos de subida y bajada de la rampa pudieran ser optimizados. Con V4 se simula ruido blanco que se adiciona a la señal y de

modo similar se podría añadir otros tipos de ruidos, tensiones de offset, etc, que pudieran ser necesarios para simular algún fotodetector específico utilizado. Fue posible simular la señal óptica recibida en el fotodetector de un polarímetro automático láser. De este modo se puede integrar el camino óptico del instrumento a la simulación de los circuitos electrónicos y realizar la optimización de sus componentes según los criterios que se establezcan.



Figura 3. En la parte superior la envolvente de la señal de entrada. En la parte inferior en carmelita la envolvente de la señal a la entrada del comparador y en azul la salida del mismo.

#### REFERENCIAS

- V. Fajer V, C. Rodríguez, T. Cepero, S. Naranjo, E. Arista, W. Mora, G. Mesa, H. Fernández, J. Arteche, V. Hormaza y G. Cossío, Rev. Cubana Fis. 25, 81 (2008).
- [2] C. W. Rodríguez, T. Cepero, V. Fajer, S. Naranjo, W. Mora, E. Arista, G. Mesa, H. Fernández, J. Fernández and D. Piñón, Sugar Tech 11, 392 (2009).
- [3] V. Fajer, C. W. Rodríguez, S. Naranjo, H. Fernández, W. Mora, T. Cepero, E. Arista, G. Mesa, G. Cossío, J. Arteche and C. Fonfría, Sugar Tech 13, 13 (2011).
- [4] M. F. Nolting, in 1976 Meet. American Society of Sugar

Cane Technologists (American Society of Sugar Cane Technologists, Baton Rouge, 1977).

- [5] R. M. Duffy and R. P. Netterfield, Rev. Sci. Instrum. 55, 713 (1984).
- [6] E. Arista, "Modernización de polarímetro automático Láser". Tesis de maestría, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, La Habana, 2012.
- [7] A. A. Beltran Jr., C. D. Hiwatig, N. J. R. Laguna–Agustin and M. B. Villanueva, Int. J. Sci. Eng. Technol. 3, 1239 (2014).
- [8] E. Arista-Romeu, W. Mora-Mazorra y V. Fajer-Ávila, Rev. Cubana Fis. **28**, 1E26 (2011)

### UN MODELO BASADO EN ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS PARA ESTUDIOS DE LOS MOVIMIENTOS SACÁDICOS EN PACIENTES CON ATAXIA ESPINOCEREBELOSA DE TIPO 2 (SCA2) A MODEL BASED ON ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS TO STUDIES OF SACCADIC

C. Mora<sup>a†</sup>, C. Velázquez<sup>a</sup>, R. Urquiza<sup>a</sup>, R. Becerra<sup>b</sup>, E. Vázquez<sup>c</sup>

a) Facultad de Informática y Matemática, Universidad de Holguín, 80100 Holguín, Cuba; cmorab@uho.edu.cu<sup>+</sup>

MOVEMENTS IN PATIENTS WITH SPINOCEREBELAR ATAXY TYPE 2 (SCA2)

b) Universidad de Granada, 18010 Granada, España

c) Universidad Politécnica Salesiana, Sede Cuenca, 010105 Cuenca, Ecuador

+ autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 25/10/2017

PACS: Computer modeling and simulation, 07.05.Tp; Modeling of biomedical systems, 87.85.Tu, Differential equations, 87.10.Ed

#### I. INTRODUCCIÓN

El término ataxia se emplea para describir un trastorno de la marcha caracterizado por inestabilidad, incoordinación y aumento de la base de sustentación [1]. Los movimientos oculares son afectados y en especial las sácadas, caracterizadas por una amplitud angular y por la rapidez cuando la vista se dirige hacia un objetivo. Esos movimientos experimentan alteraciones en los enfermos con SCA2, por lo que su detección temprana es de capital importancia para el diagnóstico. Se han realizados intensas investigaciones como las de A. T. Bahill [2] y J. Enderle, A. Ghahari y W. Zhou [4–6], para el caso de la modelación de los movimientos oculares en personas sanas tales.

#### I.1. Modelo para los movimientos sacádicos

El músculo tiene una estructura compleja. Según el modelo de Bahill [2,5], las seis ecuaciones diferenciales se deducen a partir de considerar el globo ocular como un cuerpo con un momento de inercia J. El mismo puede rotar horizontalmente a un lado y a otro, bajo la acción de fuerzas viscosas y elásticas. Éstas últimas son ejercidas por los músculos que se modelan como resortes lineales y sometidos también a la acción de fuerzas de viscosidad. El sistema de ecuaciones adopta la forma:

$$\dot{x}_1 = x_4,\tag{1}$$

$$\dot{x}_{2} = \frac{K_{SE}^{2}}{(K_{LT} + K_{SE})B_{AG}}x_{1} - \frac{K_{SE}}{B_{AG}}x_{2} + \frac{K_{SE}^{2}}{(K_{LT} + K_{SE})B_{AG}}x_{5},$$
 (2)

$$\dot{x}_3 = \frac{K_{SE}^2}{(K_{LT} + K_{SE})B_{ANT}} x_1 - \frac{K_{SE}}{B_{ANT}} x_2 + \frac{K_{SE}^2}{(K_{LT} + K_{SE})B_{ANT}} x_6, \quad (3)$$

de conjunto con,

$$\dot{x}_4 = \frac{-2K_{SE} - K_P}{J} x_1 + \frac{K_{SE}}{J} x_2 + \frac{K_{SE}}{J} x_3 - \frac{B_P}{J} x_4, \tag{4}$$

$$\dot{x}_5 = \frac{cN_{AG} - x_5}{\tau_{AG}},$$
(5)

$$\dot{x}_6 = \frac{cN_{ANT} - x_6}{\tau_{ANT}}.$$
(6)

Las magnitudes que aparecen son:  $K_P$ ,  $K_{SE}$ ,  $K_{LT}$ : constantes elásticas referidas a la elasticidad pasiva, la serie elástica y la tensión longitudinal;  $B_{AG}$ ,  $B_{ANT}$ ,  $B_P$ : coeficientes de viscosidad asociados a los músculos agonistas, antagonista que fungen como resortes y al globo ocular que rota con fricción. Las funciones bajo el signo de las derivadas designan:  $x_1$ : posición del ojo;  $x_2$ : posición del nodo agonista;  $x_3$ : posición del nodo antagonista;  $x_4$ : velocidad del ojo;  $x_5 = F_{AG}$  y  $x_6 = F_{ANT}$  fuerzas de tensión del estado activo de los músculos agonista y antagonista;  $\tau_{AG}$  y  $\tau_{ANT}$ : constantes referidas a los tiempos de activación y desactivación de la sácada;  $N_{ANT}$  y  $N_{AG}$ : señales de control neuronal; *c*: factor de conversión.

#### II. RESULTADOS

Las entradas al modelo las constituyen las fuerzas de tensión del estado activo  $F_{AG}$  y  $F_{ANT}$  que están siendo modificadas por las señales de control neuronal  $N_{AG}$  y  $N_{ANT}$  que inervan el músculo. Así las ecuaciones 5 y 6 filtran las señales  $N_{AG}$  y  $N_{ANT}$  para introducirlas en el modelo y conocer como se está comportando la posición y la velocidad con respecto al tiempo.

Las mediciones fueron realizadas con ayuda de un electronistagmógrafo. Ello permitió confeccionar los

registros de las magnitudes para pacientes enfermos y sanos. Tales magnitudes son: las señales de control neuronal, las amplitudes de sácadas y sus velocidades. Las mediciones se procesaron en MATLAB en aras de simular las sácadas y sus perfiles de velocidad con ayuda de la herramienta SIMULINK.







Figura 2. Comportamiento de la velocidad de sácada en pacientes enfermos. Gráfica en color rojo: modelo de Bahill; gráfica en color azul: experimental.

En las figuras 1 y 2 aparecen los resultados experimentales (azul) y procesados (rojo) para las

amplitudes y las velocidades de sácadas respectivamente, en personas enfermas. El procesamiento para simularlas incluyó incorporar al modelo de Bahill las señales de control neuronal y las constantes adoptadas de [2]. Los gráficos muestran que las magnitudes involucradas no se comportan en correspondencia con el modelo.

En el caso de personas sanas, se obtuvo una correspondencia entre los valores experimentales y los predichos por el modelo de Bahill [3].

#### III. CONCLUSIONES

Las amplitudes de sácadas y sus correspondientes perfiles de velocidad según los resultados del modelo de Bahill para movimientos oculares en un plano horizontal, no se corresponden con los resultados de las mediciones en los pacientes enfermos con SCA2 [3].

#### REFERENCIAS

- L. C. Velázquez, Ataxia spinocerebelosa tipo 2 (Ciencias Médicas, La Habana, 2012).
- [2] A. T. Bahill, CRC Crit. Rev. Bioeng. 4, 311 (1980).
- [3] C. Mora, "Modelo del movimiento ocular en un plano horizontal basado en ecuaciones diferenciales". Tesis de Licenciatura en Matemática, Universidad de Holguín, 2015.
- [4] A. Ghahari, J. D. Enderle, Models of Horizontal Eye Movements, part 4 (Morgan & Claypool, San Rafael, USA, 2015).
- [5] J. D. Enderle, W. Zhou, Models of Horizontal Eye Movements, part II (Morgan & Claypool, San Rafael, USA, 2010).
- [6] J. D. Enderle, Models of Horizontal Eye Movements, part I (Morgan & Claypool, San Rafael, USA, 2010).

### LA FÍSICA Y EL TRABAJO CIENTÍFICO ESTUDIANTIL EN LA FORMACIÓN DEL INGENIERO BIOMÉDICO PHYSICS AND STUDENT SCIENTIFIC WORK IN THE FORMATION OF THE BIOMEDICAL ENGINEER

R. Serra<sup>a†</sup>, I. Alfonso<sup>a</sup>, R. Herrera<sup>a</sup>, D. S.F. Magalhães<sup>b</sup>

a) Departamento de Física, Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría", 19390 La Habana, Cuba; serra@electrica.cujae.edu.cu<sup>†</sup>
 b) Departamento de Bioengenharia, Universidade Brasil, 15600-000 São Paulo, Brasil
 † autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 10/10/2017

PACS: Physics education, 01.40.-d; Teaching methods, 01.40.gb; Engineering, 89.20.Kk.

El trabajo científico estudiantil constituye una de las actividades docentes de mayor importancia en la formación de profesionales de nivel superior. Para lograr una preparación adecuada del egresado, con el objetivo de que sea capaz de desarrollar una actividad investigativa acorde a su labor profesional, se requiere de una atención multidisciplinaria tanto a la actividad científico estudiantil curricular como extracurricular [1,2].

Existen reportadas variadas experiencias en el trabajo de investigación estudiantil [3, 4], pero no se han encontrado reportes de la realización de la misma en estudiantes de los primeros años de las carreras de ingeniería desde las asignaturas de física y con integración de las asignaturas del año e impacto en la comunidad.

Aunque en las carreras de ingeniería la actividad científico estudiantil se desarrolla fundamentalmente por vía extracurricular, la actividad docente curricular posee amplias posibilidades de formar al estudiante en el espíritu de la investigación científica ya que utilizando la vinculación de los contenidos de los programas de las asignaturas con los métodos de investigación propios de la ciencia particular, se puede brindar a los estudiantes los elementos generales sobre el método científico, el ciclo del conocimiento científico y en particular sobre la planificación y ejecución de una investigación [5].

El trabajo científico estudiantil constituye una de las formas más efectivas para lograr la vinculación de los conocimientos del alumno universitario con la práctica. Además desarrolla

en ellos la habilidad para el análisis y la valoración crítica de los resultados y contribuye a la asimilación de los conocimientos [6].

El objetivo de la investigación realizada es desarrollar la investigación científica estudiantil desde lo curricular mediante la aplicación de conceptos, leyes y métodos de la Física a la especialidad de Ingeniería Biomédica, logrando en los trabajos de investigación la integración de varias asignaturas del año y el vínculo con la comunidad. Elementos a tener en cuenta para la realización de los trabajos de investigación: Aplicación de leyes y conceptos de física, integración de las diferentes asignaturas del año, utilización de bibliografía actualizada e internet, utilización de la computación, utilización del idioma inglés y vínculo con la comunidad.

Desde el punto de vista organizativo se formaron, para la realización de los trabajos investigativos, equipos de trabajo en los grupos con una integración de no más de 3 estudiantes para garantizar el aporte individual necesario. Cada equipo seleccionó, de la comunidad donde viven sus integrantes, un centro de salud (Policlínico, Hospital, Centro de fisioterapia, Centro de investigaciones médicas) donde analizaron en la temática de investigación seleccionada las técnicas utilizadas, equipamientos empleados y el impacto en la comunidad.

Las asignaturas que más lograron la integración en los trabajos realizados fueron: Circuitos, Anatomía, Fisiología, Biofísica, Bioquímica, Computación, Ciencias Sociales, Inglés.

Tabla 1.		
Física I	Física II	Física III
Biomecánica del cuerpo humano	Electroterapia y Electropuntura	Laserterapia y Laserpuntura. Cromoterapia
Mecánica de los fluidos en el cuerpo humano	Magnetoterapia	Medicina nuclear y gammagrafía
El hombre como sistema termodinámico	El ojo y los defectos fundamentales	Imágenes tridimensionales. Holografía y
	de la visión	Anáglifos

Uno de los trabajos realizados con resultados destacados fue la construcción de anáglifos. En la enseñanza de carreras de ingeniería, los materiales de estudio contienen imágenes cargadas de gran variedad de técnicas auxiliares para ayudar a comprender mejor dimensiones, posiciones relativas, etc. Se requiere en muchos casos de imágenes tridimensionales que son de gran ayuda y permiten la mejor comprensión de los temas tratados debido a que se introduce la información de profundidad. Estudiantes de segundo año de ingeniería biomédica con la tutoría de profesores de física, han desarrollado un trabajo de investigación extracurricular que ha permitido la obtención de anáglifos para aplicaciones en estas especialidades por vez primera en Cuba utilizando un software desarrollado en Matlab y optimizando la calidad de los mismos mediante aplicaciones de la óptica de imágenes y colorimetría.



Figura 1. Algunos anáglifos obtenidos.

Entre los principales resultados podemos destacar:

- Incremento considerable en la cantidad de estudiantes realizando trabajo de investigación y participando en la Jornada Científica Estudiantil.
- Aplicación de conceptos, leyes y métodos de la Física a la especialidad.

- Incremento de la motivación por las asignaturas de la Disciplina Física y por la especialidad.
- Integración de las asignaturas del año en los trabajos realizados.
- Desarrollo de habilidades para el trabajo independiente de investigación y para exponer y defender los trabajos realizados.
- Vinculación de los estudiantes con la comunidad.
- Conocimiento de las tecnologías biomédicas que se aplican en nuestro país y en el mundo.

Como conclusiones podemos destacar la novedad de la propuesta pedagógica de realización de trabajos de investigación científica estudiantil curriculares desde las asignaturas de física, logrando la participación de todos los estudiantes matriculados de ingeniería biomédica durante 7 años consecutivos y con un importante impacto en su formación integral y en la comunidad.

#### REFERENCIAS

- [1] I. Alfonso, "Concepción de orientación educativa universitaria integradora de los procesos sustantivos para estudiantes de primer y segundo año de carreras de ingeniería". Tesis de doctorado, Universidad Técnica de la Habana José Antonio Echeverría, 2013.
- [2] A. Sánchez, F. Hernández, Rev. Cienc. Tecnol. 19, 1 (2013).
- [3] S. Williams, M León, J. Coll y J. Alemañi, Medisur 15, 2 (2017).
- [4] Y. Castro, K. Sihuay y V. Pérez, Educ Med. (2016).
- [5] R. Serra, A. Moreno, D. Magalhães, M. Muramatsu, J. Lemus, Rev. Bras. de Ens. de Fís. 32, 3502 (2010).
- [6] R. Serra, I. Alfonso y D.Zottola, IFMBE Proc. 49, 1 (2015).

### TEST PARA EVALUAR SOLIDEZ DEL APRENDIZAJE EN EL LABORATORIO DE FÍSICA TEST TO EVALUATE SOLIDITY OF LEARNING IN THE PHYSICS LAB

A.D. Rodríguez<sup>†</sup>, J.J. Llovera

Departamento de Física, Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría" (CUJAE), 19390 La Habana, Cuba; deysi@automatica.cujae.edu.cu<sup>†</sup> † autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 16/4/2017

PACS: Solidity of the learning, 01.40.Ha; Memory, 87.19.lv; Laboratory experiments, 01.50.Pa, Techniques of testing 01.50.Kw.

Históricamente, el rendimiento académico en el aprendizaje de la Física General para estudiantes de ciencias técnicas ha sido inferior al deseado, [1, 2]. Esta problemática ha motivado la necesidad de realizar investigaciones en el campo de la didáctica encaminadas a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje, en particular en el laboratorio docente de Física, cuyos resultados favorezcan elevar la solidez de los conocimientos que mediante este tipo de clase deben adquirirse por los estudiantes [3].

Con el objetivo de identificar criterios para evaluar la solidez de los conocimientos aprendidos por los estudiantes en este tipo de clase se diseñó un "test" basado en indicadores de solidez definidos a partir de elementos de contenidos invariantes que deben ser objeto de apropiación por el estudiante cuando realiza un laboratorio docente de física. Los indicadores de solidez establecidos fueron: A-Relacionar los instrumentos de medición, B- Identificar las magnitudes físicas que midió, C- Identificar las leyes físicas que utilizó, E- Relacionar los métodos de procesamiento de datos y F- Relacionar los errores y sus fuentes, con el experimento

realizado [4].

La Tabla 1 muestra una versión abreviada del test que fue y debe ser aplicado 2 cursos después de cursada la asignatura.

Tabla 1. Test de solidez.

Práctica Realizada	Α	В	C	D	Е	F
Caída libre						
Polarización de la luz						
Radiación térmica						
Otras prácticas						

Para responder el test se brindan a los estudiantes posibles alternativas a asociar en cada indicador de solidez, Tabla 2.

Para la validación del test como instrumento apropiado para constatar la solidez en los conocimientos adquiridos a través del laboratorio docente de física y su relación con los tipos de memoria [5] se diseñó una encuesta que se aplicó a 23 especialistas de diferentes universidades cubanas y latinoamericanas, de estos 11 doctores y 22 profesores auxiliares o titulares, todos con más de 15 años (10 más de 30) de práctica docente en el laboratorio de física.

Tabla 2. Ejemplo de alternativas por indicador.

Rel	ación de elementos de contenido a asociar con las Prácticas de Laboratorio realizadas
Α	1. Espectrómetro, 2. Voltímetro, 3. Pie de rey.
B	1. Constante elástica, 2. Cantidad de movimiento angular,
C	1. Ley de Faraday, 2.Ley de Brewster, 3.Ley de Ohm.
D	1. $F = qE + qV \times B$ , 2. $I = I_0 \cos^2(\theta)$ , 3. $\epsilon_{Ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$ .
E	1. Ajuste visual de una relación lineal, 2. Ajuste de una relación lineal por mínimos cuadrados.
F	1. Desviación estándar, 2. Propagación de errores en una medición indirecta.

Las preguntas realizadas a los especialistas se muestran a continuación

- 1. ¿Qué grado de importancia le otorga usted al laboratorio docente de Física para contribuir al aprendizaje de la Física en las carreras de ciencias técnicas?
- 2. ¿En qué medida considera suficientemente representativo que el estudiante seleccione al menos dos de todas las prácticas que realizó (entre 7 y 9)?
- 3. ¿En qué medida los elementos de contenido que se indagan en el test resultan suficientemente representativos y característicos del aprendizaje logrado a través del laboratorio docente de Física?
- 4. ¿En qué medida favorece a la aplicación del test dar al estudiante la posibilidad de seleccionar las prácticas que se les pide recordar?
- 5. Si hubo aprendizaje sólido, ¿en qué medida debe esperarse que exista correlación positiva entre las

respuestas correctas a los ítem A y B, C y D, E y F par a par?

- 6. ¿En qué grado considera usted que la asociación correcta de elementos de contenido puede estar basada sólo en la memoria mecánica?
- 7. El test ha sido aplicado 5 semestres después de haberse cursado el laboratorio. Si a pesar de ello los contenidos asociados a las parejas de ítems A y B, C y D y E y F se corresponden correctamente entre sí, ¿en qué medida puede ser esto un indicador de que se produjo un aprendizaje sólido de estos elementos de contenido?
- 8. ¿En qué medida debe esperarse que el número total de *items* correctamente respondidos sea proporcional a la solidez con que fue aprendido el contenido referido a la práctica correspondiente?
- 9. ¿En qué medida puede limitar la validez del test darle al estudiante la posibilidad de escoger las prácticas a recordar?
- 10. ¿En qué medida cree usted que las respuestas correctas al test evidencian que hubo aprendizaje sólido (consciente) y no memorístico (mecanicista)?
- 11. ¿En qué medida la denominada "memoria afectiva" puede estar influyendo en la correcta respuesta al test?
- 12. ¿En qué medida la denominada "memoria racional" puede estar influyendo en la correcta respuesta al test?

Las respuestas de los especialistas se valoraron según la siguiente norma que se muestra en la Tabla 3: Muy alta (5), alta (4), media (3), Baja (2) y Muy baja (1).

Tabla 3	Resultados	de la	encuesta	a es	necialista
rabia o.	riobantaabb	aona	onouoolu	u 00	poolanola.

Pregunta	5	4	3	2	1	Moda	Mediana
1	01	-	0		-	F	
1	21	2	0	0	0	5	5
2	0	14	5	4	0	4	4
3	12	7	3	1	0	5	5
4	7	13	3	0	0	4	4
5	10	11	2	0	0	4	4
6	0	5	4	10	4	2	2
7	12	11	0	0	0	5	5
8	7	15	1	0	0	4	4
9	0	2	5	13	3	2	2
10	8	12	2	1	0	4	4
11	0	9	10	2	2	3	3
12	8	12	0	2	1	4	4

Los resultados obtenidos en la encuesta permiten concluir que:

- La moda y la mediana coinciden, lo que habla a favor de la correspondencia y objetividad de los criterios de los especialistas.
- Las respuestas de los especialistas a la pregunta tres confirman que los elementos evaluados en el test son representativos de los contenidos que se aprenden en el laboratorio.
- Las preguntas cinco y siete fueron altamente valoradas por los especialistas indicando que las respuestas correctas a los ítems del test aplicado a los estudiantes pueden adoptarse como indicadores de solidez en el aprendizaje y la pregunta ocho lo confirma en cuanto a la cantidad de ítems respondidos correctamente.
- Los especialistas corroboraron el hecho de que la memoria racional (semántico-lógica) es la de mayor importancia en la solidez del aprendizaje, la memoria afectiva juega un papel medio y el papel más bajo lo tiene la memoria mecánica sin dejar de estar presente (ver valoración de las preguntas 12, 11 y 10 en ese orden).

Lo analizado anteriormente permite inferir que según criterios de especialistas el test es válido para constatar la solidez en el aprendizaje de los fenómenos, leyes y principios físicos que pueden ser objeto de estudio a través del laboratorio docente de Física.

#### REFERENCIAS

- L.C. Landa, Memorias del VIII Congreso Internacional Didáctica de las Ciencias, La Habana, Cuba [ISBN: 978-959-18-0973-5], (2014).
- [2] C.E. Mora, Memorias del VIII Congreso Internacional Didáctica de las Ciencias, La Habana, Cuba [ISBN: 978-959-18-0973-5], (2014).
- [3] N. Rutten, Comp. & Educ. 58 136, (2012).
- [4] A. D. Rodríguez, "Estrategia didáctica para la complementación mutua de las simulaciones virtuales y los experimentos reales en el laboratorio docente de Física para carreras de ingeniería en la Cujae". Tesis doctoral, Universidad Tecnológica de la Habana José Antonio Echeverría, 2015.
- [5] P. Carrillo-Mora, Sal. Ment. **33** 197, (2005).

### DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE DE PLANCK POR RADIACIÓN TÉRMICA EN EL LABORATORIO DOCENTE DE FÍSICA DETERMINATION OF THE PLANCK CONSTANT BY THERMAL RADIATION IN THE PHYSICS TEACHING LAB

#### J. Cruz<sup>†</sup>, J. López

Departamento de Física, Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría" (CUJAE), 19390 La Habana, Cuba; juan@automatica.cujae.edu.cu<sup>†</sup> † autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 20/10/2017

PACS: Laboratory experiments, 01.50.Pa; Errors in physics classroom, 01.50.Zv; Laboratory course design, 01.50.Qb

Llevar el fenómeno de radiación térmica a nivel de experimentos de laboratorios docentes es una tarea complicada. Es necesario una adecuada modelación, así como, la medición indirecta de altas temperaturas. Se reporta el uso de lámparas incandescentes para el estudio del fenómeno, tanto en prácticas de la modalidad real [1,2], como de la virtual [3,4].

El trabajo tiene dos propósitos fundamentales: primero, dejar evidencia, para los docentes, de que siempre será posible realizar prácticas reales donde se estudie este fenómeno utilizando dichas lámparas; segundo, reportar resultados obtenidos en laboratorios docentes que se llevan a cabo en la Universidad Tecnológica de la Habana.

Para el primero se realizó un estudio paramétrico donde se compara la radiancia espectral  $R_{(\lambda,T)}$  del cuerpo negro (CN), con la del filamento de tungsteno (FT).

Se modeló el FT como un CN que cumple fórmula de Wien de la radiación térmica, aproximación de la ley de Planck, (1), calculando  $R_{(\lambda,T)}$  para sus temperaturas típicas de trabajo y utilizando los datos de  $\epsilon_{(\lambda,T)}$  para el FT reportados en la literatura [5].

$$R_{(\lambda,T)} = \epsilon_{(\lambda,T)} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}.$$
(1)

Los cálculos realizados muestran que el FT presenta una considerable emisión en la región visible del espectro electromagnético tal y como se reporta en la literatura [6,7].

En el estudio paramétrico se considera que la iluminación que produce el cuerpo radiante es proporcional a la intensidad de la radiación  $J_{(\lambda,T)}$ , con que emiten tanto el CN como el FT en un intervalo de longitudes de ondas  $\Delta\lambda$ , de la región visible del espectro. La intensidad  $J_{(\lambda,T)}$  se obtiene por la ley de Stefan-Boltzman:

$$J_{(\lambda,T)} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} R_{(\lambda,T)} d\lambda.$$
 (2)

Se dio solución numérica a la integral de la ecuación (1) para un valor de  $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 20$  nm en el entorno de  $\overline{\lambda} = 550$ 

nm. Se utilizan valores de temperaturas comprendidas en el intervalo de 1700 K a 2100 K, valores típicos para el FT.

Como parte esencial del estudio paramétrico, los valores obtenidos de  $J_{(\lambda,T)}$  se procesaron mediante el gráfico ln  $\frac{J}{J_0}$  vs  $\frac{T-T_0}{TT_0}$ , donde  $J_0$  y  $T_0$  corresponden a la menor intensidad y temperatura respectivamente. Ver Figura 1.



Figura 1. Para el CN, pendiente: (26183 ± 0.42) K, intercepto, (-3.01 ± 2.09)10<sup>-5</sup> y  $R^2$  = 0.9999999999. Para el FT, la pendiente: (26038 ± 2.77) K, intercepto, (1.89 ± 1.38)10<sup>-4</sup> y  $R^2$  = 0.999999955.

La evidente linealidad de las curvas obtenidas y los valores de las pendientes, sugieren que modelar el FT como un CN en la aproximación de Wien solamente introduciría un error de 0,56 % respecto a este último.

En opinión de los autores este resultado avala que el FT puede utilizarse para el estudio de la radiación del CN, en la aproximación de Wien, para el rango visible del espectro.

#### I. DISEÑO EXPERIMENTAL REALIZADO EN LA CUJAE

El diseño se muestra en la Figura 2.

Se realizan las mediciones directas de voltaje *V*, intensidad de corriente *I* y la iluminación *E*. Previamente se ha caracterizado al filtro en sus valores de  $\overline{\lambda}$  y  $\Delta\lambda$ , se ha medido la resistencia  $R_0$  a temperatura ambiente y se ha calibrado la respuesta del luxómetro para la  $\overline{\lambda}$ .

Con los valores de V e I se calcula, mediante la ley de Ohm, la resistencia eléctrica R del FT. La temperatura T del FT se

estima a partir de la relación entre R,  $R_0$  y T dada en [1].



Figura 2. Esquema de instalación experimental.

Presupuestos teóricos:

- *R*<sub>(λ,T)</sub> del FT se calcula por la aproximación de Wien,
   (1). La iluminación *E* es proporcional a *J*<sub>(λ,T)</sub>, según la ecuación (2).
- Como Δλ es pequeño se puede sustituir el cálculo de la integral por su valor estimado mediante el teorema del valor medio.

De estos supuestos se puede plantear que la iluminación que se mide está dada por

$$E = p \left( \epsilon_{(\lambda,T)} \frac{2\pi h c^2}{\bar{\lambda}^5} \Delta \lambda e^{-\frac{h c}{\lambda k T}} \right)^q.$$
(3)

Donde *p* es el coeficiente que permite la conversión de  $J_{(\lambda,T)}$ a *E*, *q* es el parámetro adimensional que se determina en experimento previo y que permite calibrar el luxómetro para el valor de  $\overline{\lambda}$  del filtro, *c* es la velocidad de la luz en el vacío, *k* es la constante de Boltzman y *h* es la constante de Planck.

Normalizando (1) se puede llegar a

$$\ln\left(\frac{E}{E_0}\right) = \frac{qhc}{\bar{\lambda}k} \left(\frac{T-T_0}{TT_0}\right). \tag{4}$$

De la pendiente del gráfico  $\ln\left(\frac{E}{E_0}\right) \operatorname{vs}\left(\frac{T-T_0}{TT_0}\right)$  puede obtenerse la constante de Planck.

La Tabla 1 muestra resultados experimentales obtenidos en el laboratorio docente de la Universidad Tecnológica de la Habana. Las incertidumbres de las mediciones directas de I, V y E fueron 0.004 A; 0.131 V y 0.058 lx, respectivamente.

Tabla 1.

	Ι	V	Ε	R	Т	$\frac{E}{E_0}$	$\ln\left(\frac{E}{E_0}\right)$	$\frac{T-T_0}{TT_0}$
	(A)	(V)	(lx)	(Ω)	(K)	0	(-0)	$(10^{-5}  \text{K}^{-1})$
ſ	0.400	9.92	3.4	24.8	1799	1.0	0.00	0.00
ĺ	0.420	11.2	5.0	26.7	1865	1.5	0.39	1.95
ĺ	0.435	12.2	7.3	28.0	1936	2.1	0.76	3.92
	0.450	13.1	9.7	29.1	2002	2.9	1.05	5.62
	0.465	14.1	12.9	30.3	2063	3.8	1.33	7.09
ĺ	0.480	15.0	16.4	31.3	2119	4.8	1.57	8.38

En el experimento  $R_0 = (2.40 \pm 0.01) \Omega$  para una temperatura  $T = (303 \pm 0.041)$  K, se utilizó un filtro con transmitancia en el intervalo de  $\overline{\lambda} = 580$  nm, y  $\Delta \lambda = 20$  nm.

Se obtuvo experimentalmente  $q = 0.784 \pm 0.023$ . Los datos de la Tabla1 se graficaron como se muestra en la Figura 3.



Figura 3. Pendiente:  $(18629 \pm 190)$  K, intercepto:  $0,015 \pm 0,010$  y  $R^2 = 0,9995$ .

A partir de estos resultados se estimó el valor  $h = (6, 23 \pm 0, 56)10^{-34}$  Js con nivel de confianza de 95 %. La incertidumbre expandida se calculó utilizando el procedimiento sugerido en [8].

En resumen, se concluye que se pueden realizar con éxito prácticas de laboratorios docentes del fenómeno de radiación térmica utilizando lámparas incandescentes.

El análisis de incertidumbres en esta modalidad de práctica reviste una gran importancia en la formación de los estudiantes por la cantidad y variedad de magnitudes físicas cuya medición la misma involucra.

#### REFERENCIAS

- M. Vallés, et. al., "Prácticas de laboratorio de Física III", 1ra Ed. (Ed. ISPJAE, La Habana 1987).
- [2] L. Martino, V. Raspa, "Determinación de la constate de Planck usando una lámpara de tungsteno". www.fisicarecreativa.com/inform\_mod/constante\_ plank2k.pdf.
- [3] S. Oliveros, et. al., Rev. Col. de Fís. 38, 4 (2006).
- [4] Z. Morantes, et. al., Telematique 7, 2 (2008).
- [5] American Institute of Physics Handbook. 2nd Ed. (McGraw-Hill, New York, 1963).
- [6] L. Landsberg, Óptica Tomo 2, 3rd Ed. (MIR, Moscú, 1980).
- [7] S. Frish, A. Timoreva, Curso de Física General Tomo 3, 1st Ed. (MIR, Moscú, 1968).
- [8] M. Pérez, Rev. Esp. de Metrol., (2012).

### ¿ERRORES O INCERTIDUMBRE? ¿ERRORS OR UNCERTAINTY?

Facultad de Física, Universidad de La Habana, 10400 La Habana, Cuba; hborroto@fisica.uh.cu<sup>+</sup> + autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 25/10/2017

PACS: Errors in physics, 01.50.Zv; Measurement and error theory, 06.20.Dk; Measurement units and standards, 01.40.gb; Laboratory course design, organization, and evaluation, 01.50.Qb

El desarrollo científico que ha alcanzado la sociedad moderna I. está basado en la comprobación experimental de todo conocimiento. Para ello se han tenido que implementar novedosas técnicas de medición y de evaluación de la dispersión de los valores medidos de manera que sean *I.* repetibles y confiables.

Para evaluar la dispersión de los valores de una magnitud medida se utiliza la "incertidumbre de medida". Aunque en ocasiones se utiliza el "error" para referirse a esta dispersión, lo cual crea confusión en el tratamiento de los datos experimentales.

Para evitar esta y otras ambigüedades que son inherentes al uso de la Teoría de Errores, a petición del Buró Internacional de Pesas y Medidas, se elaboró la Guía para la Evaluación de la Incertidumbre en la Medición [1] (GUM por sus siglas en inglés) y el Vocabulario Internacional Metrológico [2] (VIM por sus siglas en inglés).

En el presente trabajo, se analizan las definiciones de error e incertidumbre, se aclara el significado de cada uno de estos términos en el tratamiento de los datos experimentales según la GUM y se pone de relieve las características fundamentales del tratamiento de las incertidumbres que lo diferencia del tratamiento de la Teoría de Errores.

Definiciones del VIM:

Mensurando: magnitud que se desea medir.

**Valor verdadero**: valor de una magnitud compatible con la definición de la magnitud.

**Valor de referencia**: valor de una magnitud que sirve como base de comparación con valores de magnitudes de la misma naturaleza.

El valor de referencia puede ser un valor verdadero de un mensurando, en cuyo caso es desconocido, o un valor convencional, en cuyo caso es conocido.

**Error**: diferencia entre un valor medido de una magnitud y un valor de referencia.

**Incertidumbre**: parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza.

- I. CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTALES DEL TRATAMIENTO DE LAS INCERTIDUMBRES SEGÚN LA GUM
- I.1. Tratamiento estadístico de las incertidumbres. Incertidumbre Estándar

Cuando se realiza una medición pueden existir diferentes fuentes de errores que afectan al mensurando: cada una de ellas viene dada por una "función densidad de probabilidad" (PDF) y la incertidumbre asociada a esa fuente de errores es la desviación estándar de la PDF asociada. Es decir, el cuadrado de la incertidumbre es la varianza de la PDF.



Figura 1. Intervalo que define a la incertidumbre estándar.

Las incertidumbres se clasifican de acuerdo con el método utilizado para su evaluación en: Evaluación Tipo A de la incertidumbre estándar o Evaluación Tipo B de la incertidumbre estándar. En el primer caso la función densidad de probabilidad se determina a partir de los valores medidos y se dice que la incertidumbre se ha evaluado a partir de un método estadístico, esto es: calcular la desviación estándar de la media de una serie de observaciones independientes, utilizar el método de los mínimos cuadrados para estimar los parámetros de ajuste de una curva y determinar sus desviaciones estándar y cuando se efectúa un análisis de varianza (ANOVA). En el segundo caso se utiliza la estadística hecha con anterioridad a la medición y reportada en alguna literatura científica.

#### I.2. Propagación de la incertidumbre. Incertidumbre Estándar Combinada

Si la función de medición que describe a la magnitud bajo medición es multivariable  $Y = f(X_1, X_2, ..., X_N)$ , la Incertidumbre Estándar Combinada  $u_c(y)$  se define como la desviación estándar de la función de medición  $u_c(y) = \sigma_y$ . Utilizando el desarrollo en serie de Taylor de primer orden de la función la incertidumbre estándar al cuadrado se expresa en función de las varianzas y covarianzas de las diferentes fuentes de errores:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j), \tag{1}$$

donde  $u(x_i)$  es la incertidumbre estándar de la variable  $x_i$  evaluada en su valor medio:  $u(x_i, x_j)$  es la covarianza entre las variables  $x_i$  y  $x_j$ .

La incertidumbre estándar combinada va a estar definida en el primer intervalo de confianza de la PDF que represente a la función de medición y es la forma de propagación de la incertidumbre. La incertidumbre estándar combinada es la herramienta que permite la evaluación de la incertidumbre estándar en magnitudes de medición directa, indirecta (funciones de multivariables) y ajustes.

#### I.3. Incertidumbre Expandida

El carácter estadístico que presenta la incertidumbre permite expandirla a diferentes intervalos de confianza

$$U = ku_c(y). \tag{2}$$

Esto es, el valor de la magnitud medida se puede encontrar en diferentes intervalos, en dependencia de la probabilidad de aparición que se requiera reportar. El valor de *k* representa el nivel de confianza deseado.

II. DIFERENCIAS ENTRE EL ERROR Y LA INCERTIDUMBRE

En la Fig. 1 se representa el valor de la magnitud medida (o mejor valor) por  $\bar{x}$  y la incertidumbre de la medición por u(x). La incertidumbre estándar es la probabilidad de encontrar el mejor valor en el primer intervalo de confianza de la PDF. El

error, cuando es conocido, fija una cota máxima de variación de la magnitud.

En el tratamiento de los Errores se admite la influencia de los errores sistemáticos y aleatorios pero no existe una regla única para combinarlos de manera que se pueda obtener el "error total". Por medio de este método lo que se estima es un límite superior del valor del error total o cota máxima del error. Si se utiliza la incertidumbre estándar combinada los errores sistemáticos y aleatorios, se pueden combinar de forma única y evaluar la incertidumbre que afecta al valor de la medición.

A diferencia del error que en caso de tener un valor es constante, la incertidumbre depende de la probabilidad de ocurrencia con que se desea reportar.

La GUM y el VIM representan un acuerdo internacional para tener un lenguaje común en el tratamiento de los datos experimentales que tienen repercusión en la ciencia, la tecnología y el comercio. Utilizar "el error" para referirse a la dispersión de valores de una magnitud bajo medición resulta inadecuado en el contexto de este acuerdo.

La confiabilidad que incorpora el enfoque de la incertidumbre para reportar el valor del mensurando es un aspecto que distingue a la incertidumbre del error.

De acuerdo con la GUM y el VIM, el error es el responsable de la dispersión de los valores y la incertidumbre es la forma de evaluar este efecto.

#### REFERENCIAS

- [1] Centro Español de Metrología. Evaluación de datos de medición Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida, 3rd Ed. (2009).
- [2] Centro Español de Metrología. Vocabulario Internacional de Metrología - Conceptos fundamentales y generales, y términos asociados, 3rd Ed. (2012).

### ¿CÓMO IMPULSAR UN PÉNDULO? EL EJEMPLO DEL BOTAFUMEIRO HOW TO IMPULSE A PENDULUM? THE BOTAFUMEIRO EXAMPLE

#### A. Berazain<sup>†</sup>, L.D. Prieto

Instituto Superior de Diseño, Universidad de La Habana, 10300 La Habana, Cuba; antoniob@isdi.co.cu<sup>+</sup> + autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 25/10/2017

PACS: Education, 01.40.-d; General physics, 01.55.+b; Research in physics education, 01.40.Fk

Es usual en los cursos de Física General el estudio del péndulo simple dentro del tema de oscilaciones mecánicas. La forma de impulsarlo es alejarlo de su posición de equilibrio y soltarlo [1,2].

También es común utilizar el ejemplo de la persona que se balancea en un columpio al tratar las oscilaciones forzadas. Sin embargo, no se explica cómo la persona logró impulsarse, a pesar de ser una experiencia que casi todos hemos vivido.

Varios autores han estudiado la Física del columpio [3, 4] y definen su movimiento como excitación o bombeo paramétrico.

Por otra parte, el botafumeiro es un incensario que desde hace 700 años cumple un rito religioso en la Catedral de Santiago de Compostela, Galicia, oscilando a lo largo de los 65 m del transepto del templo [5,6].



Figura 1. El botafumeiro.

Resulta interesante la manera en la que los clérigos logran impulsarlo, y que no es otra que el mencionado bombeo paramétrico.

Utilizando un modelo sencillo, el ejemplo del botafumeiro puede presentarse en los cursos de Física General, al igual que el caso del columpio e ilustrar conceptos como la conservación de la energía mecánica y del momento angular.

El botafumeiro, de 53 kg, está hecho de latón plateado y cuelga sostenido por una soga que mide 20,6 m desde su centro de masa al punto de suspensión. Tiene 1,5 m de alto y en su parte más ancha mide 0.59 m. Al oscilar, pasa a 68 km/h por la parte más baja del recorrido [5,6].

La soga, de unos 0.05 m de grosor y 15,7 kg, se enrolla en un mecanismo sujeto al crucero de la torre, compuesto de dos cilindros de madera de 0.29 y 0.58 m de diámetro respectivamente, sujetos por un eje común. Esto permite que al halar la soga cierta longitud, ésta se duplique.

El incensario se separa unos 13° de la vertical y a partir de ese momento, los tiraboleiros [6] se encargan de tirar la soga cada vez que pasa por el punto más bajo de la trayectoria, reduciendo la longitud en 2,9 m, y luego en el punto más alto la sueltan. En unas 17 o 18 veces, han suministrado energía suficiente para que el desplazamiento angular alcance valores de 82°, apenas un metro por debajo del techo.

Visto así, es un péndulo paramétrico, toda vez que su movimiento está asociado a la variación de un parámetro, en este caso la longitud entre el punto de sujeción en el techo y su centro de masa.

En tal sentido se asemeja al columpio, para el que existen dos formas de auto impulsarse: sentado o de pie [3].

Al columpiarse de pie y pasar por la parte más baja, la persona se incorpora, acorta la longitud de la cuerda a su centro de gravedad y el columpio gana energía.

Al llegar a la parte más alta, se agacha y el columpio pierde energía, pero menos de la que ha ganado, por lo que cada ciclo incrementa la amplitud de las oscilaciones.

Es evidente que el botafumeiro se impulsa de una manera similar al del columpio en que la persona se encuentra de pie.



Figura 2. Esquema de cómo una persona se auto impulsa de pie en un columpio.

Para el caso de columpiarse sentado el mecanismo difiere y carece de interés a los efectos del presente trabajo.

Sea un péndulo simple de longitud *L* que parte del reposo desde una posición  $\theta_0$  y llega al punto más bajo con velocidad  $\omega_0$ . Como se conserva la energía mecánica [4], se cumple que

$$mgL(1 - \cos\theta_0) = \frac{1}{2}mL^2\omega_0^2.$$
 (1)

Si en ese instante se recorta la longitud en  $\Delta L$ , entonces, al conservarse el momento angular, se tiene que

$$L^2 \omega_0 = (L - \Delta L)^2 \omega_1, \tag{2}$$

y alcanza una posición  $\theta_1$  que pude hallarse por

$$\frac{1}{2}m(L - \Delta L)^2 \omega_0^2 = mg(L - \Delta L)(1 - \cos\theta_1).$$
 (3)

Al llegar a la posición  $\theta_1$ , la longitud recobra su valor *L*. El incremento de energía para un ciclo es

$$\Delta E = mg\Delta L(1 - \cos\theta_1). \tag{4}$$

Las posiciones  $\theta_0$  y  $\theta_1$  se relacionan por

$$\sin\frac{\theta_0}{2} = \left(\frac{L}{\Delta L}\right)^{\frac{3}{2}} \sin\frac{\theta_1}{2},\tag{5}$$

que permite encontrar la posición angular en dependencia del número de bombeos. Por ejemplo, para el caso en que  $\Delta L$  sea un 10 % de L y  $\theta_0 = 5^\circ$ , al cabo de 17 bombeos ya el péndulo alcanza una posición de 80°. Sin embargo, al aplicar el modelo anterior a los datos del botafumeiro, se encuentra que en solo 8 bombeos (ciclos) se alcanzan ángulos de más de 80°.

Esta diferencia con la realidad resulta de no considerar factores como el rozamiento del aire con el botafumeiro y con la cuerda, el peso de esta, el hecho de que el botafumeiro es capaz de rotar alrededor del punto de agarre y oscila restándole energía, así como asumir que los cambios de longitud son instantáneos.

La influencia de estos elementos es tal que el botafumeiro se frena solo, sin necesidad de realizar a la inversa las acciones que permiten impulsarlo, o sea, reducir la cuerda en los puntos de retorno y alargarla en el punto más bajo del recorrido que a la larga detendrían su movimiento.

No obstante, consideramos pertinente incluirlo expuesto en los cursos de Física General, como ejemplo de la conservación de la energía mecánica y el momento angular. Además, contribuye a ampliar el universo cultural de los estudiantes, aborda otra manera de impulsar un péndulo y permite contrastar los resultados de un modelo con datos reales.

#### REFERENCIAS

- D. Halliday, R. Resnick y J. Walker, "Fundamentals of Physics", 10th Ed. (John Wiley & Sons, 2014) pp. 426-432.
- [2] F.W. Sears, M. Zemansky, H. Young y R. Freedman, "Física Universitaria", 12va Ed. (México: Pearson Educación, México, 2009) pp. 436-442.
- [3] C. Perazzo y J. Gratton, Anales AFA, 16, 1 (2005).
- [4] G.L. Baker y J.A. Blackburn, "The pendulum: a case study in Physics", (Oxford, New York, 2005), pp. 56-63.
- [5] J.R. Sanmartín, Investig. Cienc. 161, 127 (1990).
- [6] J.R. Sanmartín, Am. J. Phys. 52, 85 (1984)

### HACIA UNA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA APEGADA A SUS FUNDAMENTOS TOWARD TO PHYSICS TEACHING ATTACHED TO ITS GROUND

#### D. DE J. Alamino-Ortega<sup>†</sup>, Y. Aguilar-Rodríguez

Centro Universitario "Enrique Rodríguez-Loeches Fernández", Universidad de Matanzas, 40100 Matanzas, Cuba; diego.alamio@umcc.cu<sup>+</sup> + autor para la correspondencia

#### Recibido 16/3/2017; Aceptado 27/10/2017

PACS: Research in physic education, 01.40.Fk; Philosophy of science, 01.70+w; Learning theory and science teaching, 01.40.Ha

Leon Lederman en su visita a Cuba declaró: "¿Qué es lo que queremos que recuerden [los estudiantes] de aquí a diez años? ¿Habrán asimilado todas las fórmulas que les dimos?", y recomendó: "Todas las disciplinas deberían sacrificar el 20% de su contenido para enseñar cómo funcionan las ciencias y el proceso de su descubrimiento" [...] "el adolescente debe salir [...] con un pensamiento científico" [1]. La experiencia de los autores, asentada en la observación del comportamiento del desempeño de los estudiantes, no da cuenta que lo que opina Lederman se esté logrando, lo cual se reafirma al consultar reportes de otros investigadores [2–5]. Es propósito hacer evidente esta situación a los docentes de física para que en su actuar lo tengan en cuenta y dirijan su atención a los fundamentos de esta ciencia, sus bases conceptuales y teóricas, sus orígenes y métodos, proponiéndose desarrollar la enseñanza de la física a través del proceso de formación y evolución de los conceptos, leyes y teorías, sin reduccionismos; promoviendo el pensamiento crítico y revelando el método del conocimiento científico.

Félix Varela [6], en 1837 denunciaba: "el plan puramente mecánico de enseñanza que se observa casi en todas partes", e intuía que con él el estudiante adquiere "unos obstáculos insuperables para el estudio de la ideología", con la consecuencia de encontrarse "inexactos, precipitados, propensos a afirmar o negar cualquier cosa [...] habituados al orden mecánico de repetir de memoria".

Albert Einstein [7] opinaba: "Cuando pienso en los estudiantes más capaces [...] puedo afirmar que tenían un tremendo interés por la epistemología. Empezaron las discusiones sobre los objetivos y los métodos de la ciencia con felicidad, y mostraban firmemente, a través de su tenacidad, defender sus puntos de vista".

En estas opiniones, se ponen en contraste apreciaciones expresadas en tiempos diferentes, pero que puede decirse que muestran las intenciones de ambos de la necesidad de presentar la ciencia, no como algo acabado y descontextualizado, así como no contentarse el profesor con que el estudiante memorice y no logre adquirir las convicciones que lo prepare para la vida.

Desde los 60 del siglo pasado se vienen realizando,

propuestas de innovación [8]. Mc Dermont ha destacado determinados períodos como de crisis [9], Matthews, lo reitera y señala la alta cifra de analfabetismo científico [10]. Macedo reconoce la insatisfacción por la calidad de los aprendizajes [11]. Sagan, ha expresado que: "la enseñanza de la ciencia se hace demasiado a menudo de manera incompetente y poco inspiradora" [13]. Valdés recomienda que la física "debe ser enseñada y aprendida [...] no centrando la atención, casi exclusivamente, en conocimientos y habilidades específicos" [12].

El déficit de conocimientos fundamentales en la ciencia se puede apreciar en los resultados de las respuestas a una encuesta de verdadero o falso realizada a 39 docentes en ejercicio de tres escuelas; se muestran algunas de las aseveraciones:

- El concepto de átomo surgió en la Antigua Grecia.
- En el acceso al conocimiento es más importante el experimento que la razón.
- En los paneles solares se convierte la energía calorífica del Sol en electricidad.
- La Edad Media resultó una etapa en que se retrasó el avance de la ciencia.
- No se ha encontrado un hecho que niegue la ley de conservación y transformación de la energía.

- Lográndose, solo el 50,51 % de respuestas correctas.

La resolución de problemas viene siendo desde hace muchos años objeto de atención de las investigaciones en física, pero todo parece indicar que en la práctica prevalece el seguimiento de un orden mecánico. Un botón de muestra se puede apreciar en el siguiente ejercicio desarrollado en un grupo de 21 estudiantes de onceno grado, donde se colocó en la pizarra, resuelto por su profesor, un problema de dinámica de la traslación y se les pidió a los estudiantes que en la solución mostrada identificaran dónde se aplicaba cada una de las leyes de Newton. Solo 4 estudiantes asociaron correctamente la tercera ley y 8 la segunda ley; las demás respuestas fueron erráticas. La reacción de los estudiantes antes de comenzar este ejercicio consistió en expresar que si se les hubiera indicado resolver el problema lo hubieran hecho, lo que pone de manifiesto que al margen del conocimiento de las leyes de Newton podrían resolverlo, siguiendo un procedimiento algorítmico.

En la atención a estudiantes que se preparan para exámenes en diferentes carreras universitarias, se aprecia que cuando acuden a ayuda, sus propósitos son conocer los procedimientos de solución de los problemas. En electromagnetismo cuando se trata de las ecuaciones de Maxwell, la interpretación y trascendencia de las mismas, lo cual constituye un hito en el desarrollo de la física, no resulta ser del interés de los estudiantes, esto es debido a que no se les exige al examinarlos. Por lo general en el examen se presenta un problema que resuelven. ¿Qué les quedará a los estudiantes del electromagnetismo en su esfera cognitiva, cuando hayan olvidado los procedimientos?

El caso de la muy "manejada" Primera Ley de Newton, si se le da al estudiante el enunciado como concepto acabado, no entraña grandes dificultades memorizarlo, pero aprenderlo e interiorizarlo es algo diferente. Téngase en cuenta que en la historia de la ciencia, para llegar al establecimiento de la Primera Ley como la conocemos hoy, transcurrieron 18 siglos.

Se aprecia a través de lo que manifiestan diferentes autores y de las experiencias mostradas que prevalece el orden mecánico y memorístico en la enseñanza de la física, existiendo la tendencia a la enseñanza formal, utilitaria y funcional.

El reclamo de ir a los fundamentos de la física no significa, renunciar a los esfuerzos que en los últimos 60 años se han desarrollado en las investigaciones en didáctica de las ciencias, sino que sus resultados pudieran estar convenientemente imbricados en el propósito de desarrollar

la enseñanza de la física integrada con su historia y epistemología, lo cual se aviene al pensamiento filosófico cubano de la filosofía electiva y al método dialéctico

#### REFERENCES

- L. Lederman, "The Role of Physics in Education", VIII Interamerican Conference on Physics Education, Havana (2003).
- [2] E. Moltó and E. Altshuler, Rev. Cubana Fis. 30, 58 (2013).
- [3] E. Asencio, Cienc. Educ. Bauru, 20, 549 (2014).
- [4] D.J. Alamino, Rev. Cubana Fis. **32**, 67 (2015)
- [5] M. Corrales y E. Moltó, VII Taller Iberoamericano de la Física Universitaria [ISBN: 978-959-282-099-9], (2016).
- [6] E. Torres-Cuevas et al, "Félix Varela Obras, Imagen Contemporánea", 2nd Ed. (Cultura Popular, La Habana, 1997), pp.90.
- [7] A. Einstein, "Carta de Einstein a Thornton, 7 de diciembre de 1944", (Encyclopedia of Philosophy, Stanford, 2001)
- [8] D. Gil y P. Valdés, "Tendencias actuales en la enseñanza-aprendizaje de la Física, Temas escogidos de la Didáctica de la Física" 1st Ed. (Pueblo y Educación, La Habana, 1996) pp. 1.
- [9] L. McDermont, Am. Jour. of Phys. 59, 4 (1991).
- [10] M. Matthews, A role for History and Philosophy in Science Teaching, Educ. Philos. Theory **20** 67 (2000).
- [11] B. Macedo, "Didáctica de las Ciencias: Nuevas Perspectivas", 1st Ed. (Pueblo y Educación, La Habana, 2004).
- [12] C. Sagan, "El mundo y sus demonios", 4th Ed. (Editorial Planeta, Barcelona 2000), pp. 311
- [13] P. Valdés, et al, "Enseñanza de la Física Elemental", 1st Ed. (Pueblo y Educación, La Habana, 2002).

### ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE EL PROGRAMA DE FÍSICA GENERAL PARA CARRERAS DE INGENIERÍA EN LOS PLANES DE ESTUDIO "E" SOME CONSIDERATIONS ABOUT THE GENERAL PHYSICS PROGRAM FOR ENGINEERING CAREERS IN THE STUDY PLANS "E"

#### J.A. Alejo<sup>†</sup>, J. Cruz, J.J. Llovera

Dpto. de Física, Facultad de Ingenierías Automática y Biomédica, Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría" (CUJAE), 19390 La Habana Cuba; alejo@automatica.cujae.edu.cu<sup>†</sup> † autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 28/6/2017

PACS: Engineering, 89.20.Kk; Physics education, 01.40.-d; Learning in education, 01.40.Ha

La convocatoria que realizó el Ministerio de Educación Superior (MES) a las Comisiones de Carrera de las universidades cubanas para analizar la factibilidad y viabilidad de reducir la duración de las carreras de 5 a 4 años, ha implicado un desafío enorme para dichas comisiones. Los elementos controversiales que se han generado son inusualmente nuevos en relación a la discusión de planes de estudio de carreras universitarias en Cuba. Estos inclusive han trascendido a revistas no especializadas en la educación superior [1].

Para los departamentos básicos como al que pertenecen los autores de este trabajo, el reto es aún mayor, pues implica establecer una Física General (FG) de "tronco común" para las 10 carreras de ingeniería que involucra nuestra universidad. Esto implica dramáticamente retomar un pensamiento didáctico abandonado hace más de 25 años, donde después de salir de los planes de estudio B, los planes de nuestra disciplina fueron especializados por carreras de manera sucesiva en los planes C, C' y D.

En estos planes de estudio esta especialización hacia la ingeniería en específico a la que tributan estaba presente ya desde el propio diseño curricular, esto no sólo era permitido sino exigido. Por esa razón ese acercamiento estaba declarado de manera explícita inclusive en los contenidos, objetivos generales y específicos de las asignaturas y en las propias recomendaciones metodológicas que esos programas conllevaban. Por esa razón se lograba de manera más expedita y directa esta vinculación y especificidad de nuestros contenidos con los contenidos de la carrera, cuestión que tributaba a priorizar más claramente el contenido emocional y vivencial que debe tener el aprendizaje [2].

En opinión de los autores no es posible aceptar la idea de descontextualizar la FG de la especialidad de ingeniería que la recibe que puede acompañar a la decisión de establecer un currículo común de ciencias básicas para todas las carreras de ingeniería.

Independientemente del plan único es imprescindible diseñar nuestras clases con elementos que la acerquen a las especialidades y la contextualicen a través de las mismas utilizando enfoques CTS oportunos y asequibles a los estudiantes. No hacer esto, es retrotraer la enseñanza de la FG en las carreras de ingeniería en Cuba a los años 80 del siglo pasado, negando, y no dialécticamente, 25 años de desarrollo de las didácticas específicas para su impartición en estas especialidades. Adicionalmente deben mencionarse tres cuestiones con una reconocible impronta negativa:

- 1. La descontextualización en relación a la carrera en la impartición de la FG en ingeniería produciría una desmotivación en los estudiantes que seguramente traería efectos indeseables en los resultados docentes.
- 2. El distanciamiento entre los contenidos de la FG y las ciencias técnicas causaría un debilitamiento en el nexo entre teoría y práctica.
- 3. El distanciamiento entre los contenidos de la FG y los contenidos de las disciplinas de la especialidad no favorecería el aprendizaje significativo.

Contrariamente, al quedar los elementos relevantes de la cultura de la profesión pertenecientes a las ciencias técnicas distantes en el tiempo de los contenidos de nuestra disciplina, estos últimos quedarán descontextualizados.

Se limitaría por esta razón que los unos y los otros quedaran vinculados y no se coadyuvaría de esta forma a esta cualidad superior de aprendizaje [3].

En universidades latinoamericanas no es lo común una FG de tronco común para las ingenierías de la forma en la que fue establecida en la Universidad Tecnólógica de la Habana. Cada curso de ingeniería tiene un currículo de la carrera propio y en el tipifica de alguna forma la FG no sólo en los contenidos que reseña sino también en el número de asignaturas que de esa disciplina se tienen. En otras universidades por ejemplo en la UNAM (México) existe un llamado tronco general (común) pero este se singulariza por grupos de carreras de ingeniería afines en cada uno de sus programas.

La idea de un tronco general o común a tomar sin distinción para todas nuestras ingenierías resulta un elemento contradictorio con la propia etimología y naturaleza de las carreras. Agruparlas con toda seguridad al menos en varios perfiles hubiera resultado en nuestro caso de una mayor racionalidad y conveniencia.

Existen un grupo de aspectos positivos remarcables en este nuevo plan de estudio de la FG. Se mantuvo la Física Cuántica en el programa aunque fue un tema motivo de debate en el cual incluso algunas carreras optaron por no incluirla en su plan de estudios básico. El retroceso en el completamiento de los cuadros físicos que hubiera implicado la ausencia de estos temas hubiera sido notable. Además se mantuvo la visión de tener los contenidos de la FG unidos en una sola disciplina y no distribuir algunos de ellos en otras disciplinas. Finalmente se destaca el hecho de haberse establecido 208 horas para la disciplina FG con una reducción solamente de 16 horas (7%) en relación al presupuesto de horas del plan de estudio anterior.

Los planes de estudio "E" de la Educación Superior cubana contienen elementos revolucionarios y modificadores, con seguridad mucho más que otros planes de estudio anteriores. En el caso del plan de estudio de la disciplina FG para las ingenierías, mantener un presupuesto de horas lectivas rebajado sólo ligeramente con relación al plan de estudio anterior, es una significativa comprensión por parte de las carreras de la utilidad de esta ciencia para comprender las

ciencias técnicas.

Haber conservado en general los contenidos que explicitan los movimientos físicos presentes en el mundo natural es un hecho remarcable.

Sin embargo haber introducido un llamado tronco común para todas las ingenierías, consideramos, que es su principal insuficiencia. Hubiera sido muy oportuno haber hecho este tronco común agrupando a las carreras por grupos afines, estudiando así sus regularidades y necesidades comunes en cuanto a los requerimientos de la Física General.

Descontextualizar la FG de la especialidad de ingeniería que la recibe debido a la decisión de establecer un currículo común para todas las carreras de ingeniería no es útil. De hacerlo se negarían premisas establecidas en la didáctica específica para la impartición de la FG para ingenieros [4].

#### REFERENCIAS

- [1] R. Mulet, Rev. Juv. Técn. Noviembre (2015).
- [2] D. Castellanos *et al.,* "Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador" (Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona, La Habana, Cuba, 2001), pp.84.
- [3] F. Díaz Barriga, Rev. Elect. Investig. 5, 2, (2003).
- [4] J. Alejo, "Una Propuesta Didáctica para la Enseñanza-Aprendizaje en Contextos de la disciplina Física General en las carreras de ingeniería". Tesis de doctorado, Universidad Tecnológica de la Habana José Antonio Echeverría, 2006.

### INDUCIENDO LA EXISTENCIA DE LAS ONDAS GRAVITACIONALES EN EL CURSO DE FÍSICA GENERAL. UN ENFOQUE "MAXWELLIANO" DE LA GRAVITACIÓN. INDUCING THE EXISTENCE OF GRAVITATIONAL WAVES IN THE GENERAL PHYSICS COURSE.

A "MAXWELLIAN" APPROACH OF GRAVITATION.

#### J.J. Llovera<sup>†</sup>

Departamento de Física, Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría" (CUJAE), 19390 La Habana, Cuba; fellovera@gmail.com<sup>+</sup> + autor para la correspondencia

#### Recibido 16/3/2017; Aceptado 16/11/2017

PACS: Geomagnetic induction, 91.25.Wb; Gravitational waves astronomical observations, 95.85.Sz; Physics education, 01.40.-d; teaching methods, 01.40.gb

Resulta interesante el hecho de que a pesar de las similitudes que existen entre las leyes que regulan la interacción gravitacional y la electromagnética, en los textos de Física General Universitaria el tema de la gravitación ha permanecido tratado por más de un siglo mucho más limitadamente en relación al tema del electromagnetismo. Solo pocos autores y en ediciones más recientes, tímidamente incluyen algún problema a resolver en el que se plantea la analogía entre la ley de Gauss para la electricidad y una expresión de dicha ley para la gravitación [1,2].

La reciente confirmación experimental de las ondas gravitacionales y de los efectos gravitomagnéticos [3, 4] motiva a pensar en cómo introducir su tratamiento preliminar en el Curso de Física General (CFG) obviando el complejo enfoque tensorial con el que fue formulada la teoría de la gravitación por A. Einstein.

La similitud entre la ley de Coulomb para la interacción electromagnética y la denominada ley de gravitación universal de Newton permiten, aplicando un enfoque didáctico por analogía y el método de aprendizaje por descubrimiento, dar pie a formular un sistema de ecuaciones para el campo gravitatorio similares a las ecuaciones de Maxwell del cual se pueden derivar interesantes resultados didácticamente útiles. Tal analogía ya ha sido explorada por varios autores [5–7], más no ha sido considerada en los CFG.

J. C. Maxwell había identificado desde sus trabajos con el campo electromagnético la posible formulación de ecuaciones similares para el campo gravitacional [8] y por la misma época O. Heaviside en 1893 logró expresar de una forma más compacta las ecuaciones de Maxwell transformando el lenguaje de los cuaterniones en el de los vectores y operadores vectoriales y formuló por vez primera el sistema de ecuaciones de Maxwell casi tal y como hoy las conocemos incluyendo unas similares para el campo gravitacional [9].

Tales ecuaciones se pueden formular para partículas con masa en el vacío definiendo las dos magnitudes componentes

del campo gravitatorio, la gravitacional o gravitoeléctrica y la gravitomagnética [6] como

$$\nabla \cdot \vec{E}_g = 4\pi G \rho_m,\tag{1}$$

$$\nabla \cdot \vec{B}_g = 0, \tag{2}$$

$$\nabla \times \vec{E}_g = -\frac{1}{2c_g} \frac{\partial \vec{B}_g}{\partial t},\tag{3}$$

$$\nabla \times \vec{B}_g = -\frac{8\pi G}{c_g} \vec{J}_m + \frac{2}{c_g} \frac{\partial \vec{E}_g}{\partial t}.$$
(4)

donde  $\vec{E}_g$  es la intensidad gravitacional del campo,  $\vec{B}_g$  es la inducción gravitomagnética del campo,  $\rho_m$  es la densidad de masa,  $\vec{J}_m$  es la densidad de corriente másica, G es la constante de Cavendish y  $c_g$  es la rapidez de propagación de las ondas gravitacionales.

Operando con estas ecuaciones tal y como lo hacemos en el caso de las de Maxwell para la electrodinámica clásica podemos obtener varios resultados particulares que tienen valor didáctico para actualizar el CFG en estos temas.

Por ejemplo, transformando la ecuación (1) a su forma integral y aplicándola a una partícula masiva de masa m tomándola como centro de una superficie "gaussiana" esférica en la cual se ubica una segunda partícula de masa m' y habiendo definido  $(\vec{E}_g)$  como  $(\vec{E}_g = \frac{\vec{F}_g}{m})$  se demuestra de inmediato la ley de gravitación universal de Newton en su correspondiente expresión clásica.

Un segundo ejemplo consiste en aplicar a la ecuación (4) el teorema de Stokes para el caso de campos estacionarios obteniendo una expresión equivalente a la ley de Ampère

$$\oint_{C} \vec{B}_{g} \cdot d\vec{s} = -\frac{8\pi G}{c_{g}} I_{m_{contentida}},$$
(5)

que puede servir como fundamento para poner a los estudiantes en conocimiento del fenómeno gravitomagnético

y comentarles acerca de su reciente comprobación experimental a pesar de ser un efecto ultra débil a partir de los experimentos denominados Gravity Probe A y B (GP-A y GP-B) [4] que tuvieron como fin detectar y medir el ligerísimo efecto del garvitomagnetismo en la rotación espinorial de cuatro sensibles giróscopos ubicados en un satélite orbitando a 650 km de altura alrededor de la Tierra cruzando sobre los polos terrestres acusando el efecto denominado "de arrastre del sistema de referencia espacial" por la deformación del espacio-tiempo con una muy pequeña incertidumbre.

Un tercer ejemplo de cómo se pueden emplear estas ecuaciones para actualizar el CFG en cuanto a los más recientes resultados obtenidos en el estudio de la gravitación consiste en obtener de las mismas las ecuaciones de la onda gravitacional para el campo gravitacional débil libre ( $\rho_m = 0$  y  $\vec{l}_m = 0$ ).

En este caso operando tal y como lo hacemos alternativamente en las ecuaciones de Maxwell conocidas pero en este caso con las ecuaciones de los rotacionales de  $\vec{E}_g$  y  $\vec{B}_g$  respectivamente y aplicando a estas el rotacional se pueden obtener las ecuaciones de onda correspondientes

$$\nabla^2 \vec{E}_g = \frac{1}{c_g^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_g}{\partial t^2},\tag{6}$$

$$\nabla^2 \vec{B}_g = \frac{1}{c_g^2} \frac{\partial^2 \vec{B}_g}{\partial t^2}.$$
(7)

Lo cual permite hacer referencia a su reciente constatación experimental después de haber sido predichas por A. Einstein desde la primera década del siglo pasado en su teoría general de la relatividad.

Al tratar el tema se hace imprescindible destacar el hecho de que esta analogía entre ambas interacciones, la gravitacional y la electromagnética, solo es posible hacerla en el caso límite de campos débiles (espacio cuasiplano) y a velocidades no relativistas debido a que los fundamentos teóricos que en esencia explican estos dos tipos de interacción difieren [10], sin embargo, esto a su vez se convierte en una oportunidad para insistir con los estudiantes en los límites de validez de las teorías físicas y su desarrollo y motivarlos por el estudio de la gravitación.

Para reafirmar que existe una diferencia esencial entre ambos tipos de interacción basta con destacar a los estudiantes que en tanto una partícula de masa m, aun sin estar electrizada, se mueve bajo la acción del campo gravitacional uniforme débil en la superficie de nuestro planeta con la misma aceleración independientemente cualquiera sea su masa, una partícula electrizada con cantidad de carga eléctrica q se mueve bajo la acción de un campo eléctrico de intensidad uniforme pero en cambio su aceleración si depende de su carga.

Siendo la interacción gravitacional la que más se evidencia en la vida cotidiana, su tratamiento en los cursos de Física General se ha mantenido prácticamente invariable desde hace muchos años concretándose a presentar los efectos estáticos de la gravitación y tratando de manera muy elemental los resultados de la teoría general de la relatividad.

Si bien la teoría general de la relatividad resulta matemáticamente complicada para ser abordada en estos cursos, la analogía que existe entre el campo gravitatorio y el campo eléctromagnético en el límite de campos débiles permite tratar los fenómenos gravitacionales (bien pudieran denominarse gravitodinámicos) de modo similar a como se tratan los fenómenos electrodinámicos lográndose, además de ampliar y actualizar los conocimientos de los estudiantes acerca de los fenómenos gravitatorios; apreciar elementos de analogía entre estos dos tipos de interacciones fundamentales de la naturaleza contribuyendo a formar en el estudiante la concepción científica del Universo así como a ponerlos al día acerca de los más recientes descubrimientos en el estudio de la gravitación y consolidar el sentido físico y la interpretación de las ecuaciones de Maxwell para el electromagnetismo.

En un futuro cercano los textos de Física General deberían retomar esta similitud haciendo honor a los trabajos fundacionales de físicos de la talla de J. C. Maxwell, O. Heavyside y A. Einstein quienes desde finales del siglo XIX y principios del XX habían llamado la atención sobre estos temas.

#### REFERENCIAS

- D. Halliday, R. Resnick, K. S. Krane, Física Vol. II tomo I, 4ta Ed. (John Willey & Sons., 1992).
- [2] H. D. Young y R. A. Freedman, Física Universitaria con Física Moderna Vol. 2, 13th Ed. (Pearson, México, 2013).
- [3] B.P. Abbott et al., Phys. Rev Lett. 116, 061102.
- [4] Everitt, *et al.*, Gravity Probe B: Final Results of a Space Experiment to Test General Relativity, Phys. Rev. Lett. **106**, (2011).
- [5] B. Mashhoon, F. Gronwald, and H.I.M Lichtenegger, Lecture Notes in Physics 562, 83 (2001)
- [6] M. P. Hobson, G. P. Efstathiou, A. N. Lasenby, General Relativity: An Introduction for Physicists, 1ra Ed. (Cambridge University Press, 2006).
- [7] C. Moreno, et. al., Lat. Am. J. Phys. Educ. 3, (2008).
- [8] J. C. Maxwell, Phil. Trans. 155, 492 (1865).
- [9] O. Heaviside, The Electrician, Part I, 31, 281-282 (1893)
- [10] A. Tartaglia and M. L. Ruggiero, Eur. J. Phys. 25, 203 (2004).