

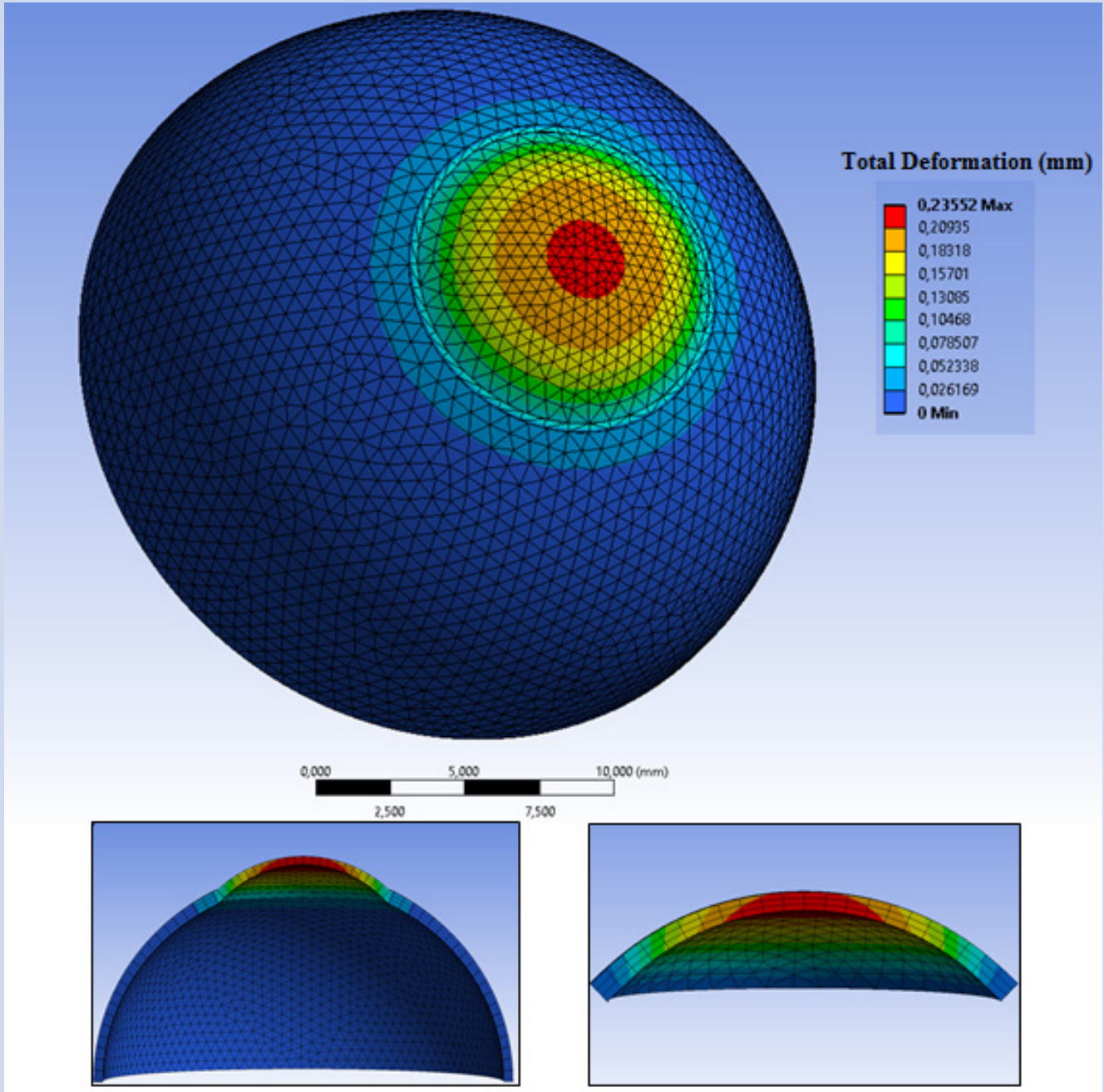
# FÍSICA

## REVISTA CUBANA DE FÍSICA

# FÍSICA

Sociedad Cubana de Física  
y Facultad de Física,  
Universidad de La Habana

VOL.35 No.1  
JULIO, 2018



## BIOMECÁNICA DE LA CÓRNEA HUMANA



Portada: Modelación física de la córnea humana utilizando el método de los elementos finitos. Ver en este número O. Núñez-Chongo y col: "A biomechanical model of the human cornea".

#### EDITOR

E. ALTSHULER

Facultad de Física, Universidad de La Habana  
ealtshuler@fisica.uh.cu

#### EDICIÓN ELECTRÓNICA

J. J. GONZÁLEZ, C. GANDARILLA

Facultad de Física, Universidad de La Habana  
jgonzalez@fisica.uh.cu, cgandarilla@fisica.uh.cu  
E. MARTÍNEZ

Physics Department, NTNU  
etien.martinez@ntnu.no

O. ALMORA

i-MEET, Friedrich Alexander University  
osbel.almora@fau.de

D. MIRAVET

Centro Atómico Bariloche & Instituto Balseiro  
dmiravet@cab.cnea.gov.ar

#### EDITORES ASOCIADOS

A. J. BATISTA-LEYVA, G. ROJAS-LORENZO

INTEC, Universidad de La Habana  
abatista@instec.cu, german@instec.cu

W. BIETENHOLZ

UNAM, Ciudad de México  
wolbi@nucleares.unam.mx

G. DELGADO-BARRIO

IMAFF-CSIC, Madrid  
Mgerardo@imaff.cfmac.csic.es

J. O. FOSSUM

NTNU, Noruega  
Jon.fossum@ntnu.no

J. -P. GALAUP

Lab. A. Cotton (CNRS) & Univ. Paris-Sud  
Jean-pierre.galaup@lac.u.-psud.fr

L. GREENE

National High Magnetic Field Laboratory  
lhgreene@magnet.fsu.edu

J. LLOVERA

CUJAE, Universidad Tecnológica de La Habana  
llovera@electronica.cujae.edu.cu

O. de MELO, R. MULET

Facultad de Física, Universidad de La Habana  
omelo@fisica.uh.cu, mulet@fisica.uh.cu

P. MUNÉ

Facultad de Ciencias, Universidad de Oriente  
mune@cnt.uo.edu.cu

T. PÖSCHEL

Friedrich Alexander Univ. Erlangen-Nuremberg  
thorsten.poeschel@fau.de

E. RAMIREZ-MIQUET

Univ. Paris Diderot  
eramirez@univ-paris-diderot.fr

T. SHINBROT

Rutgers University  
shinbrot@soemail.rutgers.edu

C. A. ZEN-VASCONCELOS

Univ. Federal Rio Grande do Sul  
cesarzen@cesarzen.com

#### COORDENADAS

- 2 **PROPUESTA PARA LA NUEVA CARRERA DE FÍSICA: NO SE TRATA DEL PRESENTE, SINO DEL FUTURO**  
[A PROPOSAL FOR THE NEW PHYSICS CAREER: IT IS NOT ABOUT THE PRESENT; IT IS ABOUT THE FUTURE]  
E. Estévez-Rams

#### ARTÍCULOS ORIGINALES

- COMPUTATIONAL MECHANICS OF COMBINED PLANAR DEFECTS: EXTRINSIC + INTRINSIC FAULTING IN 3C CLOSE PACKED CRYSTAL STRUCTURES**  
[MECÁNICA COMPUTACIONAL DE DEFECTOS PLANARES COMBINADOS: FALLAS EXTRÍNSECA + INTRÍNSECA EN ESTRUCTURAS CRISTALINAS COMPACTAS DEL TIPO 3C]  
B. Aragón-Fernández, E. Estévez-Rams, R. Lora-Serrano, A. Pentón-Madrigal
- RAPID CLASSIFICATION OF BACTERIA USING LIBS IN MULTI-PULSE LASER REGIME AND NEURAL NETWORKS PROCESSING**  
[CLASIFICACIÓN RÁPIDA DE BACTERIAS USANDO LIBS CON UN LÁSER EN RÉGIMEN MULTI-PULSO Y PROCESAMIENTO CON REDES NEURONALES]  
F. G. Rendón-Sauz, T. Flores-Reyes, A. Ponce-Flores
- INTERCAMBIO DE ENERGÍA EN EL IMPACTO DE UNA ESFERA CON LA SUPERFICIE DE UN LÍQUIDO**  
[ENERGY EXCHANGE IN THE IMPACT OF A SPHERE WITH A LIQUID SURFACE]  
P. Pajón-Suárez, O. A. Pérez-Ruiz, O. A. Pérez-Laurenti
- LASER INDUCED BREAKDOWN SPECTROSCOPY (LIBS) FOR EXPRESS IDENTIFICATION OF CRUDE OILS**  
[IDENTIFICACIÓN DE PETRÓLEO CRUDO MEDIANTE ESPECTROSCOPIA DE PLASMA INDUCIDA POR LÁSER]  
F. G. Rendón-Sauz, T. Flores-Reyes, C. Costa
- POSSIBILITIES OF USING THE POTENTIAL OF THE OCEANIC THERMAL ENERGY IN THE WATERS NEAR THE BORDERS OF MOZAMBIQUE**  
[POSIBILIDADES DE USO DEL POTENCIAL DE LA ENERGÍA TÉRMICA OCEÁNICA EN AGUAS ALEDAÑAS A MOZAMBIQUE]  
A. W. Fabião, I. Mitrani, J. Cabrales
- LA ÓPTICA DE UN SISTEMA DE LENTES GRUESAS: SU APLICACIÓN AL OJO HUMANO**  
[THE OPTICS OF A THICK LENS SYSTEM: ITS APPLICATION TO THE HUMAN EYE]  
D. Jiménez-Martí, A. J. Batista-Leyva
- AUTOMATIC DIAGNOSIS OF RHEUMATOID ARTHRITIS FROM HAND RADIOGRAPHS USING CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORKS**  
[DIAGNÓSTICO AUTOMÁTICO DE ARTRITIS REUMATOIDE EN RADIOGRAFÍAS DE MANOS UTILIZANDO REDES NEURONALES CONVOLUCIONALES]  
M. Betancourt-Hernández, G. Viera-López, A. Serrano-Muñoz
- A BIOMECHANICAL MODEL OF THE HUMAN CORNEA**  
[UN MODELO BIOMECÁNICO DE LA CÓRNEA HUMANA]  
O. Núñez-Chongo, C. Muñoz-Villaescusa, A. J. Batista-Leyva
- PRELIMINARY EXPERIMENTS DEMONSTRATING A CONTROLLED GRANULAR DEMON**  
[EXPERIMENTOS PRELIMINARES QUE DEMUESTRAN UN DEMONIO GRANULAR CONTROLABLE]  
F. Corrales, Y. Nahmad, E. Altshuler
- MOMENTOS DE LA FÍSICA EN CUBA**  
**CUATRO DÉCADAS DE INVESTIGACIONES EN ÓPTICA EN LA CUJAE**  
[FOUR DECADES OF OPTICS RESEARCH AT CUJAE]  
J. M. González, L. Ruqué

PARA FÍSICOS Y NO FÍSICOS

- 60 **EL ARMA SECRETA DE LA PRIMERA GUERRA MUNDIAL**  
[THE SECRET WEAPON OF THE GREAT WAR]  
J. G. Triana-Laverde, J. M. Ruiz-Vera

- 67 **NUESTRA FÍSICA EN NOTICIAS**

OBITUARIOS

- 72 **F. CASTRO DÍAZ-BALART (SEPTIEMBRE 1, 1949 – FEBRERO 1, 2018)**
- 74 **S. AGUILERA-MORALES (ABRIL 17, 1942 – DICIEMBRE 17, 2017)**
- 75 **V. M. MUJICA-MARCELO (ENERO 12, 1962 – DICIEMBRE 8, 2017)**





# PROPUESTA PARA LA NUEVA CARRERA DE FÍSICA: NO SE TRATA DEL PRESENTE, SINO DEL FUTURO

A PROPOSAL FOR THE NEW PHYSICS CAREER: IT IS NOT ABOUT THE PRESENT; IT IS ABOUT THE FUTURE.

DR. ERNESTO ESTÉVEZ-RAMS

Presidente, Comisión Nacional de Carrera de Física

Las transformaciones que se implementan en las universidades tardan años en mostrar sus bondades o sus defectos. El letargo implica que sobre el ejercicio de pensar tales cambios, caiga un redoblado peso de responsabilidad como resultado de que el milenar método de prueba y error puede ser catastrófico.

Cuando estemos en condiciones de establecer un juicio, ya habrá generaciones de estudiantes graduados en el nuevo contexto para los cuales la rectificación se hace inviable. Más aún, se tendrá generaciones de graduados ya insertos en la práctica social y económica del país, cuyo efecto sobre la misma estará condicionada por la formación, acertada o errada, que les ofrecimos. Por eso mismo, ese ejercicio de pensar lo nuevo no puede estar condicionado por coyunturas presentes, por urgentes que parezcan, que en el momento de cosechar lo sembrado habrán irremediablemente cambiado. Tal es la magnitud de la responsabilidad que recae sobre los que diseñan los cambios curriculares.

Si miramos la sucesión de planes de estudios que han ido transformando las carreras universitarias desde la Reforma Universitaria de 1961, cada nueva transformación ha implicado en la práctica la elevación del nivel de exigencia acorde por un lado, con la creciente capacidad de los claustros de formar mejor a los estudiantes y por otro, con las exigencias que el desarrollo inmediato y futuro imponía sobre la formación universitaria. En las universidades no sólo se forma al graduado que necesita el presente sino que, de manera más estratégica, desde las universidades se abren espacios y se crean a los actores capaces de diseñar el futuro hacia los cuales se quiere encauzar el desarrollo.

Puestos a pensar en cómo transformar la carrera de Licenciatura en Física, la Comisión correspondiente comenzó por valorar la historia y el contexto que nos trajo a este ejercicio. Lo que ha caracterizado a nuestra carrera, incluyendo sus estudios posgraduados, es un nivel de exigencia en busca de una excelencia tangible, que sea socialmente útil en lo inmediato, pero también que sirva como factor de desarrollo cultural, social y económico. Nuestros graduados se insertan de manera exitosa en disímiles ámbitos sociales con énfasis en centros de investigación científica del país, pero también en menor

medida en centros educativos, asistenciales, productivos, de los servicios y hasta culturales. En todos los casos, nuestros graduados son demandados precisamente por la madurez de sus habilidades y el corpus de conocimiento con el que egresan de nuestras aulas.

Sería un contrasentido una transformación que implique retroceder en lo alcanzado.

Teniendo tal valoración como base, la Comisión decidió que la meta de nuestro empeño debía hacerse de cara a lo que el país necesitaría cuando ese graduado egrese de nuestras aulas. La realidad del país hoy y en la próxima década dibuja un escenario donde lo que se delegue en términos de formación al posgrado significará una pérdida de eficiencia por la dilatación ineludible, desde el espacio laboral, de los tiempos necesarios para completar su formación. De recortar su formación, corremos el riesgo de emitir un nuevo licenciado aún incapaz de ser del todo útil al espacio donde labora y que a la vez, confronte obstáculos mayores para completar su formación mínima desde el espacio donde ha sido insertado.

Los resultados del llamado Plan Boloña a veinte años de su comienzo apuntan, en buena medida, precisamente en esa dirección. El envejecimiento de nuestra población exige que logremos de manera acelerada a un graduado más maduro. Eso, en nuestro contexto subdesarrollado, se logra desde las aulas universitarias antes de lanzar al egresado al espacio laboral. Lo que Cuba necesita, si de ciencias naturales se trata, es un graduado cada vez más maduro para asumir en el menor tiempo posible un papel de liderazgo en las instituciones científicas que nos lleven a ese país donde la ciencia sea la base de la economía y el desarrollo.

Como resultado, la Comisión de Carrera de Física se ha planteado una carrera no de cuatro –que es la tendencia actual– sino de seis años, donde nuestro graduado egrese con un título de Maestro en Ciencias. Estamos convencidos que ese diseño no sólo es consistente con la historia de la educación superior de la Cuba revolucionaria, sino que es coherente con lo que el desarrollo del país nos exige de cara a un futuro cuyo diseño y realización le corresponde a los jóvenes que se gradúan en nuestras aulas.

# COMPUTATIONAL MECHANICS OF COMBINED PLANAR DEFECTS: EXTRINSIC + INTRINSIC FAULTING IN 3C CLOSE PACKED CRYSTAL STRUCTURES

## MECÁNICA COMPUTACIONAL DE DEFECTOS PLANARES COMBINADOS: FALLAS EXTRÍNSECA + INTRÍNSECA EN ESTRUCTURAS CRISTALINAS COMPACTAS DEL TIPO 3C

BEATRIZ ARAGON-FERNANDEZ<sup>a</sup>, E. ESTEVEZ-RAMS<sup>b†</sup>, R. LORA-SERRANO<sup>c</sup> AND A. PENTÓN-MADRIGAL<sup>b</sup>

a) Universidad de las Ciencias Informáticas (UCI), 19370 La Habana, Cuba

b) Facultad de Física-IMRE, Universidad de La Habana, 10400 La Habana, Cuba; estevez@fisica.uh.cu<sup>†</sup>

c) Instituto de Física, Universidade Federal de Uberlândia, 38408-100 Uberlândia-MG, Brasil

† corresponding author

Recibido 23/1/2018; Aceptado 1/5/2018

Recently, extrinsic faulting has been discussed within the framework of computational mechanics allowing to derive expressions for the statistical complexity, entropy density and excess entropy as a function of faulting probability. In this contribution the analysis is extended to consider the combined presence of two planar faults type within the random faulting model. Extrinsic+intrinsic faults are considered. The  $\epsilon$ -machine description of the faulting dynamics is presented. Entropic magnitudes are derived as well as expressions for the hexagonality and the probability of consecutive symbols in the Hägg coding. The analysis continues the study started with individual faulting types under the computational mechanics approach.

Recientemente, la mecánica computacional ha sido utilizada para discutir defectos cristalinos extrínsecos en estructuras compactas, en esta contribución el análisis es extendido para incluir la presencia simultánea de defectos intrínsecos. Ambos tipos de defectos cristalinos (extrínsecos+intrínsecos) se asumen dentro del modelo de defectos aleatorios no interactuantes. La descripción está basada en la construcción de la máquina de  $\epsilon$ , ello permite introducir medidas entrópicas, así como la expresión para la hexagonalidad. El análisis continúa el estudio ya comenzado sobre defectos individuales desde el punto de vista de la mecánica computacional.

PACS: Stacking faults and other planar or extended defects (Fallas de apilado y otros defectos planares o extendidos), 61.72.Nn; time series analysis (análisis de series temporales), 05.45.Tp

### I. INTRODUCTION

Computational mechanics aims at treating complexity in dynamical systems by looking at it as a computational device capable of performing physical computation, that is, to store and process information [1]. The approach, as pioneered by Crutchfield et al [2], aims at building the less powerful computational device that can optimally describe the system behavior. Optimality means that any other computing model will be at most, as good in its description capability as the less powerful model. This optimal computing model is called an  $\epsilon$ -machine. Once the  $\epsilon$ -machine is found, it is possible to characterize the system by several entropic measures.

The use of computational mechanics in the study of planar faulting have been pioneered by Varn *et al.* [3–6], and Estevez-Rams et al, [7–10]. The approach starts by coding the stacking sequence in close packed structures (CPS) by using some binary code (e.g. Hägg notation or Jagodzinski notation) and then building an optimal Hidden Markov Model (HMM) description of the faulting dynamics. From there it is possible to capture the occurrence of pattern, the amount and nature of disorder and the correlation among features in the stacking arrangement [5, 11]. The HMM approach is general enough to be used beyond the faulting model to describe disorder and polytypism [8,9].

Close packed structures are crystal structures resulting from the stacking of identical periodic layers. They can be treated, once a layer motif is defined, as a one dimensional problem. From the crystallographic perspective they are order-disorder (OD) structures built by stacking hexagonal layers [12]. The constrain that reduces the number of possibilities is that two consecutive layers are not allowed to have the same lateral displacement. The most common CPS are the cubic close packed or 3C (Bravais lattice of type *cF*) and the hexagonal close packed or 2H (Bravais lattice of type *hP*). These two are also the simplest types of polytypes, as each layer is crystallographically equivalent to any other layer (they have the same spatial environment). It is common that periodicity in the stacking arrangement of CPS is not perfect. The disruption of stacking periodicity is known as planar disorder or stacking faults. The model that considers that a single occurrence of planar faulting is an independent event is called the Random Faulting Model (RFM). Within this model, faulting is reduced to certain types: intrinsic (removal of a layer from the sequence), extrinsic (addition of a layer to the sequence) and twinning (change of orientation in the sequence). In the RFM, a constant probability can be assigned to each type of stacking faults [13–15].

RFM is too simple to describe heavy faulting density in solids. The main limitation comes from neglecting any

interaction between defects. Besides such assumption it also considers that no other type of defects happens in the crystal. This assumption implies that faults go through the whole crystal, avoiding the need to account for the appearance of partial dislocations. Finally, planar faulting are taken to occur along only one stacking direction independently of the fact that crystallographic symmetry may imply several possible stacking directions in the crystal (e.g. face centered cubic crystal can be described by several stacking directions all belonging to the  $\langle 111 \rangle$  family of equivalent directions).

In spite of its simplicity, the RFM is still interesting as a reference model. It is a good starting point for more sophisticated calculations [16].

In the past, intrinsic and twin faulting in CPS have been studied under the approach of computational mechanics [7]. This study has been followed more recently to include single extrinsic faulting [10]. What has not yet been reported are models that account for the simultaneous occurrence of extrinsic faulting and the other types of defect. The purpose of this paper is to report such analysis for extrinsic+ intrinsic fault model.

In this contribution, the same procedure described in the analysis of extrinsic faulting as explained in [10] will be followed. It will be clear that allowing two type of defects adds several complications to the analysis. Several analytical expressions for disorder will be reported. We have tried to make the article as much as self contained as possible.

## II. STACKING FAULTS IN CLOSE PACKED ARRANGEMENTS.

In close packed structures such as face centered cubic (FCC), layers can be stacked in three positions according to their lateral displacement with respect to a common origin. This positions are usually labeled  $A$ ,  $B$  and  $C$  [12]. The FCC structure stacking order is then described by  $ABCABC\dots$ , while the hexagonal compact structure has a stacking described as  $ABABAB\dots$  [17]. The close packed constrain then means that in the stacking arrangement the same letter can not happen consecutively.

Hägg devised a less redundant coding [18]. When a pair of layers are of the types  $AB$ ,  $BC$  or  $CA$  a plus (or 1) code is assigned, a minus (or 0) otherwise. The close packed constrain is built into the Hägg notation [19]. An interesting feature of the Hägg notation is that the stacking arrangement is now a binary string instead of a three symbols sequence.

Every time that the periodic arrangement is interrupted it is considered a fault. The most simple faults that can be considered are (1) the missing of a layer, or intrinsic fault, for example in the FCC structure could be  $ABCA|CABC$ , where the  $|$  stands for where the fault has occurred. As second type of fault and somehow opposite to the previous one is the (2) extrinsic fault, which is the insertion of a layer in the periodic sequence. In the FCC structure could be  $ABC|B|ABC$ , where an extraneous  $B$  layer has been added to the ideal sequence. Finally a third type is the (3) twin fault which is a reversion of

the stacking ordering. Again, in the FCC structure could be  $ABCABC|BACBAC$ . In what follows, the probability for the occurrence of a deformation fault will be denoted by  $\alpha$ , and of an extrinsic fault by  $\gamma$ .

Using the Hägg code, the different faulting dynamics can be described by a finite-state automaton or machine which is equivalent to a Hidden Markov Model (HMM). A HMM will be defined by an alphabet, in our case the binary alphabet  $\{0, 1\}$ , a numerable set of states  $\mathcal{S}$ , and the transition probabilities between states. The set of transition probabilities defines the transition matrices  $\mathcal{T}^{[v]}$ , where each entry  $t_{ij}^{(v)}$  represents the probability of jumping from state  $i$  to state  $j$ , while emitting the symbol  $v \in \{0, 1\}$  [3-7]. The stochastic transition matrix is defined as  $\mathcal{T} = \mathcal{T}^{[0]} + \mathcal{T}^{[1]}$ .

According to the HMM description a particular stacking arrangement can be seen as a realization of the finite-state automaton. The system starts at some predefined state and, as it performs transitions with a given probability from one state to another, it outputs a symbols  $v \in \{0, 1\}$ . In this way, from the HMM perspective, a sequential dynamical system has been defined, statistically equivalent to the stacking arrangement. Care must be taken not to consider the dynamical system as a model of the actual physical or chemical process that lead to the stacking arrangement in the solid. The HMM is just a convenient mathematical device that allows to capture the relevant features in the stacking ordering.

The output of the HMM is a bi-infinite string  $\Upsilon$  of 0's and 1's. Of all the HMM models describing a given stacking ordering the minimal one is taken as to be optimal, in the sense of using less resources (number of states) to describe the system ordering. If we add the constrain that in this minimal model, given a state, the output symbol determines unambiguously the transition to another state (unifiliar property), then it is called an  $\epsilon$ -machine [1, 2].

Once the  $\epsilon$ -machine of the stacking process is found, several measures can be defined. The statistical complexity  $C_\mu$  is defined as the Shannon entropy [20] over the  $\epsilon$ -machine states,

$$C_\mu = - \sum_i p_i \log p_i, \quad (1)$$

where  $p_i$  is the stationary probability of the  $i$ th-state. The sum is over all states probabilities, logarithm is taken in 2 and in what follows base 2.  $C_\mu$  measures the amount of information the system stores.

If we denote by  $\langle \pi |$  the vector of state probabilities  $p_i$ , then  $\langle \pi |$  can be calculated as the normalized left eigenvector of the transition matrix  $\mathcal{T}$  with eigenvalue unity.

$$\langle \pi | = \langle \pi | \mathcal{T}. \quad (2)$$

The Shannon entropy  $H(X)$  for an event set  $X$  with discrete probabilities distribution  $p(X)$  is defined as [20]

$$H(X) = - \sum_i p(x_i) \log p(x_i), \quad (3)$$

where the sum is taken over all the probability distribution. The units of the entropy are bit.

For the set of all strings  $\Upsilon^N$  of length  $N$ , the Shannon block entropy  $H(\Upsilon^N)$  is given by equation (3), where  $p(X)$  is taken as the probability of a given string belonging to  $\Upsilon^N$ . The entropy density or entropy rate  $h_\mu$  is defined as

$$h_\mu = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{H(\Upsilon^N)}{N}, \quad (4)$$

when such limit exist.  $h_\mu$  is a measure of the irreducible disorder in the stacking arrangement [21].

For an  $\epsilon$ -machine the entropy density is given by [22]

$$h_\mu = - \sum_{k \in \mathcal{S}} P(k) \sum_{x \in \{0,1\}} P(x|k) \log P(x|k), \quad (5)$$

where  $P(a|b)$  means the probability of  $a$  conditioned on  $b$ . The unit of the entropy density is bit/site.

Consider any position in the bi-infinite string  $\Upsilon$ , from that point it can be defined the left half infinite string  $\overleftarrow{\Upsilon}$ , and the right infinite half  $\overrightarrow{\Upsilon}$ . Excess entropy  $E$  is a measure of predictability and it is defined as the mutual information between the left half and the right half in the system output,

$$E = H(\overleftarrow{\Upsilon}) + H(\overrightarrow{\Upsilon}) - H(\Upsilon). \quad (6)$$

Hexagonality is a measure of the fraction of hexagonal environments found in the stacking sequence. A hexagonal environment is one where a layer has the same displaced layer type above and below ( $ABA$ ,  $ACA$ ,  $BCB$ ,  $BAB$ ,  $CBC$  and  $CAC$ ). Hexagonality can be calculated as the sum of the probability of occurrence of a sequence 01 and a sequence 10 in the Hägg code. The probability of a sequence 01 is given by

$$P(01) = \langle \pi | \mathcal{T}^{[0]} \mathcal{T}^{[1]} | 1 \rangle, \quad (7)$$

correspondingly for a sequence 10

$$P(10) = \langle \pi | \mathcal{T}^{[1]} \mathcal{T}^{[0]} | 1 \rangle. \quad (8)$$

$|1\rangle$  is a vector of 1's.

### III. SINGLE FAULTING DESCRIPTION IN THE FACE CENTERED CUBIC STACKING ORDER

The ideal FCC stacking in the Hägg notation is described as a bi-infinite string of 1s or 0s. The HMM description of an intrinsic fault in a 3C stacking arrangement is depicted in Fig. 1a. In what follows it will be considered the ideal 3C structure described by a sequence of 1s, corresponding to the sequence that goes in the direction  $A \rightarrow B \rightarrow C$ .

The occurrence of an intrinsic fault, governed by a probability  $\alpha$ , is reflected as the insertion of a 0. This case was already analyzed in [7]. The HMM description of the intrinsic faulting process has one state and it is equivalent to the flipping of a biased coin.

The HMM description of an extrinsic fault has been analyzed in [10] and it is shown in Fig. 1b. This case is slightly

more involved than the previous one. The occurrence of the extrinsic fault with probability  $\gamma$  is reflected in the Hägg code as the insertion of two consecutive 0s. The  $\epsilon$ -machine is made of two states. While no faulting occurs the system stays in the  $f$  state, but as soon as an extrinsic fault happens, there is a transition to an  $e$  state upon emitting a 0, from where the system returns with certainty to the  $f$  state emitting another 0. In [8] is discussed how this dynamics is equivalent to a biased even process.

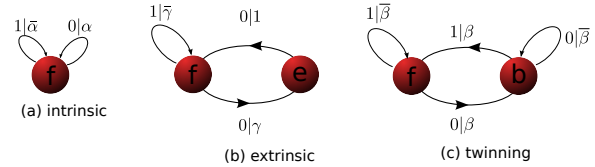


Figure 1. The Hidden Markov Model (HMM) of the (a) intrinsic, (b) extrinsic and (c) twin faults in a 3C structure. The label besides the directed arcs  $slp$  must be understood as the symbol emitted with the given probability.

The third type of faulting considered is the twin fault. The probability of occurrence is denoted by the letter  $\beta$ . This faulting has been reported in [7]. The  $\epsilon$ -machine description is shown in figure 1c. For this type of defect the two possible 3C sequence, one made of 1s and the other of 0s, can happen. The twin fault is nothing else than a jump from one type of sequence to the other.

### IV. COMBINED FAULTING IN THE FACE CENTERED CUBIC STACKING ORDER

The HMM description of the stacking arrangement in the presence of combined faulting should be the addition of the HMM for each type of defect. Yet, this is not enough. Additionally, the case of simultaneous occurrence of more than one defect has to be taken into account. Both operations, the direct sum of the isolated HMM and the emergence of new transitions as result of simultaneous defects can result in a non-unifiliar HMM. In such case, the description can not be considered a valid  $\epsilon$ -machine. In particular it is not well suited for the calculation of the statistical complexity, the entropy density and the excess entropy. A unifiliar representation can be found from the non-unifiliar one by means of mixed states [23].

#### IV.1. Extrinsic + intrinsic faulting

A possible HMM description for this case is shown in Fig. 2.

The corresponding transition matrix will be given by

$$\begin{aligned} \mathcal{T}^{[1]} &= \begin{pmatrix} \bar{\alpha}\bar{\gamma} + \alpha\gamma & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \mathcal{T}^{[0]} &= \begin{pmatrix} \alpha\bar{\gamma} & \bar{\alpha}\gamma \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \mathcal{T} &= \begin{pmatrix} \bar{\alpha}\bar{\gamma} + \alpha & \bar{\alpha}\gamma \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & &= \begin{pmatrix} \alpha\gamma + \bar{\gamma} & \bar{\alpha}\gamma \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

where  $\bar{\alpha} = 1 - \alpha$  and  $\bar{\gamma} = 1 - \gamma$ . The stationary probabilities over the recurrent states  $f$  and  $e$  can be calculated following

equation (2) which results in

$$\langle \pi | = \left( \frac{1}{1 + \bar{\alpha}\gamma}, \frac{\bar{\alpha}\gamma}{1 + \bar{\alpha}\gamma} \right), \quad (10)$$

the first value corresponds to the  $f$  state.

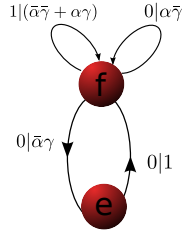


Figure 2. HMM of the 3C system with extrinsic+intrinsic faulting. Labels follow the same description as in Figure 1.

In order to obtain the hexagonality, the probabilities of the sequences 01 and 10 has to be calculated from equations (7) and (8), both expressions turn to be equal and given by

$$P(01) = P(10) = \frac{\alpha\bar{\alpha}(1 - 2\gamma)^2 + \bar{\gamma}\gamma}{1 + \bar{\alpha}\gamma}, \quad (11)$$

from where the hexagonality is given by  $2P(01)$ . Hexagonality has a maximum value of  $1/2$  at  $\alpha = 1, \gamma = 1/2$  or  $\alpha = 1/2, \gamma = 0$ .

The statistical complexity can be considered as given by equation (1). Results are shown in Fig. 3. For a fixed value of  $\gamma$ , increasing value of faulting probabilities results in a decrease of  $C_\mu$ . For the intrinsic faulting with almost no extrinsic faulting the system is almost all the time in the single state  $f$  (Fig. 2). For increasing value of  $\alpha$ , extrinsic faulting cancels and the only disorder is given by the intrinsic faulting, correspondingly  $C_\mu$  decreases (Fig. 3a).

The HMM description used so far can not be considered an  $\epsilon$ -machine because it does not have the unifilar property. In order to derive the  $\epsilon$ -machines we need to build a unifilar description from the already found HMM, which results in a mixed state representation. The procedure for doing so can be found in [23]. The result for this case is shown in Fig. 4, where the set of states in the mixed state representation will be denoted by  $\mathcal{M}$ .

The first thing to notice is that the unifilar FSA has a numerable but infinite number of states. The starting state is labeled with an  $S$  which has a transient character (asymptotically the probability of the system in this state is zero), and the same goes for all states labeled as  $T_n$ .

The state labeled as  $F$  is recurrent with probability

$$P(F) = \langle \pi | \mathcal{T}^{[1]} | 1 \rangle = \frac{\bar{\alpha} + \gamma(2\alpha - 1)}{1 + \bar{\alpha}\gamma}, \quad (12)$$

for  $\gamma = 0, P(F) = \bar{\alpha}$ , and for  $\alpha = 0, P(F) = \bar{\gamma}/(1 + \gamma)$ .

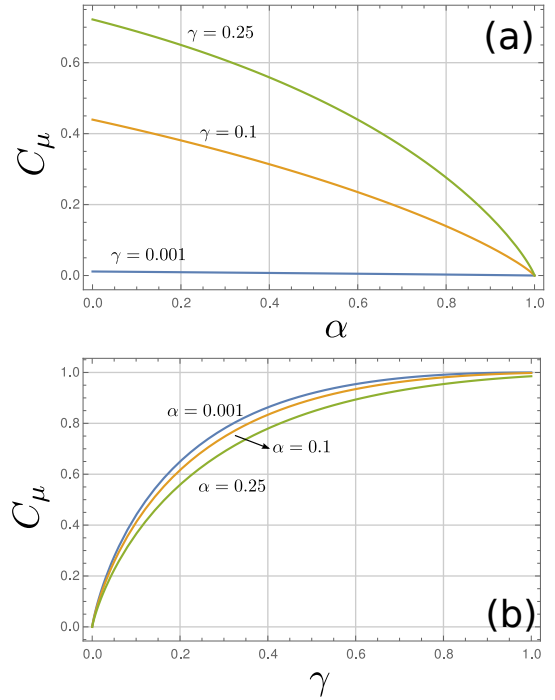


Figure 3. Statistical complexity as a function of (a) the intrinsic fault probability for fixed extrinsic fault probability; (b) the extrinsic fault probability for fixed intrinsic fault probability.

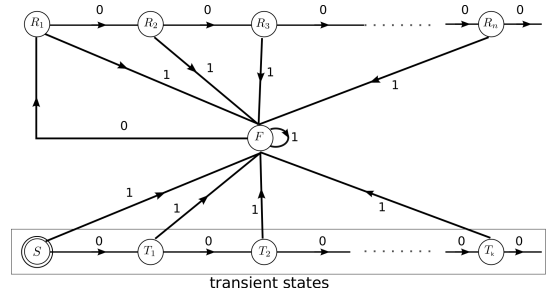


Figure 4. Mixed state representation of the extrinsic+intrinsic faulting. The state labeled as  $S$  is the starting state, states labeled as  $T_i$  are transient states with stationary probability equal to zero. All other states are recurrent.

The states in the upper line are also recurrent with probability

$$P(R_n) = \langle F | (\mathcal{T}^{[0]})^n | 1 \rangle \quad (13)$$

where

$$\langle F | = (1, 0),$$

and

$$(\mathcal{T}^{[0]})^n = \frac{2^{-n}}{z} \begin{pmatrix} \frac{y^{n+1} - x^{n+1}}{2} & (z - \alpha\bar{\gamma}) \frac{y}{2} \frac{y^n - x^n}{2} \\ y^n - x^n & \frac{z(y^n + x^n) - \alpha\bar{\gamma}(y^n - x^n)}{2} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

with

$$z = \sqrt{\alpha^2 \bar{\gamma}^2 + 4\gamma\bar{\alpha}}, \quad (15)$$

$$x = \alpha\bar{\gamma} - z,$$

$$y = \alpha\bar{\gamma} + z.$$



Figure 5 shows that the probability of the states  $R_n$  drops exponentially with  $n$ .

For  $\gamma = 0$ ,  $P(R_n) = \alpha^n$ , the non-transient part of the mixed representation becomes a redundant, and therefore non-optimal, HMM description of the intrinsic fault process (compare with Fig. 1a). The same goes for  $\alpha = 0$ , where  $P(R_n) = \gamma^{(n+1)/2}$  and the mixed representation is a non-optimal description of the extrinsic faulting.

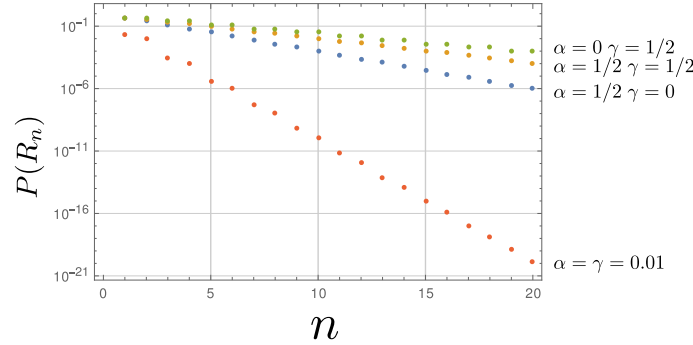


Figure 5. Stationary probability of the recurrent states  $R_n$  for given values of faulting probabilities. As  $n$  increases, the probability of reaching the state decreases exponentially. Notice the semi-log scale in the plot.

Entropy density can be calculated if we know the transition matrix  $W$  of the mixed representation. From the HMM automaton of Figure 4 the transition probabilities are given by

$$\begin{aligned}
 P(0|S) &= \frac{2\gamma\bar{\alpha} + \alpha\bar{\gamma}}{1 + \gamma\bar{\alpha}} \\
 P(1|S) &= 1 - P(0|S) \\
 P(0|F) &= \alpha + \gamma - 2\alpha\gamma, \\
 P(1|F) &= 1 - P(0|F), \\
 P(0|R_n) &= \frac{\langle F | (\mathcal{T}^{[0]})^{n+1} | 1 \rangle}{\langle F | (\mathcal{T}^{[0]})^n | 1 \rangle}, \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\alpha(3\gamma-1)(x^{n+1}-y^{n+1}) + (z-2\gamma)x^{n+1} + (z+2\gamma)y^{n+1}}{(3\alpha\gamma-\alpha-2\gamma)(x^n-y^n) + z(x^n+y^n)}
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$P(1|R_n) = 1 - P(0|R_n).$$

The expression for the entropy density calculated from the unifilar representation is given by the expression [22]

$$h_\mu = \langle \pi_W | H(W) \rangle, \tag{17}$$

where  $\pi_W$  and  $H(W)$  are the stationary probabilities and the Shannon entropy over the transition probabilities of the mixed states, respectively. The first can be known from an expression similar to (2) using the  $W$  transition matrix, the second follows the expression

$$|H(W)\rangle = - \sum_{s \in \mathcal{M}} |\delta_s\rangle \sum_{x \in \{0,1\}} \langle \delta_s | W^{(x)} | 1 \rangle \log \langle \delta_s | W^{(x)} | 1 \rangle \tag{18}$$

$\delta_i$  is the distribution with all the probability density on the

$i$ -th mixed state. The reader can refer to [22] for further explanation.

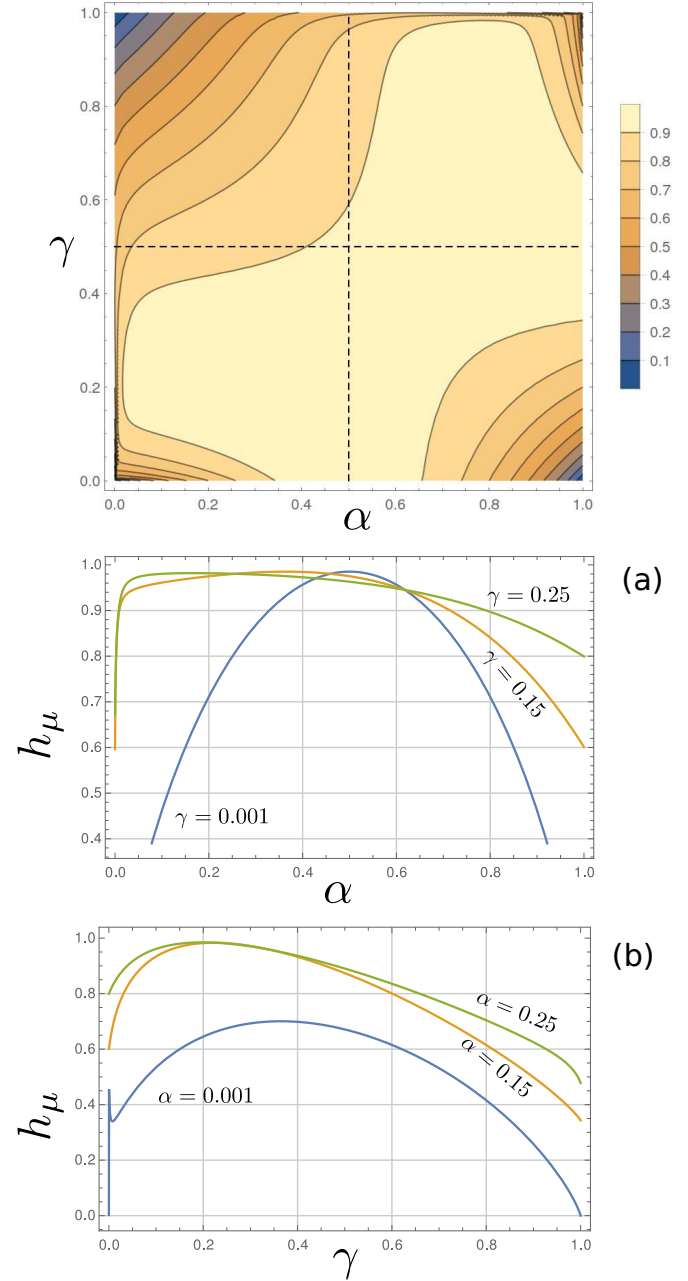


Figure 6. (up) Contour plot of the entropy density  $h_\mu$  as a function of the faulting probabilities  $\alpha$  and  $\gamma$ . (a)  $h_\mu$  plot as a function of intrinsic fault probability for fixed extrinsic fault probabilities. (b)  $h_\mu$  plot of entropy density as a function of extrinsic fault probability for fixed values of intrinsic fault probabilities.

In figure 6 at the top, the contour plot of the entropy density as a function of  $\alpha$  and  $\gamma$  is shown. The four corners of the plot exhibit zero entropy as should be expected. Again, the symmetry breaking of  $\gamma$  is seen as the graphic is not symmetric with respect to the middle point. The plots in figure 6a further emphasizes this symmetry breaking. The  $\gamma = 0.001$  curve is almost symmetrical with respect to  $\alpha = 1/2$ , a result that recovers the expected behavior for the intrinsic faulted system. This symmetry is clearly broken for larger values of  $\gamma$  as can be seen in the curves for  $\gamma = 0.15$  and  $\gamma = 0.25$ . It is also interesting to notice that for larger values

of extrinsic faulting ( $\gamma = 0.25$ ) the entropy has a jump as soon as intrinsic faulting steps in reaching a maximum, and then it starts to decrease. This can be understood as a result of the opposite effect of both faulting types. While  $\gamma$  and  $\alpha$  are small, both faulting happen in isolation and therefore contributes to the disorder of the system. For larger values of faulting probability, if one allows for simultaneous occurrence as it has been done in this model, then each fault cancels itself, which explains the decrease in entropy density. The same reason explains the behavior of the curves in Fig. 6b.

The statistical complexity over the mixed states can be considered, as given by equation (1), using equations (12) and (13) (In the infinite sum, due to the exponential decaying behavior of  $P(R_n)$ , only a few terms can be considered). Results are shown in Fig. 7. For increasing value of faulting probabilities,  $C_\mu$  increases. The behavior can be understood by looking at Figure 4 together with Fig. 5. For increasing faulting values the probability of the  $R_n$  states increases, which means that more recursive states are significantly involved in the system description. In that sense more resources (memory) are needed to account for the increasing disorder introduced by the faulting.

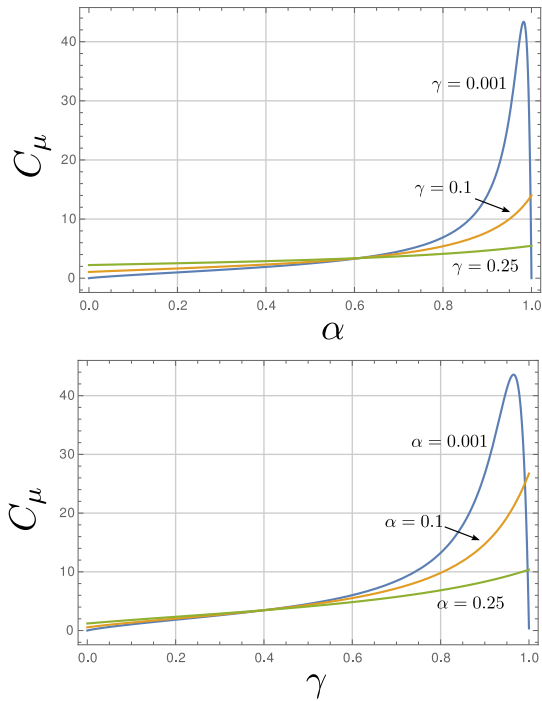


Figure 7. Statistical complexity  $C_\mu$  as a function of (up) intrinsic fault probability and (down) extrinsic fault probability.

Finally, the probability of a chain of 1's of length  $n$  is given by

$$P(1^n) = \langle \pi | (T^{[1]})^n | 1 \rangle \quad (19)$$

From where the average length of blocks of 1's can be calculated

$$\langle L_1 \rangle = \frac{1 - (\alpha\bar{\gamma} + \bar{\alpha}\gamma)}{(1 + \bar{\alpha}\gamma)(\alpha\bar{\gamma} + \bar{\alpha}\gamma)^2}. \quad (20)$$

$$\langle L_0 \rangle = \langle L_1 \rangle \text{ at } \gamma = 0.3623.$$

In Fig. 8 hexagonality as a function of statistical complexity of the HMM (not the mixed representation) and entropy density are shown. There is no functional dependence between hexagonality and both measures. As a tendency, the higher the entropy density is, the higher the hexagonality, which comes as no surprise, as hexagonal neighborhoods are result of faulting events, which in turn implies larger disorder. Yet, the higher the entropy density the larger range of hexagonality the system can accommodate. In both plots of figure 8, the red points corresponds to a system with only extrinsic faulting. It comes immediately that the extrinsic fault curve is the lower bound for the hexagonality vs  $C_\mu$  plot. The dependence of hexagonality with statistical complexity seems to be functional when only extrinsic fault is present. The introduction of intrinsic faults widens the range of values of hexagonality that a given  $C_\mu$  can allow. For the dependence with entropy density, the hexagonality for extrinsic faulting alone is a two branch curve, the upper turn being an upper bound (Fig. 8b). The lower red branch happens for an extrinsic fault density  $\gamma$  between 0 and 0.38. The upper branch corresponds to the range  $\gamma \in [0.38, 1]$  meaning that above 0.38 "defects" starts prevailing over the ordered underlying sequence.

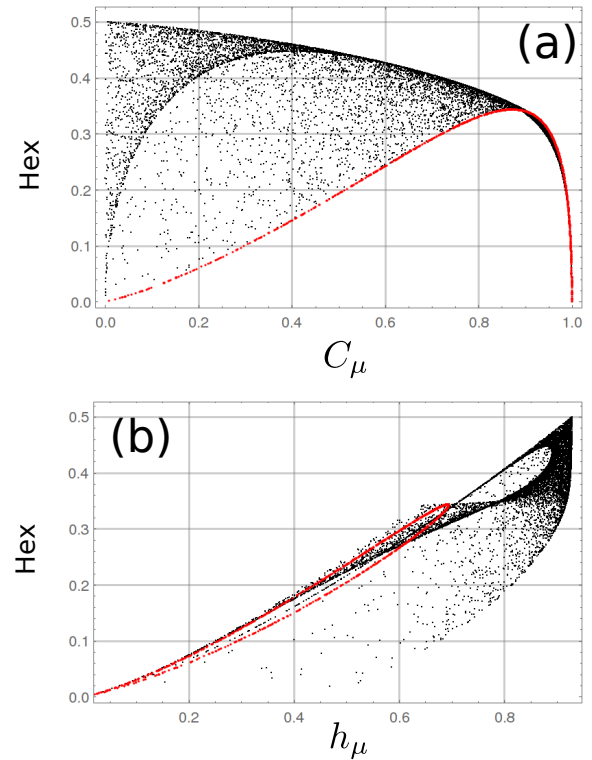


Figure 8. Hexagonality vs (a) statistical complexity and (b) entropy density. Hexagonality is not a function of either measures. Red points correspond to  $\alpha = 0$ .

## V. CONCLUSIONS

The occurrence of intrinsic faults in a system where extrinsic faulting is present breaks the unifilar character of the HMM. The two state description cease to be an e-machine description. As a result, unifilarity must be attained through the mixed state representation resulting in

a HMM description with numerable but infinite number of states. It was already reported that extrinsic faulting leads to a sofic system, and it came as a surprise that such simple system leads to an infinite memory description. Here we find that the addition of intrinsic faulting, still a simple system in terms of the faulting dynamics, has a description with an infinite number of states. Although topologically simple, this fact further emphasizes that even simple physical models can lead to non trivial description in terms of computational mechanics.

Several useful analytical expressions were also derived for different entropic measures, probabilities, and lengths as a function of the faulting probabilities  $\alpha$  and  $\gamma$ . Such expressions have not been reported before.

#### ACKNOWLEDGMENTS

This work was partially financed by FAPEMIG under the project BPV-00047-13 and computational infrastructure support under project APQ-02256-12. BAF and EER which to thank the financial support under the PVE/CAPES grant 1149-14-8 that allowed the visit to the UFU. RLS wants to thank the support of CNPq through the projects 309647/2012-6 and 304649/2013-9.

#### REFERENCES

- [1] J. P. Crutchfield, L. Lam and V. Narodditsty, Modeling complex phenomena, (Springer, Berlin, Germany, 1992), pp. 66-101 .
- [2] J. P. Crutchfield, Nature **8**, 17 (2012).
- [3] D. P. Varn and G. S. Canright, Acta Cryst. A **57**, 4 (2001).
- [4] D. P. Varn, "Language extraction from zns", Thesis dissertation, The University of Tennessee, U.S., 2001.
- [5] D. P. Varn, G. S. Canright and J. P. Crutchfield, Phys. Rev. B **66**, 174110 (2002).
- [6] D. P. Varn and J. P. Crutchfield, Phys. Lett. A **324**, 299 (2004).
- [7] E. Estevez-Rams, U. Welzel, A. Penton-Madrigal and E. J. Mittemeijer, Acta Cryst. A **64**, 537 (2008).
- [8] E. Rodriguez-Horta, E. Estevez-Rams, R. Neder and R. Lora-Serrano, Acta Cryst. A **73**, 357 (2017).
- [9] E. Rodriguez-Horta, E. Estevez-Rams, R. Neder and R. Lora-Serrano, Acta Cryst. A **73**, 377 (2017).
- [10] E. Estevez-Rams, R. Lora-Serrano, A. P. Madrigal and M. Nespolo, Acta Cryst. A **73**, 449 (2017).
- [11] D. P. Varn, G. S. Canright and J. P. Crutchfield, Acta Cryst. A **69**, 413 (2013).
- [12] S. Đurovič, In Modular Aspect of Minerals, EMU Notes in Mineralogy (Eötvös University Press, Budapest, Hungary, 1997).
- [13] A. J. C. Wilson, Proc. Roy. Soc. A **180**, 277 (1942).
- [14] A. J. C. Wagner, Acta Metall. **5**, 427 (1957).
- [15] B. E. Warren, X-Ray Diffraction (Addison-Wesley, New York, USA, 1969).
- [16] P. Serrano-Alfaro, E. Estevez-Rams, R. L. Serrano and B. Aragon-Fernandez, Submitted for publication (2018).
- [17] A. R. Verma and P. Krishna, Polymorphism and Polytypism in Crystals (Wiley, New York, USA, 1966).
- [18] G. Hagg, Arkiv. Kemi. Mineralogi. Geologi. **16B**, 1 (1943).
- [19] E. Estevez-Rams, C. Azanza-Ricardo, J. Martinez-Garcia and B. Aragon-Fernandez, Acta Cryst. A **61**, 201 (2005).
- [20] C. Arndt, Information measures (Springer Verlag, 2001).
- [21] J. Crutchfield and D. P. Feldman, Chaos **13**, 25 (2003).
- [22] J. P. Crutchfield, C. J. Ellison and P. M. Riechers, ArXiv e-prints (2013).
- [23] D. R. Upper, "Theory and algorithms for hidden markov models and generalized hidden markov models", Thesis dissertation, The University of Rice, U.S., 1989.

---

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.



# RAPID CLASSIFICATION OF BACTERIA USING LIBS IN MULTI-PULSE LASER REGIME AND NEURAL NETWORKS PROCESSING

## CLASIFICACIÓN RÁPIDA DE BACTERIAS USANDO LIBS CON UN LÁSER EN REGIMEN MULTI-PULSO Y PROCESAMIENTO CON REDES NEURONALES

F. G. RENDÓN-SAUZ<sup>a</sup>, T. FLORES-REYES<sup>a</sup>, A. PONCE-FLORES<sup>b†</sup>

a) Instituto Politécnico Nacional, Altamira 90600, México

b) Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México; aleponce92@gmail.com<sup>†</sup>

† corresponding author

Recibido 23/1/2018; Aceptado 1/5/2018

Recently, efforts have been increased for the rapid identification of microbiological samples to improve health diagnosis. Existing methods are time consuming and require pre-treatment of the sample. For these reasons, the Laser Induced Breakdown Spectroscopy (LIBS) technique has been proposed as an alternative method to reduce bacterial identification times. In this work, spectra were obtained from two types of bacteria: *Escherichia coli* and *Staphylococcus aureus*, their elemental identification, as well as the use of an artificial neural network for classification among them. As a source of excitation, a compact laser was used in the Q Multi-pulse switch, which favors the intensity of the plasma emission and facilitates detection. The results presented show a clear identification between the two types of bacteria.

Recientemente, han incrementado los esfuerzos para disminuir el tiempo de identificación de muestras biológicas y así mejorar los diagnósticos clínicos. Los métodos existentes requieren pretratamiento de las muestras y tiempos extendidos. Por esta razón, la Espectroscopia de Plasma Inducido por Laser (LIBS) se ha propuesto como un método alternativo para reducir el tiempo de identificación de una bacteria. En este trabajo, se obtuvieron espectros de dos especies de bacteria: *Escherichia coli* y *Staphylococcus aureus*. Estos fueron identificados elementalmente y clasificados con el uso de una red neuronal artificial. Como fuente de excitación se usó un láser compacto con Q switch multi-pulso, que favorece la intensidad de la emisión del plasma y facilita la detección. Los resultados muestran una identificación clara entre los dos tipos de bacteria.

PACS: Lasers, applications of (Láseres, aplicaciones de los), 42.62.-b; laser spectroscopy (espectroscopía láser), 42.62.Fi; neural networks (redes neuronales), 84.35.+i.

### I. INTRODUCTION

In recent years there is growing concern about the significant increase in the appearance of bacteria resistant to many antimicrobial therapies [1]. One of the reasons for this increase is the widespread and indiscriminate use of antibiotics to treat infections [2]. A nosocomial infection (HI) is one that is acquired in a hospital or another health service [3]. Among the bacteria producing HI are *Escherichia coli*, *Staphylococcus aureus*, and *Salmonella typhimurium* [4]. Infections caused by *S. aureus* present a challenge for clinical entities, particularly for serious conditions such as bacteremia, severe pneumonia, and skin infections. The *S. aureus* bacterium is the second cause in HI [5].

There are numerous other emerging and existing technologies that purport to provide a real-time medical diagnosis of pathogens, such as polymerase chain reaction, micro array assemblies, fluorescence *in situ* hybridization, and other fluorescence techniques to name a few. These techniques all possess their own unique limitations [6].

An alternative method for the identification of bacteria more quickly is through the use of Laser-Induced Breakdown Spectroscopy (LIBS) and the use of neural networks for their proper classification [7, 8].

Some of the advantages of the LIBS technique are the ability to perform fast measurements *in situ* of several elements simultaneously [9], requiring little or no previous preparation of the samples. This has enabled numerous applications of the LIBS technique in different areas: cultural property [7], metallurgy [10,11], security [12], forensic science [13], biomedicine [14], pharmaceutical industry [15], foods [16, 17], environment [18, 19], archeology [20] and has even been used in the exploration of the surface of the Moon and Mars [21, 22]. Also, the atmospheric conditions and extreme temperature of the planets like Mars or Venus are revealed as suitable for LIBS analysis [23].

Since 2003 LIBS has been used to identify and discriminate between a variety of microorganisms based on the emissions of inorganic trace elements contained in microorganisms [24]. One of the most significant advantages of this technique applied in this area is that it can identify all bacterial pathogens including strains of the same species [25].

There are currently several approaches to microbiology analysis with LIBS [26], and there is no standard protocol recommended by the scientific community. Different types of lasers have been used, although the fundamental frequency (1064 nm) of Nd: YAG lasers of nanoseconds are the most common [27–32]. Other harmonics have also been used in the



near infrared using Ti: sapphire femtosecond lasers [33]. The motivation of these studies is to evaluate the ability of LIBS to provide rapid identification, when compared with traditional methods of bioanalysis, by benefiting from the possibility of combining with chemometric methods to increase the performance of the technique.

Artificial Neural Networks (ANN) works are those in which only a partial regression analysis is used for difference of least squares or classifiers. In some cases the correlation of their results was of 85 % [25, 34, 35]. Other studies [30, 31] have shown that ANNs have promising potential for classifying and predicting bacterial samples at the genus level with a high degree of accuracy. In the present paper, we show the classification of two types of bacteria: *Escherichia coli* and *Staphylococcus aureus*, through the use of a LIBS system with a compact multi-pulse and portable laser [36]. The artificial neural network used is easily programmable, with six input neurons and one output neuron, which facilitates the understanding of the results.

## II. METHODOLOGY

### II.1. Preparation of samples

Samples of *Escherichia coli* and *Staphylococcus aureus* are second growth ATCC reference strains. These were cultivated with the streak technique and left to incubate for 24 hours. The samples were separated from the growth agar with a sterilized handle into a glass holder and allowed to dry for 15 minutes, this resulted in a rounded speck of around 5 mm thick. This was to remove the bacterium from the medium and thus ensure ablation of only bacterial sample, which was solid to avoid the effect of spattering caused by the agar and its possible spectral interference during the process of ablation.

### II.2. Experimental Installation

The LIBS installation consisted of a Nd:YAG laser emitting in multipulse mode with Q: Passive switch, emitted with a wavelength of 1064 nm (Bralax, Mexico). The laser beam was directly impacting on the sample being focused with a lens with 5 cm of focal length. It is important to take into account the dimensions of this laser, 14 x 6 x 4 cm, which makes it an extremely compact and inexpensive plasma excitation medium, since the price of the device is less than \$5000. The samples were placed so that their surface coincided with the focus of the lens. The impact of laser pulse on the surface ablates a certain amount of material and generates a plasma, the emission of which is transmitted to an Ocean Optics USB4000 spectrometer using a P600-1-SR optical fiber. The spectrometer has an optical resolution of 0.3 nm with a spectral range of 200-900 nm. Its reading begins upon receiving the signal from a photodetector model PDA10A (Thorlabs Inc., USA) which in turn sends the electrical signal once it detects the emission of the laser pulse. The spectrometer information is transmitted and processed on a computer using Spectra-Suite software to obtain spectra,

which were stored in plain text format. Fig. 1 shows the diagram of the experimental installation.

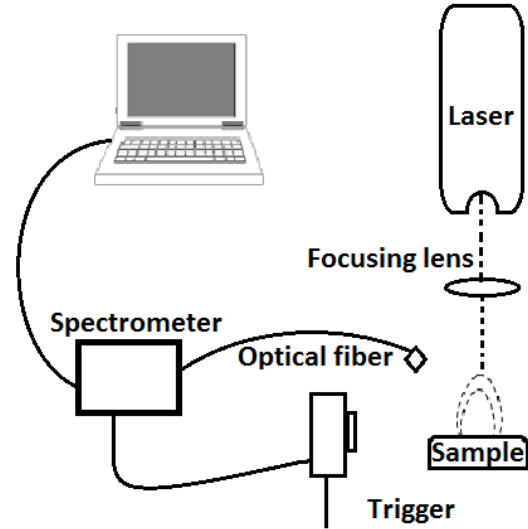


Figure 1. LIBS setup.

The final experimental conditions were: laser energy 450 mJ; Spectrum capture delay set by 0.5  $\mu$ s spectrometer software; Distance between the optical fiber and the sample of 1.7 cm; Focal length of 6.5 cm and time between shots of 1 minute.

The emission of the laser consists of a sequence of 6 pulses with a separation between them of 40 to 60  $\mu$ s, which generates a new material extraction at each pulse. Due to the separation between pulses, the captured emission is not associated to a plasma re-excitation, but to the contribution of several processes of ablation and emission, independent of each other, the sum of which contributes to the improvement of the signal of Intensity-noise [34].

### II.3. Obtaining and processing of spectra

From a total of 6 different samples (3 per bacterium) in the above conditions, a total of 106 spectra were captured (53 per sample); 50 for training and three for use in the neural network.

For the chemometric analysis, spectral range was reduced from 300 nm to 800 nm because no relevant information was found outside this range. Then, an internal normalization was made taking the line 656.3 nm as the standard since it is found in both samples. This normalization was done to reduce fluctuations in the spectral intensities between shots.

### II.4. Identification of spectral lines

Frequently, in LIBS the measurements are obtained by an averaged set of spectra produced by several laser pulses. The average of consecutive spectra will produce weak values in the signal-to-noise ratio. The spectra of each sample were averaged over a single spectrum with the following ratio

$$I = \frac{I_1 + I_2 + \dots + I_{n-1} + I_n}{n}, \quad (1)$$

where  $I$  is the average intensity associated with a wavelength,  $I_n$  is the intensity associated with a wavelength of a single shot spectrum and  $n$  the number of spectra obtained.

The identification of spectral lines was performed with reference to the National Institute of Standards and Technology [35] and United States Army Research Laboratory databases [36].

### II.5. Artificial Neural Network

A major component analysis was performed to see that despite the internal differences between the spectra types, there were no similarities with the opposite bacteria. The average spectra were subtracted so that the differences were noticeable and thus to be considered as input neurons in the neural network.

The neural network was programmed in Matlab r2010b. The network contains: six neurons in its entrance layer; 50 neurons in the hidden layer, which allow the creation of weights and thresholds for a better development of the training; only one neuron in its exit layer, in order to give results of type 0 and 1.

### II.6. Principal Component Analysis

PCA is a technique that finds combinations of many variables, called principal components; these components are accountable for most of the variance, thus finding trends within the data. The results from PCA are usually showed with a graph that relates variation in the samples, called score plot [37].

### II.7. RESULTS AND DISCUSSION

Fig. 2 is the average spectrum of the 50 spectra corresponding to the *S. aureus* sample. Both elemental peaks and recombination bands are observed. Some of the characteristic peaks are Ca (393.36 nm, 396.84 nm), H (486.13 nm, 656.3 nm), N (499.9 nm), Li (610.54 nm, 670.79 nm), K (766.49 nm, 769.89 nm), Nm (589.59 nm) and O (777.2 nm).

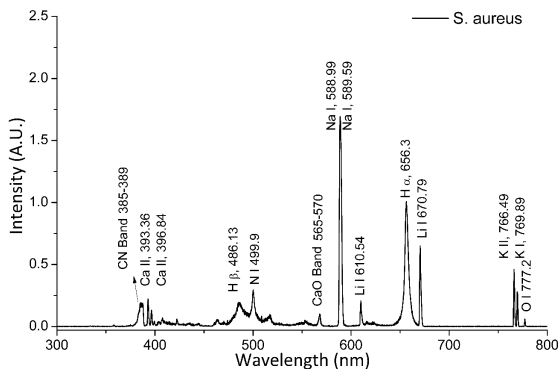


Figure 2. Emission spectrum of *Staphylococcus aureus*.

It is well known that mineral salts are the source of anions and cations for bacteria. The following cations, in particular, are needed in relatively large amounts:  $K^+$ ,  $Mg^{++}$ ,  $Ca^{++}$ ,  $Fe^{++}$ , so its presence in the spectra is not uncommon.

The molecular bands found were: CN (385-389 nm) and CaO (565-570 nm). The molecular bands of CN are indicators of the presence of free amino acid radicals in the structure of the biological material, and the atomic intensities are related to the abundance in these structures.

Fig. 3 is the averaged spectrum of the 50 spectra corresponding to the *E. coli* sample, and here also both elemental peaks and molecular bands are observed. Among the characteristic peaks are Ca (393.36 nm, 396.84 nm, 422.67 nm), H (486.13 nm, 656.3 nm), N (499.9 nm), K (766.49 nm, 769.89 nm), Na (588.99 nm, 589.59 nm) and O (777.2 nm). In the cytoplasmic membrane large, dense and refringent clusters of insoluble calcium salts can be found. The detected mineral elements are potentially usable as spectral markers because they are essential in this type of bacteria.

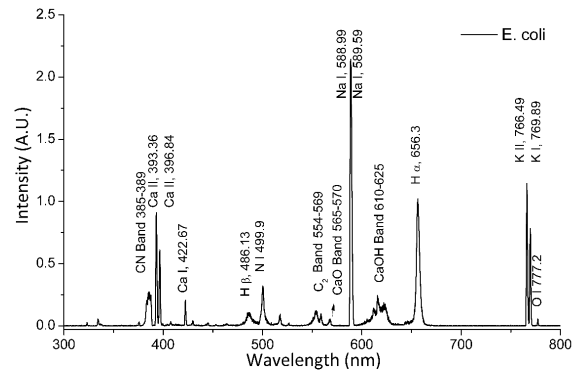


Figure 3. Emission spectrum of *Escherichia coli*.

In *Escherichia coli* case, the molecular bands found were: CN (385-389 nm),  $C_2$  (554-569 nm), CaO (565-570 nm) and CaOH (610-625). In relation to the bands of C-C, we can assume that they are associated with organic compounds like starches, present in the structure of the bacterium.

The principal component analysis (Fig. 4) shows a clear separation of two groups, each encompassing one type of bacteria. This indicates that the results of the bacteria analyzed are spectrally different from each other. The most distant points of the main group are those samples that showed more internal differences in the RMSE analysis.

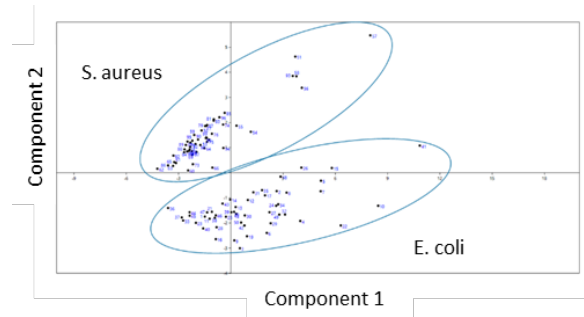


Figure 4. Principal component analysis.



The noticeable spectral differences are most clearly seen in Fig. 5, where the average spectrum of *E. coli* was subtracted from the average spectrum of *S. aureus*. Among the elemental differences, the Ca II peaks (393.36 and 396.84 nm), the predominant Na I intensity (588.99 nm) and the appearance of KI (766.49 and 769.89 nm) were observed by *E. coli* bacteria. On the part of the sample of *S. aureus*, only the line of Li I (610.54 nm) was considered as a remarkable difference. These differences were considered as input neurons.

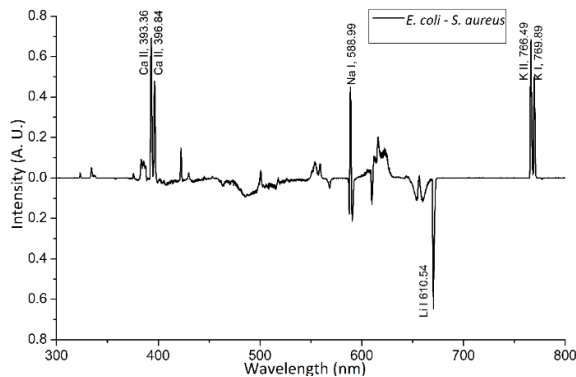


Figure 5. Spectral remains *E. coli* - *S. aureus*.

To train and validate the algorithm of the neural network, we used the 100 LIBS spectra obtained. In this training, the molecular bands were not included in order to verify that the elemental spectral information is enough to perform the discrimination. Of the spectra 70 % were used for the training, 15 % for the validation and 15 % for the internal test process. After completing the data processing in the network, we analyzed the extra spectra for checking the implementation of the network the results are shown in Table 1.

Table 1. Results of the application of the neural network.

Sample	Network Result	Result
1	1	<i>E. coli</i>
2	1	<i>E. coli</i>
3	1	<i>E. coli</i>
4	0	<i>S. aureus</i>
5	0	<i>S. aureus</i>
6	0	<i>S. aureus</i>

The classification according to the values entered in the pre-training network (1 for *E. coli* and 0 for *S. aureus*) is consistent with those obtained after the analysis of external samples. With this, it is verified that the unequivocal classification between two bacteria using a neural net of basic programming is possible.

### III. CONCLUSIONS

The use of LIBS, the excitation of which is carried out using a multi-pulse emission laser, based on a low-cost passive Q: Switch, allows the identification of adequately identified spectra for different types of bacteria.

It is demonstrated that it is possible to use a neural network to obtain a correct classification of bacteria by LIBS using only spectral information from the elemental emission.

The combination of data processing using a neural network, coupled with the use of a low-cost multi-pulse laser system, can become a very useful tool for the rapid discrimination of bacteria under field conditions.

### IV. ACKNOWLEDGMENTS

The authors thank the National Polytechnic Institute for the support given for the sabbatical year for Teresa Flores Reyes.

### REFERENCES

- [1] L. Dijkshoorn, A. Nemeč, and H. Seifert, *Nat. Rev. Microbiol.* **5**, 939 (2007).
- [2] M. Zourob, S. Elwary, and A. P. Turner, *Principles of bacterial detection: biosensors, recognition receptors and microsystems* (Springer Science & Business Media, New York, USA, 2008).
- [3] K. W. Lobdell, S. Stamou, and J. A. Sanchez, *Surg Clin North Am.* **92**, 65 (2012).
- [4] M. B. Amorín, F. Schelotto, and H. Chiparelli, *Agentes de diarrea y gastroenteritis* (Librería Médica Editorial, Madrid, España 1999).
- [5] F. Campanile, D. Bongiorno, M. Perez, G. Mongelli, L. Sessa, S. Benvenuto, F. Gona, P. E. Varaldo, and S. Stefani, *J. Glob. Antimicrob. Resist.* **3**, 247 (2015).
- [6] S. Morel, N. Leone, P. Adam, and J. Amouroux, *Appl. Optics* **42**, 6184 (2003).
- [7] A. D. and J. C. Miller, in *Laser-Induced Breakdown Spectroscopy (LIBS): Fundamentals and Applications*, edited by A. W. Miziolek, V. Palleschi, and I. Schechter (Cambridge University Press, London, United Kingdom, 2006).
- [8] J. L. Gottfried, D. A. Cremers, and L. J. Radziemski, in *Handbook of Laser-Induced Breakdown Spectroscopy, Second Edition* (Wiley & Sons, New York, 2013), pp. 223.
- [9] L. Radziemski and D. Cremers, *Spectrochim. Acta Part B* **87**, 3 (2013).
- [10] S. N. Thakur, in *Laser-Induced Breakdown Spectroscopy* (Elsevier, Amsterdam, Netherlands, 2007), pp. 23.
- [11] R. Noll, H. Bette, A. Brysch, M. Kraushaar, I. Mönch, L. Peter, and V. Sturm, *Spectrochim. Acta Part B* **56**, 637 (2001).
- [12] E. Tognoni, V. Palleschi, M. Corsi, and G. Cristoforetti, *Spectrochim. Acta Part B* **57**, 1115 (2002).
- [13] J. P. Singh and S. N. Thakur, *Laser-induced breakdown spectroscopy* (Elsevier, Amsterdam, Netherlands, 2007).
- [14] N. Melikechi, Y. Markushin, D. C. Connolly, J. Lasue, E. Ewusi-Annan, and S. Makrogiannis, *Spectrochim. Acta Part B* **123**, 33 (2016).
- [15] D. W. Hahn and N. Omenetto, *Appl. Spectrosc.* **66**, 347 (2012).
- [16] T. Flores, L. Ponce, M. Arronte, and E. de Posada, *Opt. Lasers Eng.* **47**, 578 (2009).

- [17] L. Ponce, T. Flores, A. Arronte, and A. Flores, in RIAO/OPTILAS 2007: 6th Ibero-American Conference on Optics (RIO); 9th Latin-American Meeting on Optics, Lasers and Applications (OPTILAS) (AIP Publishing, 2008), pp. 1268.
- [18] R. S. Harmon, R. E. Russo, and R. R. Hark, *Spectrochim. Acta Part B* **87**, 11 (2013).
- [19] A. Frías, A. E. Villarreal, F. G. Rendón Sauz, T. Flores, L. Ponce, R. Ortega, and M. Domínguez, in *Emerging Challenges for Experimental Mechanics in Energy and Environmental Applications*, Proceedings of the 5th International Symposium on Experimental Mechanics and 9th Symposium on Optics in Industry (ISEM-SOI), 2015, edited by A. Martínez-García et al. (Springer International Publishing, Cham, 2017), pp. 19.
- [20] V. Lazic, A. Trujillo-Vazquez, H. Sobral, C. Márquez, A. Palucci, M. Ciaffi, and M. Pistilli, *Spectrochim. Acta Part B* **122**, 103 (2016).
- [21] S. Laxmiprasad, S. Menon, A. Goswami, M. V. H. Rao, K. A. Lohar *Adv. Space Res* **52**, 332 (2013).
- [22] J. Rakovský, P. Čermák, O. Musset, and P. Veis, *Spectrochim. Acta Part B* **101**, 269 (2014).
- [23] Z. A. Arp, D. A. Cremers, R. D. Harris, D. M. Oswald, G. R. Parker, and D. M. Wayne, *Spectrochim. Acta Part B* **59**, 987 (2004).
- [24] S. J. Rehse, N. Jeyasingham, J. Diedrich, and S. Palchaudhuri, *J. Appl. Phys* **105**, 102034 (2009).
- [25] R. A. Multari, D. A. Cremers, J. M. Dupre, and J. E. Gustafson, *Appl. Spectrosc.* **64**, 750 (2010).
- [26] J. L. Gottfried, D. A. Cremers, and L. J. Radziemski, in *Handbook of Laser-Induced Breakdown Spectroscopy* (John Wiley & Sons, New York, USA, 2013), pp. 223.
- [27] S. Manzoor, S. Moncayo, F. Navarro-Villoslada, J. A. Ayala, R. Izquierdo-Hornillos, F. J. M. de Villena, and J. O. Cáceres, *Talanta* **121**, 65 (2014).
- [28] R. A. Multari, D. A. Cremers, and M. L. Bostian, *Appl. Opt.* **51**, B57 (2012).
- [29] R. A. Multari, D. A. Cremers, M. L. Bostian, J. M. Dupre, and J. E. Gustafson, *J. Pathog.* **12**, 45 (2013).
- [30] S. Manzoor, L. Ugena, J. Tornero-Lopéz, H. Martín, M. Molina, J. J. Camacho, and J. O. Cáceres, *Talanta* **155**, 101 (2016).
- [31] D. Marcos-Martinez, J. A. Ayala, R. C. Izquierdo-Hornillos, F. J. M. de Villena, and J. O. Cáceres, *Talanta* **84**, 730 (2011).
- [32] S. J. Rehse, Q. I. Mohaidat, and S. Palchaudhuri, *Appl. Opt.* **49**, C27 (2010).
- [33] M. Baudalet, J. Yu, M. Bossu, J. Jovelet, J.-P. Wolf, T. Amodeo, E. Fréjafon, and P. Laloi, *Appl. Phys. Lett* **89**, 163903 (2006).
- [34] A. P. Flores, A. K. F. Sanchez, A. Villarreal, F. G. R. Sauz, L. P. Cabrera, and T. F. Reyes, *J. Biomed. Sci. Eng* **8**(3) 55075 (2015).
- [35] F. G. Rendón Sauz, T. Flores Reyes, R. Ortega Izaguirre, A. K. Frías, A. E. Villarreal, and L. Ponce, in *Emerging Challenges for Experimental Mechanics in Energy and Environmental Applications*, Proceedings of the 5th International Symposium on Experimental Mechanics and 9th Symposium on Optics in Industry (ISEM-SOI), 2015, edited by A. Martínez-García et al. (Springer International Publishing, Cham, 2017), pp. 29.
- [36] F. C. Alvira, T. Flores, L. V. Ponce, and L. Moreira Osorio, in *Latin America Optics and Photonics Conference* (Optical Society of America, Cancun, México, 2014), p. LTh4A.11.
- [37] C. A. Munson, F. C. De Lucia, T. Piehler, K. L. McNesby, and A. W. Miziolek, *Spectrochim. Acta Part B* **60**, 1217 (2005).

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.



# INTERCAMBIO DE ENERGÍA EN EL IMPACTO DE UNA ESFERA CON LA SUPERFICIE DE UN LÍQUIDO

## ENERGY EXCHANGE IN THE IMPACT OF A SPHERE WITH A LIQUID SURFACE

P. PAJÓN-SUARÉZ<sup>a†</sup>, O. A. PÉREZ-RUIZ<sup>b</sup>, O. A. PÉREZ-LAURENTI<sup>c</sup>

a) Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas (InSTEC), 10400 La Habana, Cuba; pps@instec.cu<sup>†</sup>

b) Universidad "Jesús Montané Oropesa", 25100 Nueva Gerona, Cuba

c) IPVCE "Rodolfo Carballosa Gutiérrez", 25300 La Demajagua, Cuba

† autor para la correspondencia

Recibido 15/3/2018; Aceptado 10/5/2018

En el curso de Física General se realiza el estudio del movimiento de cuerpos en el seno de un líquido, siendo su densidad mayor que la del líquido. Un problema no abordado en la bibliografía consultada es: ¿Hasta qué profundidad penetra una esfera en el seno de un líquido al caer libremente desde una altura  $H$  sobre la superficie libre, si su densidad es menor que la del líquido? Para el estudio de este fenómeno, se aplicó un modelo teórico que condujo a la obtención de una solución analítica para dicha profundidad. Además, se diseñó un experimento que, con el empleo de la técnica del video análisis utilizando Tracker para Windows, permitió determinar la profundidad realmente alcanzada. El objetivo que se persigue es, vinculando ambos resultados, estimar el intercambio de energía de una esfera en el impacto con la superficie del líquido.

In the course of General Physics it is possible to find the problem related to the study of the motion of bodies in a liquid when their densities are greater than that of the liquid. A problem not found in the bibliography consulted is: What depth will be obtained for a sphere when it falls freely from a height  $H$  above the free surface, if its density is less than that of the liquid? To carry out the study of this problem, a theoretical model was applied and an analytical solution was found to this depth. In addition, an experiment was designed based in the video analysis technique, using Tracker for Windows to know the real depth obtained. The main goal of this paper is to estimate the energy interchanged in the impact of the sphere on the surface linking both results.

PACS: Computers in education (Computadoras en la educación), 01.50.fh; video devices, educational (dispositivos de video, educacionales), 01.50.ff; computational techniques, mathematics (técnicas computacionales, matemática), 02.70.-c; laboratory experiments (experimentos de laboratorio), 01.50.Pa.

### I. INTRODUCCIÓN

El estudio del movimiento de una esfera que se ha dejado caer libremente desde una altura  $H$  sobre la superficie de un líquido, presenta un interés particular si la densidad de la esfera es menor que la densidad del líquido. Una manera sencilla de formular este problema pudiera ser la siguiente:

¿Hasta qué profundidad  $y$  se hunde una esfera de masa  $m$  y radio  $R$ , que se deja caer desde una altura  $H$  sobre la superficie de un líquido de viscosidad  $\eta$  y densidad  $\rho_L$  mayor que la densidad de la esfera  $\rho_c$ ?

En principio, este problema se puede subdividir en tres movimientos diferentes (Fig. 1):

- Caída libre de la esfera desde la altura  $H$ , hasta que su centro de masa se ubique a una distancia  $R$  sobre el nivel del líquido.
- Cruce de la esfera a través de la superficie del líquido, hasta que su centro de masa se ubique a una distancia  $R$  por debajo del nivel del líquido.
- Movimiento de la esfera en el seno del líquido hasta detenerse.

Según la Ley de Stokes [1], la fuerza de fricción que experimenta una esfera al moverse en el seno de un fluido

viscoso en régimen laminar de bajo número de Reynolds, es

$$F_r = 6\pi R\eta v, \quad (1)$$

donde  $R$  es el radio de la esfera,  $\eta$  la viscosidad del fluido y  $v$  la velocidad.

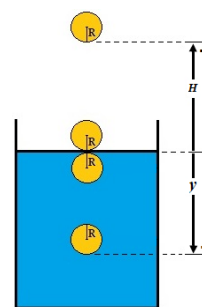


Figura 1. Esfera que cae libremente desde una altura  $H$  sobre la superficie libre de un líquido.

Cuando la esfera cae libremente desde la altura  $H$ , despreciando la resistencia del aire, en el momento que su centro de masa queda a una distancia  $R$  sobre el nivel del líquido, alcanza una rapidez

$$v_f = \sqrt{2gH}. \quad (2)$$

Esta rapidez disminuye durante el choque de la esfera con la superficie del líquido y continúa disminuyendo hasta el instante en que se detiene y comienza el ascenso.

Determinar el valor de la pérdida de energía en el impacto es una tarea en principio complicada, por lo cual, proponemos una metodología que permite estimarla, combinando métodos teóricos y experimentales, haciendo uso además de los recursos que ofrece la tecnología actual.

## II. MODELO TEÓRICO

Cuando la esfera comienza a sumergirse, además de la fuerza de gravedad  $F_g$ , aparece la fuerza de resistencia  $F_r$  del líquido y la fuerza de empuje o de Arquímedes  $F_A$ .

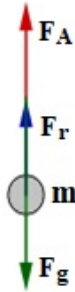


Figura 2. Diagrama de fuerzas.

En el proceso del cruce por la superficie del líquido, elaborar un modelo matemático que considere todos los factores que intervienen, resulta complicado; sin embargo, una vez que la esfera se encuentre totalmente sumergida, el problema es muy simple.

Aplicando la segunda ley de Newton, obtenemos la ecuación

$$F_r + F_A - F_g = ma, \quad (3)$$

donde

$$F_r = kv = 6\pi R\eta v, \quad (4)$$

$$F_A = \rho_L V_C g, \quad (5)$$

$$F_g = mg, \quad (6)$$

$m$  es la masa de la esfera,  $V_C$  su volumen,  $\rho_L$  la densidad del líquido,  $g$  la aceleración de la gravedad, y  $v$  la rapidez de la esfera durante su movimiento en el seno del líquido.

Sustituyendo (4)-(6) en (3), obtenemos la ecuación diferencial

$$kv + \rho_L V_C g - mg = m \frac{dv}{dt} = mv \frac{dv}{dy}. \quad (7)$$

La cual después de algunas operaciones, llamando  $v_0$  a la velocidad inicial de la esfera en el seno del líquido, y separando variables resulta

$$\int_0^y dy = \int_{v_0}^0 \frac{v dv}{\left[ \frac{k}{m} v + \left( \frac{\rho_L}{\rho_C} - 1 \right) g \right]}, \quad (8)$$

cuya solución es [2]

$$y(\sqrt{H}) = Av_0 + B \ln |1 + Cv_0|, \quad (9)$$

donde

$$A = -\frac{m}{k}, \quad (10)$$

$$B = -\frac{m^2 g}{k^2} \left( \frac{\rho_L}{\rho_C} - 1 \right), \quad (11)$$

$$C = -\frac{k}{mg \left( \frac{\rho_L}{\rho_C} - 1 \right)}. \quad (12)$$

En (9), la variable  $y$  se ha expresado en función de la raíz de  $H$  ya que  $v_0$  depende de ella implícitamente.

La expresión (9), permite determinar el valor de la profundidad que alcanza la esfera cuando se encuentra en el seno del líquido conociendo su velocidad inicial.

Considerar a  $v_0$  como la rapidez  $v_f$  que tenía la esfera al llegar a la superficie, según (2), es una aproximación poco rigurosa pues evidentemente, durante el impacto pierde energía cinética, por tanto, considerarla, conduce a que la profundidad alcanzada según (9), sea mayor que la que realmente alcanza.

Llegado a este punto, se procedió al diseño de un experimento que permitiera determinar la profundidad real alcanzada por la esfera al caer desde la altura  $H$ .

## III. MODELO EXPERIMENTAL

En los últimos años, gracias al desarrollo de la Tecnología, se han abierto nuevos horizontes para el laboratorio de Física, en particular con las técnicas de video análisis [3-6], una de las cuales utilizamos.

Se realizó el siguiente experimento:

- Se dejó caer una esfera de 11,46 mm de diámetro y 0,66g de masa, desde diferentes alturas  $H$ , medidas desde la superficie libre del agua contenida en un recipiente de 150,00 mm de diámetro interior, hasta el borde inferior de la esfera (Fig. 1).
- Se tomó el video del fenómeno y luego, mediante el software libre Physics Tracker [7], se determinó la profundidad  $y$  alcanzada por el borde inferior de la esfera respecto a la superficie, antes de comenzar a ascender (Fig. 1).
- Se confeccionó una tabla de los valores de  $H$  y de la profundidad  $y$  alcanzada por la esfera (Tabla 1).
- Adicionalmente, se representaron los puntos  $(H, y)$  en un sistema de ejes coordenados utilizando el asistente matemático GeoGebra, y aplicando un ajuste logarítmico, se obtuvo  $y$  en función de  $H$

$$y(\sqrt{H}) = 0.0735 + 0.0236 \ln |f(\sqrt{H})|. \quad (13)$$

Tabla 1. Profundidad experimental alcanzada por la esfera en función de  $H$ .

$H$ (m)	$y$ (m)
0.062	-0.042
0.077	-0.045
0.102	-0.047
0.139	-0.052
0.180	-0.054
0.205	-0.056

Como se observa, esta función se encuentra en correspondencia con la obtenida en el modelo teórico (9) con la diferencia de que el ajuste considera al primer término constante.

#### IV. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DE AMBOS MODELOS Y SU UTILIDAD

Como se esperaba, los valores obtenidos para la profundidad “teórica”, son mayores que los obtenidos en el experimento (Tabla 2), ya que modelo teórico asume que la velocidad con que comienza a moverse la esfera una vez sumergida, es la misma que tenía antes de penetrar en el agua, cuando en realidad es menor.

Esta diferencia permite hacer una estimación de la pérdida de energía de la esfera durante el impacto.

Si un valor de profundidad  $y_i$ , obtenido experimentalmente, es sustituido en (9) obtenemos una ecuación trascendente para  $v_0$ , la cual, al ser resuelta [8], permite determinar la rapidez efectiva  $v_E$  con que la esfera debió comenzar a moverse en el líquido, para que la profundidad obtenida con el modelo teórico, coincida con la observada experimentalmente, esto es

$$\frac{y_i - Av_E}{B} - \ln|1 + Cv_E| = 0. \quad (14)$$

Tabla 2. Comparación de los resultados.

$H$ (m)	$y_{Exp}$ (m)	$y_{Teo}$ (m)	$v_f$ (m/s)	$v_E$ (m/s)	$\Delta E$ ( $10^{-4}$ J)
0.062	-0.042	-0.329	1.102	0.385	3.52
0.077	-0.045	-0.405	1.228	0.399	4.46
0.102	-0.047	-0.530	1.414	0.408	6.05
0.139	-0.052	-0.712	1.651	0.429	8.38
0.180	-0.054	-0.910	1.878	0.437	11.01
0.205	-0.056	-1.028	2.004	0.445	12.60

En la Tabla 2,  $y_{Exp}$  se refiere a la profundidad observada en el experimento,  $y_{Teo}$  a la obtenida por el modelo teórico (9) tomando la rapidez inicial en el líquido como la  $v_f$  obtenida en (2), o sea, sin considerar la energía perdida en el impacto,  $v_E$  la efectiva obtenida al resolver la ecuación trascendente, y  $\Delta E$  la diferencia de energía cinética que experimenta la esfera. Con estos valores, es posible hacer un ajuste lineal de la pérdida de energía en el impacto en función de  $H$ , esto es

$$\Delta E(H) = 0.0064H - 4 * 10^{-5}. \quad (15)$$

En la Tabla 3 se muestran los valores de  $H$ ,  $\Delta E$ , el error porcentual del ajuste y el porcentaje de energía perdida en el impacto.

Tabla 3. Error del ajuste obtenido para la pérdida de energía en el impacto con la superficie y % de energía perdida.

$H$ (m)	$\Delta E$ ( $10^{-4}$ J)	Error del ajuste	% de energía perdida
0.062	3.52	1.36	87.9
0.077	4.46	1.52	89.4
0.102	6.05	1.39	91.8
0.139	8.38	1.38	93.3
0.180	11.01	1.05	94.6
0.205	12.60	0.95	95.1

#### V. CONCLUSIONES

En general, el valor que se le concede al problema planteado es mostrar una vez más, cómo los métodos teóricos, y experimentales se complementan para resolver problemas de interés, en este caso la estimación de la energía que pierde una esfera en el impacto con una superficie líquida.

En particular, el diseño experimental aplicado permite apreciar la importancia del empleo de los recursos tecnológicos disponibles para el perfeccionamiento del trabajo en el laboratorio de Física. Evidentemente, esto hace posible abordar el estudio de situaciones prácticas que con los instrumentos tradicionales resultarían muy difíciles de concebir para lograr una precisión aceptable.

Por otra parte, también se pretende mostrar la importancia del uso racional de asistentes matemáticos, para la representación y ajuste de datos experimentales. Adicionalmente, este problema impone la necesidad del diseño e implementación de códigos para la solución de ecuaciones trascendentes, a partir de los métodos numéricos existentes.

Finalmente, consideramos que este estudio solo muestra una metodología de trabajo. Para obtener conclusiones más exactas respecto a la pérdida de energía en el impacto de una esfera con una superficie líquida, es necesario realizar un número mayor de mediciones con instrumentos de resolución mayor que la de los que disponemos. Además, para obtener más generalidad es preciso realizar experimentos variando el radio de la esfera, el radio interior del recipiente, y la densidad del líquido, entre otros parámetros.

#### REFERENCIAS

- [1] F. W. Sears, M. W. Zemansky, H. D. Young, R. A. Freedman, Física Universitaria, 9na Ed. (Editorial Felix Varela, La Habana, Cuba, 2008), pp. 448.
- [2] A. Jeffrey and H.H. Day, Handbook of Mathematical Formulas and Integrals, 4th Ed. (Academic Press, New York, USA, 2008), pp. 155.
- [3] C. Sirisathitkul, P. Glowtanong, T. Eadkong, Y. Sirisathitkul, Rev. Bras. Ensino Fis. 35(1), 1504 (2013).
- [4] S. Paricio-Muñoz, “Análisis de las dificultades en la comprensión de la Cinemática en Bachillerato. Evaluación del uso de Tracker para facilitar el aprendizaje”. Tesis de Maestría, Universidad Internacional de La Rioja, Barcelona, 2014.



- [5] G. Méndez, S. Rodríguez, *Revista Tecné, Episteme y Didaxis* [ISSN: 2323-0126] (2014), pp. 734.
- [6] H.B. Gómez, "Implementación del programa Tracker como herramienta de análisis en algunas situaciones de cinemática y dinámica en dos dimensiones, aplicando el método de aprendizaje activo". Tesis de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales,

Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2016.

- [7] *Physic Tracker*: (<http://www.cabrillo.edu/dbrown/tracker/>)
- [8] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, *Numerical Recipes in Fortran 77*, 2th Ed. (Cambridge, London, United Kingdom, 1997), pp. 355-359.

---

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.





# LASER INDUCED BREAKDOWN SPECTROSCOPY (LIBS) FOR EXPRESS IDENTIFICATION OF CRUDE OILS

## IDENTIFICACIÓN DE PETRÓLEO CRUDO MEDIANTE ESPECTROSCOPIA DE PLASMA INDUCIDA POR LÁSER

F. G. RENDÓN-SAUZ<sup>a†</sup>, T. FLORES-REYES<sup>a</sup>, C. COSTA<sup>b,c</sup>

a) Instituto Politécnico Nacional, 89600 Altamira Tamaulipas, México; rsfabian12@gmail.com<sup>†</sup>

b) Departamento de Física, Escuela Politécnica Nacional, 170525, Quito, Ecuador.

c) Grupo Ecuatoriano para el Estudio Experimental y Teórico de Nanosistemas (GETNano), Diego de Robles y Vía Interoceánica, Quito, Ecuador.

<sup>†</sup> corresponding author

Recibido 28/4/2017; Aceptado 23/1/2018

Compositional determination of crude oil as well as its API degrees are extremely important for its identification and subsequent processing. Currently, this information is obtained using laborious laboratory techniques, which require time and complex experimental infrastructure. In this study, we determined the presence of elements found in crudes extracted from different fields using the LIBS technique, and we present a method to quickly determine crude's quality based on the relationship between API degrees and the CN line's intensity, the later determined by LIBS.

Tanto la determinación composicional del petróleo crudo como el grado API son extremadamente importante para la identificación y ulterior procesamiento. Actualmente, esa información es obtenida utilizando técnicas de laboratorio laboriosas, que requieren tiempo e infraestructura experimental costosa. En este estudio, se determina la presencia de elementos en crudos obtenidos en diferentes regiones, aplicando la técnica LIBS, y se presenta un método para evaluar la calidad del crudo, basada en la relación entre el grado API y la intensidad relativa de la línea CN.

PACS: Laser spectroscopy (Espectroscopia láser), 42.62.Fi; laser-produced plasma (plasma inducido por láser), 52.50.Jm; petroleum (petróleo), 89.30.aj

### I. INTRODUCTION

Identification of crude oil's origin, as well as the presence of certain elements in its composition, are important to determine its quality and for its further processing. An elemental analysis of crude consists on determining the presence and content of elements such as C, H, O, S, N, Ni, V, Fe, among others. The first five elements are part of the matrix while the rest are considered trace elements [1].

There is interest in trace elements because they may cause difficulties since they go through each step of the refining process along with hydrocarbons. Inorganic materials are deposited on the equipment causing malfunctions or even the need for equipment replacement. There are elements capable of forming acids that may cause corrosion, while metallic elements may deposit on hydrocarbon conversion catalysts and adversely affect their performance; besides, the presence of trace elements may cause undesirable properties. Another reason for this interest is that trace elements frequently provide information regarding the geography or geology of the crude's origin.

Currently, atomic absorption (AA) and inductively coupled plasma atomic emission spectroscopy (ICP-AES) are the most used techniques for determining trace elements in petroleum [2]. However, these methods have some issues such as the use of expensive solvents, the need for sample digestion processes, the pollution with chemical reagents, the processing time and the need of moving samples to the laboratory [3].

LIBS is an atomic emission spectroscopy technique and it has been solidly established for rapid determination of the elemental composition of samples presented in any state of matter [4]. In the mid-80s, studies and applications of the LIBS technique in analytical chemistry were promoted due to the lower costs of laser systems and to the technological development of plasma detection devices such as the imaging optical detector or the intensified charge coupled device (ICCD). These advances, along with an important reduction of the instrumentation size, particularly of lasers and spectrometers, have led to the development of portable LIBS equipment, allowing a real-time and in situ analysis [5].

Generally, LIBS success is due to several advantages that make this analytical technique unique. Among these advantages is the possibility of determining multiple elements, the rapid response, the remote determination, the minimum sample treatment required, the attractive low instrumentation cost, its ease of use and portability [6]. With the LIBS technique is possible to collect radiation in places that would be inaccessible with other techniques, the previous makes this technique particularly attractive to the analysis of hazardous materials, materials at high temperatures or for the analysis in hostile environments. Besides, it is important to consider that almost any kind of samples can be analyzed, even if they are conductive or not and in any state of matter [7].

This technique is based on the use of a laser as excitation source. Commonly, the laser used for this technique is a Nd:YAG laser, which is a solid-state laser in which

the active medium is a transparent crystal, this crystal is doped with a small quantity of ionized neodymium which provides the lasing activity and optical pumping using a flash lamp. The laser pulse, focused on the sample, causes a dielectric breakdown of the sample without physical contact, producing a partially ionized gas known as plasma. Capturing the light emitted by the plasma allows the species detection.

However, the LIBS technique also presents some difficulties, for example, when used to analyze liquid matrices [8], because of the splashing effect that would affect the focal length of the laser beam, decreasing reproducibility and analysis sensitivity [9]. Despite this, there is a marked interest in applying this technique to liquid samples to have in situ multi elemental analyses, this has great relevance to environmental control and safety [10]. For this reason, there have been several proposals to improve the LIBS's analytical performance in liquid matrices [11], including nebulizer systems [12], double-pulse configurations [13], pre-concentrate systems [14], etc.

In this study, crude oil samples from Saudi Arabia, Algeria, the North Sea, Mexico and Venezuela were analyzed using LIBS. These samples had 34, 44, 38, 22 and 31 API (American Petroleum Institute degrees) respectively, in order to identify trace elements among hydrocarbons depending on the region where the samples were extracted from. Also, a calibration curve was made based on the relative intensity of the CN band and the API degree. Such correlation can be used to determine in situ the API degree of a certain unidentified sample.

## II. EXPERIMENTAL DEVELOPMENT

### II.1. Sample

Petroleum is a complex mixture containing hydrocarbons, small amounts of organic compounds such as sulfur and nitrogen, and small amounts of inorganic substances and metals. A crude elemental analysis consists in determining the presence and content of C, H, O, S, N, Ni, V, Fe, Na, Ca, K, etc. From the former elements, the first five ones are part of the matrix while the rest are considered trace elements [15].

In this study, we used crude oil samples from 5 regions located in 3 different continents. Every sample was provided by the Mexican Petroleum Institute (IMP). The sample's API degrees and its composition were known.

API degrees are relevant because they are intensity markers, which is a primordial aspect of establishing the crude's price and subsequent processing. Table 1 shows the classification of crude types according to its API degrees [16].

The samples were heated for 60 minutes with ultrasonic vibration at 65°C using a Branson 1510 ultrasonic equipment. This was done in order to obtain better emission spectra with well-defined spectral lines and a better signal-noise relation, as well as to reduce the splashing effect. Afterwards, the sample was placed on Macherey-Nagel MN615 absorbent

paper with 0.16 mm thickness. Using absorbent paper as a sample holder allows additional liquid absorption and homogenizes the sample's geometry, facilitating the laser's impingement.

Table 1. Crude oil classification according API gravity.

Crude	API degrees (°)
Extra heavy	Less than 1
Medium	22.0-29.9
Light	30.0-39.9
Super light	From 40 on

### II.2. Experimental Set-Up

Fig. 1 shows a diagram of the experimental set-up. We used a LIBS 2000+ supplied by Ocean Optics, with a Nd:YAG laser which emits shots at a wavelength of 1064 nm with an adjustable energy of up to 250 mJ per shot and a pulse width of 8 ns. This system has a delay generator and a maximum pulse repetition frequency of 20 Hz. The detection system is a modular system including seven HR2000 spectrometers with resolution of 0.065 nm and 2048 pixels to sequentially cover a total spectral range of 200-980 nm.

The conditions in this study were the following: the energy of 239 mJ per shot, a 2  $\mu$ s delay between the pulse and the reading to minimize the electronic background. The laser beam is focused through a lens with a focal distance of 7 cm. The plasma emission is collected and conveyed to the spectrometer through an optical fiber placed 3 cm from the sample in a 45° angle.

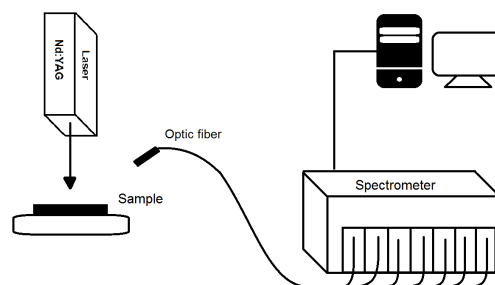


Figure 1. Schematic diagram of the experimental set up.

### II.3. Spectra Treatment

Using the Mathematica 10 software, we carried out a baseline correction for each spectrum so that they could be compared in equal conditions. The method used was a moving average algorithm to minimize the differences between local minimum and maximum and soften the spectrum. Then, using interpolation between local minima, it produces a baseline model which will be used to remove the area under the curve, so that it locally adjusts to the characteristics of the raw spectrum. The emission line of  $H_{\alpha}$  a 656.3 nm was used as a reference to normalize the spectra since it was a very well-defined line. The selected spectral range of interest was of 200-800 nm. Fig. 2 shows a LIBS spectrum of crude oil from the North Sea. The left picture shows the spectrum

before the treatment while the right picture shows the same spectrum after the treatment.

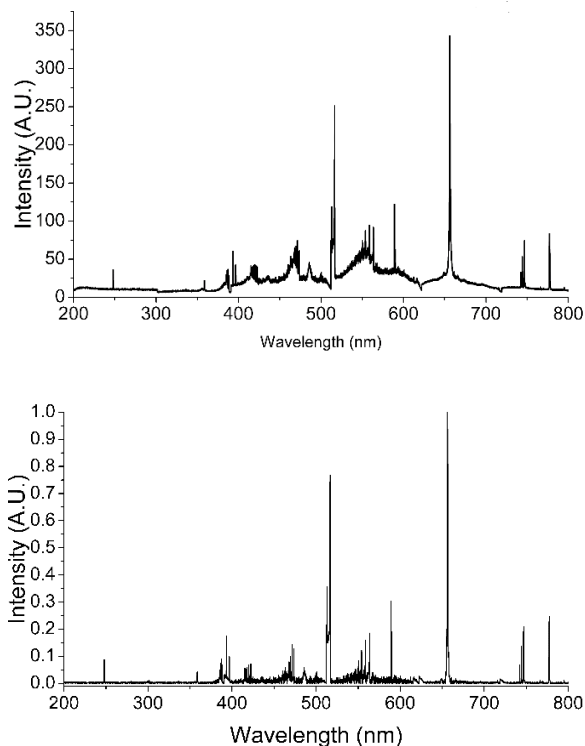


Figure 2. LIBS spectrum of typical sample a) before and b) after the data treatment.

#### II.4. Experimental Procedure

Filter paper was cut into pieces of 1×2 cm and then placed on the sample holder. A drop of crude oil, previously treated using ultrasound, was poured on the paper, it was left to settle for 1 hour before performing the analysis; this was done to ensure a good distribution.

Ten spectra were taken for each sample to have an averaged result. Separately, spectra were taken from a graphite pattern (Testbourne Ltd, 99%), which was also analyzed under the same conditions.

Line identification was carried out using information from the National Institute of Standard and Technology, USA (NIST).

### III. RESULTS AND DISCUSSION

#### III.1. Elemental analysis

Table 2 shows the results obtained from the elemental analyses made using LIBS, the spectra were taken from crude oil samples from different regions, and ordered by their wavelength. We identified spectral lines corresponding to elements such as Ca, N, Fe, Na, K and O, some of them belonging to the sample and other to the environment. On the other hand, we identified the emissions corresponding to C-N, C-C and CH bands; the corresponding characteristic lines are shown in Table 3.

Table 2. Elemental spectral lines observed when comparing spectra from graphite and from crude oil samples.

Element	$\Gamma$ (nm)	Graphite	Saudi Arabia	Algeria	North Sea	Mexico	Venezuela
Ca I	247.86	x	x	x	x	x	x
VI	318.3					x	
Ca II	393.36	x	x	x	x	x	x
Ca II	396.84	x	x	x	x	x	x
VI	407.1					x	
Ca I	422.67	x	x	x	x	x	x
Ca I	430.25	x					
Ca I	443.57	x					
Ba II	455.4	x				x	
H $_{\beta}$	486.1		x	x	x	x	x
NI	500.5		x	x	x	x	x
Ca I	527.0	x				x	
Fe I	567.9	x	x	x			x
Na I	588.99	x	x	x	x	x	x
Na I	589.59	x	x	x	x	x	x
Ca I	610.2	x				x	
Ca I	612.2	x				x	
Ca I	616.2	x				x	
Ca I	643.9	x				x	
Ca I	646.2	x				x	
Ca I	649.3	x				x	
NI	648.53	x	x			x	x
H $_{\alpha}$	656.3	x	x	x	x	x	x
Li I	670.79	x				x	
NI	742.4		x	x	x	x	x
NI	744.2						x
NI	746.83		x	x	x	x	x
K II	766.49	x	x	x		x	
K I	769.89	x				x	
O II	777.2	x	x	x	x	x	x

Peak identification is performed based on the comparison with the NIST's database and it is confirmed with previous reports.

Table 3. Molecular bands observed when comparing spectra from graphite and from crude oil samples.

Band	$\Gamma$ (nm)	Graphite	Saudi Arabia	Algeria	North Sea	Mexico	Venezuela
C-N	358-359.2	x	x	x	x	x	x
C-N	385-389	x	x	x	x	x	x
C-N	415-422.7	x	x	x	x	x	x
C-H	428-432	x					
C-C	466.9-473.7	x	x	x	x	x	x
C-C	512.9-516.5	x	x	x	x	x	x
C-C	554.1-568.9	x	x	x	x	x	x

As was expected and as it has been previously reported [17], in the qualitative analysis of the spectra were lines corresponding to C, N, O, and H. These lines are characteristic of inherent elements composing crude oil or are due to the environment; for this reason, they are not important to identify the origin of each sample.

However, there are also lines that only appear in some samples. For example, the presence of Li is only detected in Mexican crude oil [18]. On the other hand, the Na line

shows a very different intensity in each sample, being the greatest the one corresponding to the Mexican crude oil, which comes from a region with limestone subsoil [19]. As has been reported previously, there is a relation between crude's composition and the subsoil's composition, being this one of the factors allowing to determine the origin of crude oil [20].

### III.2. Correlation between molecular bands and API degrees

Determination of crude API degrees was developed by the American Petroleum Institute (API) to measure the relative density of different petroleum liquids, expressed in degrees. API gravity is graduated in degrees on a hydrometer instrument and was designed in a way that most values would fall between 10° y 70°. The formula used to obtain this effect is API Gravity = (141.5/SG at 60°F) - 131.5; in which SG is the specific gravity of the liquid, this complemented with the temperature, allows to determine the API degrees correlating them with data from (ad hoc) tables, with which the respective value of 60°F is obtained [21]. However, these calculations get complicated when a follow-up is required at variable pressure and temperature as the extraction is performed [22].

The LIBS technique, due to its portability, allows to carry out an express in situ analysis. This offers a new alternative for determining the API degree almost immediately, without having to carry the samples to the laboratory.

As it is known, API degree indicates the proportions of elements strange to the crude's chemical structure, such as metals. Nevertheless, the presence of these elements could be associated with the composition of the field's subsoil or it could be manifested in such reduced proportions that it would be difficult its determination with a rapid technique such as LIBS in field conditions. In contrast, the emission associated with molecular bands like C-N is easily detected and, if there was a direct correlation with the API degree, it could serve as an immediate indicator.

Fig. 3 shows correlation curves between API degree, provided by the IMP, and the normalized value corresponding to the area under the CN molecular band at 385.3 nm in Fig. 3a and its intensity value observed in Fig. 3b.

### III.3. Statistical Analysis

Crude oil samples from Saudi Arabia (SA), Algeria (AL), Mexico (MX), the North Sea (NS) and Venezuela (VN) were analyzed using the LIBS technique. 10 spectra were taken from each sample, and so 50 spectra were registered. Spectra were classified with the *k*-means method [23], using the open source statistical software PAST [24].

The *k*-means algorithm is a clustering method, which aims to separate *m* observations  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , in which  $x_i$  is a real vector of *d* dimensions and builds *k* groups, associating the

$x_i$  vector to the *j*-th group. In order to make the classification, the *k*-means algorithm was parameterized with *k* = 5 groups.

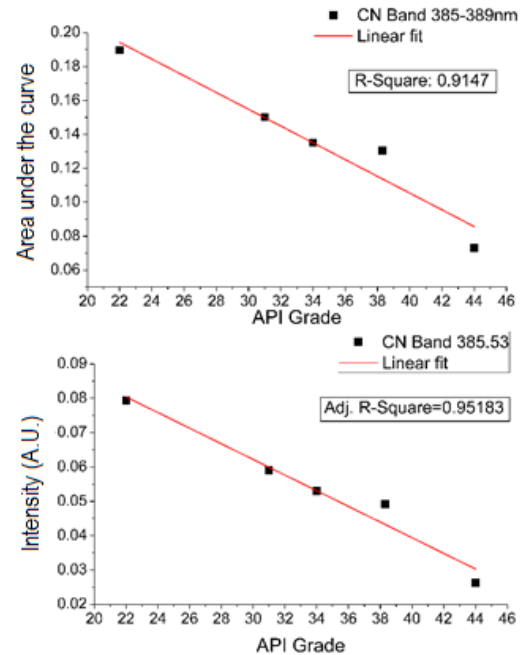


Figure 3. Correlation between API degree with respect to the line of the CN molecular band at 385.3 nm. Dependency is calculated regarding the a) normalized value of the area under the curve of the characteristic line b) normalized value of the relative intensity of the characteristic line.

Table 4 shows the result of this classification. Samples from Saudi Arabia (group 1), Mexico (group 2) and the North Sea (group 4) were correctly classified. However, some samples from Algeria (group 2) and Venezuela (group 5) were not. This indicates that the LIBS spectra had similarities that prevent a successful classification.

Table 4. Classification of crude oil samples from Saudi Arabia, Algeria, Mexico, North Sea and Venezuela.

Sample	Group	Sample	Group	Sample	Group	Sample	Group	Sample	Group
SA1	1	AL1	2	MX1	3	NS1	4	VN1	5
SA2	1	AL2	2	MX2	3	NS2	4	VN2	2
SA3	1	AL3	2	MX3	3	NS3	4	VN3	5
SA4	1	AL4	2	MX4	3	NS4	4	VN4	5
SA5	1	AL5	2	MX5	3	NS5	4	VN5	5
SA6	1	AL6	2	MX6	3	NS6	4	VN6	5
SA7	1	AL7	2	MX7	3	NS7	4	VN7	5
SA8	1	AL8	2	MX8	3	NS8	4	VN8	5
SA9	1	AL9	5	MX9	3	NS9	4	VN9	5
SA10	1	AL10	2	MX10	3	NS10	4	VN10	5

## IV. CONCLUSIONS

Previous treatment using ultrasound is a rapid and effective method to prepare the samples to obtain high quality spectra, easy to interpret.

The LIBS technique allows to perform qualitative compositional analysis of crude oil in a fast way to identify



characteristic elements that could be associated with the field. On the other hand, API degrees show a direct correlation both with the line intensity associated with the CN band, and with the area under the curve of such line, this allows a rapid measure of this parameter.

The use of laser and compact spectrometers like the ones presented in this work proves the potential of this technique to perform qualitative compositional identification and rapid measure of API degree in field conditions.

## V. ACKNOWLEDGEMENTS

The authors thank CICATA-Altamira, MSOS Laboratory of Escuela Politécnica Nacional for the facilities. They also thank the encouragement and help of Dr. Luis Vidal Ponce Cabrera.

## REFERENCES

- [1] R. C. Selley and S. A. Sonnenberg, *Elements of Petroleum Geology*, 3rd Ed. (R. C. S. A. Sonnenberg, New York, USA, 2014).
- [2] V. Simanzhenkov and R. Idem, *Crude oil chemistry* (CRC Press, Amsterdam, Netherlands, 2003).
- [3] R. S. Amais, C. D. Amaral, L. L. Fialho, D. Schiavo, and J. A. Nóbrega, *Analit. Met.* **6**, 4516 (2014).
- [4] L. J. Radziemski, *Spectrochim. Acta Part B* **57**, 1109 (2002).
- [5] F. C. Alvira, T. Flores, L. V. Ponce, and L. M. Osorio, *Lat. Ame. Opt. and Phot. Conf.* (Optical Society of America, 2014), p. LTh4A. 11.
- [6] A. W. Miziolek, V. Palleschi, and I. Schechter, *Laser induced breakdown spectroscopy* (Cambridge University Press, London, United Kingdom, 2006).
- [7] D. A. Cremers and A. K. Knight, *Laser-Induced Breakdown Spectroscopy* (Wiley Online Library, New York, USA, 2006).
- [8] F. Al-Adel, M. Dastageer, K. Gasmi, and M. Gondal, *J. Appl. Spectrosc.* **80**, 767 (2013).
- [9] J. Cáceres, J. T. López, H. Telle, and A. G. Ureña, *Spectrochim. Acta Part B* **56**, 831 (2001).
- [10] S. Golik, O. Bukin, A. Il'in, E. Sokolova, A. Kolesnikov, M. Y. Babiy, Y. N. Kul'chin, and A. Gal'chenko, *J. Appl. Spectrosc.*, 1 (2012).
- [11] D. A. Cremers, L. J. Radziemski, and T. R. Loree, *Appl. Spectrosc.* **38**, 721 (1984).
- [12] E. M. Cahoon and J. R. Almirall, *Anal. Chem.* **84**, 2239 (2012).
- [13] A. De Giacomo, M. Dell'Aglio, F. Colao, R. Fantoni, and V. Lasic, *Appl. Surf. Sci.* **247**, 157 (2005).
- [14] S. T. Järvinen, J. Saarela, and J. Toivonen, *Spectrochim. Acta, Part B* **86**, 55 (2013).
- [15] C. Y. Reyes, J. A. Triguís, J. R. Cerqueira, N. C. Medeiros, I. C. Maciel, and O. M. C. de Oliveira, *Cadernos de Geociências* **12**, 84 (2016).
- [16] O. C. Mullins, E. Y. Sheu, A. Hammami, and A. G. Marshall, *Asphaltenes, heavy oils, and petroleomics* (Springer Science & Business Media, Berlin, Germany, 2007).
- [17] F. Rendón, A. Frías, A. Villarreal, T. Flores, L. Ponce, and G. Vázquez-Bautista, *Proceedings of the 5th International Symposium on Experimental Mechanics and 9th Symposium on Optics in Industry (ISEM-SOI) 2015* (Springer, Mexico, 2017), pp. 181.
- [18] L. Cedeno, L. Ordonez, and F. Pedraza, *Información Tecnológica* **14**, 51 (2003).
- [19] T. Daubert and R. Danner, in *Technical Data Book Petroleum Refining*, (American Petroleum Institute, Washington DC, 1997).
- [20] P. Mexicanos, *Anuario estadístico (PEMEX)*, 1988).
- [21] H. B. Bradley, *Petroleum engineering handbook* (Richardson, Texas, 1987).
- [22] H. D. Beggs and J. Robinson, *J. Pet. Technol* **27**, 1 (1975).
- [23] S. Lloyd, *IEEE trans. on info. theory* **28**, 129 (1982).
- [24] Ø. Hammer, D. Harper, and P. Ryan, *Palaeontol. Electr.* **4** (2001).

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.



# POSSIBILITIES OF USING THE POTENTIAL OF THE OCEANIC THERMAL ENERGY IN THE WATERS NEAR THE BORDERS OF MOZAMBIQUE

## POSIBILIDADES DE USO DEL POTENCIAL DE LA ENERGIA TÉRMICA OCEÁNICA EN AGUAS ALEDAÑAS A MOZAMBIQUE

A. W. FABIÃO<sup>a†</sup>, I. MITRANI<sup>b</sup>, J. CABRALES<sup>b</sup>

a) Instituto Superior Politécnico de Songo, Mozambique; americo.wilson@live.com.pt<sup>†</sup>

b) Instituto de Meteorología, 11700 La Habana, Cuba.

† corresponding author

Recibido 10/08/2017; Aceptado 22/11/2017

The present study explores the possibility of applying technologies of electricity generation from the ocean, using the thermal gradient energy in the Mozambique Channel (MC). For the application of this system, it is necessary a temperature difference around 20°C, between the surface and a lower level, with depth not greater than 1000 m. For this reason, the space and temporal behavior of the sea surface temperature was monthly analyzed for the period 1981-2016, including daily data during the year 2016. The ocean temperature in a depth of 1000 m, was analyzed too, for the same periods. The annual course of the ocean surface temperature and its spatial distribution were established. Three areas with a greater potential source of electricity generations were identified, which are located in the provinces of Inhambane, Nampula and Cabo Delgado, where the annual sea surface temperature varies from 24 to 28°C.

El presente trabajo explora la posibilidad de aplicación de tecnologías de generación de energía eléctrica a partir de la energía del gradiente térmico oceánico en el Canal de Mozambique (CM). Para la aplicación de este sistema es necesaria una diferencia de temperatura en el orden de 20°C, entre la superficie y un nivel inferior, con profundidad no mayor de 1000 m. Por esta razón, fue analizado el comportamiento espacial y temporal de la temperatura superficial para el período 1981-2016, y también los valores diarios para 2016, así como de la profundidad de 1000 m. Fueran identificadas las condiciones favorables, a lo largo de CM, en las costas de las provincias de Inhambane, Nampula y Cabo Delgado, donde la temperatura oceánica superficial anual varía de 24 a 28°C

PACS: Ocean energy extraction (Extracción de energía oceánica), 92.05.Jn; marine thermal gradients (gradientes térmicos marinos), 88.60.nj; ocean thermal energy (energía térmica oceánica), 88.60.nr

### I. INTRODUCTION

At present, concerns about environmental problems have been strongly reflected in scientific and academic debates. In the world order, it is an important action the search for different sources of alternative of energies that serve the domestic demand of the countries, which are not polluting or exhaustible. In this case, it is possible to opt for the sea resource of the sea. The generation of the energy from that resource of the water has different methods of implementation, from which they stand out: hydropower and oceanic energy. Among the types of the oceanic energy there is the energy of tides, waves, currents, salt gradient and thermal gradient.

All forms of energy generation, named above, use the kinetic or chemical energy of the waters for the electric generation. The oceans are large accumulators of solar thermal energy, where the temperature difference between the surface and the depth of several hundred meters generates a thermal gradient that can be used in oceanic thermoelectric plants, operating with fluids with low boiling point.

The first three meters of the ocean water mass accumulate more solar thermal energy than the whole atmosphere [1].

From data of ship expedition, carried out in the tropics, it has been known that the ocean surface contribution to the atmosphere, by evaporation, during the summer can be between 100 and 200 watt/m<sup>2</sup> [2], which is a considerably high value in comparison with the mechanical energy of the oceans (seas, currents and waves), which is on the order of  $3 \cdot 10^{-3}$  mW/m<sup>2</sup>.

This energy source can be extracted through an Ocean Thermal Energy Conversion (OTEC) process. For the application of this system, a temperature difference in the order of 20°C, between the surface and a lower level, with a depth of not more than 1000 meters [3] is necessary. Taking into account that the temperature in the depths of about one kilometer remains at around 4°C, this means that OTEC is particularly suitable when the average surface temperatures are around 25°C, typical of tropical latitudes [4,5].

For the operation of an OTEC installation, three processes can be differentiated: open cycle, closed cycle and hybrid systems. In an open-cycle plant, the hot water surface evaporates quickly and moves a turbine. The cold water is used to condense the steam again. The condensed desalted water can be used for various purposes (e.g. drinking water, irrigation). The cold water that has been pumped from the



depths of the sea can power an air conditioning systems after being used in the condenser. In addition, the cold sea water can also be used in aquaculture as it is rich in nutrients.

The closed cycle is the most used, being able to generate up to 40 MW, although it requires more equipment [1]. Closed cycle OTEC plants use a working fluid with a low boiling point, which is heated with warm water from the sea surface. The steam drives a turbine and condenses it using the cold water from the sea. In general, refrigerants or ammonia may be used as a working fluid, but the mixtures of water-ammonia are also used.

Hybrid OTEC systems consist of a combination of the open and closed cycles described above.

Mozambique has an extensive coastline, about 2,770 km long, and it has a considerable population density that lives on the coastal zone, where the generation of these types of energy can be used to support small businesses, fisheries, lighting in hospitals, schools and crop irrigation, among other applications. These technologies could be used not only for the electricity generation, but also for the direct production of drinking water or to meet thermal needs, such as cooling actions. In the country, studies about the use of ocean energies are scarce. Therefore, assessing its potential is the key to progress in technological development for its use. The present work explores the possibility of applying the electricity generation technologies from the energy of the oceanic thermal gradient in the Mozambique Channel.

The present work was taken under the following objectives:  
 a) To analyze the availability of thermal energy of the ocean, in the Mozambique Channel.  
 b) To characterize the affection by severe events, that could damage the facilities.  
 c) To determine the possible performance of a thermal machine and its theoretical maximum.

## II. DATA AND METHODS

### II.1. Background

The Mozambique Channel (MC) is a portion of the Indian Ocean that separates Madagascar from the rest of the continental region of the eastern of Africa, located on the western border of the coast of the Republic of Mozambique, between latitudes  $10^{\circ} 27'S$  and  $26^{\circ} 52'S$ , and lengths  $30^{\circ} 12'E$  and  $42^{\circ} 51'E$ . The coastline has a length of almost 2770 km. The Channel occupies approximately 460 km wide at the narrowest point between Mozambique and Madagascar, (Fig. 1). According to [6], in the Mozambique Channel a humid and sub-humid tropical climate is manifested with two seasons: the austral winter (dry season) and the austral summer (rainy season).

### II.2. Marine current system in the Mozambique Channel

The main currents in the Mozambique Channel and the circulation pattern are shown in Fig. 2. The shore line sinuosity generates an anticyclonic circulation, where the

surface warms the water is trapped. The southward flow in the central part of the Mozambique Channel, known as the Mozambique stream, joins the eastern Madagascar zone, as a narrow but well-defined fringe, derived from the South Equatorial Stream (SEC) which is divided into the Northeast Coast of Madagascar as the North-Eastern Madagascar Current (NEMC), where approximately 40% of the water mass is moved to the south as the Southeast Madagascar Current (SEMC) and Agulhas Current (AC).



Figure 1. Study area and limits of Mozambique, being to the north: Tanzania; Northwest: Malawi and Zambia; West: Zimbabwe, Southern Africa and Swaziland and East: Indian Ocean (Mozambique Channel).

### II.3. Data

The Sea Surface Temperature (SST), daily measure from satellites during the period 1981-2016, at the National Ocean and Atmosphere Administration (NOAA) archive, is available online at the website (<https://www.ncdc.noaa.gov/oisst>). This data appear in Network Common Data Form (NetCDF) format, with a space resolution of 1 km.

With the objective of establishing the temporal variation of the temperature in the depth of 1 km, the data of the daily average temperature on this level was obtained from the World Ocean Atlas, version 2 (WOA13 V2), freely available on the website (<https://www.nodc.noaa.gov/OC5/woa13/>).

To appreciate more details on the annual cycle, a TSS data was selected as study case for the year 2016.

## II.4. Data processing and analysis

Data processing was done, using the Grid Analysis and Display System, (GrADS) version 2.0.1, developed by the Center for Studies of the Earth-Ocean-Atmosphere System at the University of Maryland in the United States. The following particularities were determined:

- Spatial distribution of SST, its monthly and annual average, during the period 1981- 2016 (35 years).
- The Mapping of sea water temperature at the surface and 1000 m levels, including their annual and monthly averages for the period 1981-2016 and study case 2016.
- The calculation of the distance from the coast line to the isobaths with a depth of 1000 m, in order to determine the most suitable locations for the OTEC installation.

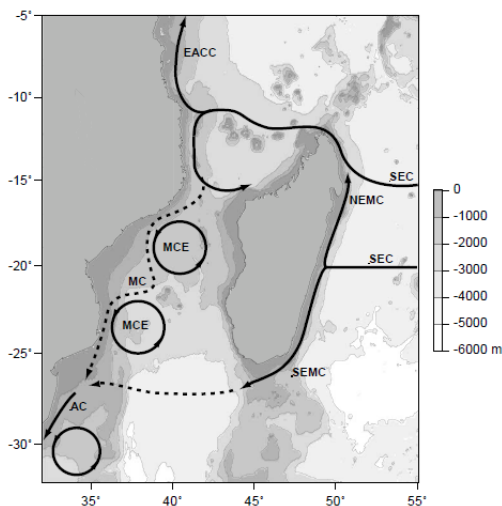


Figure 2. Model of circulation and main currents in the Mozambique Channel. South Equatorial Current (SEC), Southeast Madagascar Current (SEMC), Northeast Madagascar Current (NEMC), Mozambique Current (MC), the Agulhas Current (AC) and the Mozambique Channel eddies (MCE) [7].

The content energy was determined in a unit area column, applying the equation proposed by [8]

$$C_e = \rho_w C_p \Delta Z \Delta T, \quad (1)$$

where  $\rho_w$  is the mean sea water density ( $1030 \text{ kg m}^{-3}$ ),  $C_p$  is the specific heat at constant pressure of sea water ( $4 \times 10^3 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$ ), [9–11],  $\Delta Z$  is the thickness of the column of the water, which in this case is 1000 m and  $\Delta T$  is the temperature difference between the surface and 1000 m.

## II.5. Principle of operation of OTEC

The OTEC works with a liquid such as the ammonia, which has a boiling point smaller than that one of the water. The ocean surface is enough warm to heat the working fluid and cause a thermodynamic cycle of a thermal engine to produce electricity [12]. The condenser receives the deep ocean waters, from about 1000 meters deep, considering that

the temperature at this level is approximately  $4^\circ\text{C}$ . The cycle scheme is presented in Fig. 3. The efficiency of the installation will be evaluated by the thermodynamic principles presented by [13].

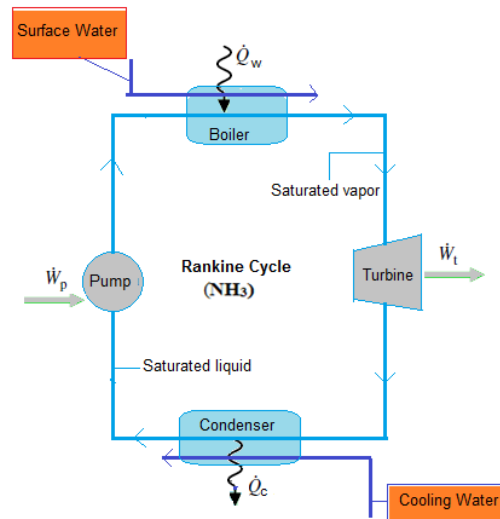


Figure 3. Schematic of the OTEC System.

## II.6. Performance of a thermal machine

The possible efficiency for the maximum, minimum and the annual mean TSS was determined. It was evaluated through the ideal Rankine cycle (Fig. 4). There are four main states in a Rankine cycle, and four main processes.

- 1-2 The isentropic compression in the pump to the state of the compressed liquid at the state of the compressed liquid at the pressure of the boiler.
- 2-3 The working liquid is boiled to change phase from a liquid to a saturated vapor.
- 3-4 The isentropic expansion of the working fluid through the turbine, from the superheated steam condition to the condenser of pressure.
- 4-1 The saturated liquid-vapor mixture is condensed back down to saturated liquid.

Table 1 shows the data used for the period between of 1981 and 2016, and the year 2016.

Some calculations of the specific enthalpy at various points, the power pump, fluid flowing pump, the cycle efficiency and the Carnot efficiency were performed based on the ideal Rankine cycle system. In this analysis, an OTEC plant with a capacity of less than 10 MW will be considered, the mass flow rate of the working fluid of 1000 kg/s will be taken into account. At the point 1 of the diagram, the ammonium temperature corresponds to the saturated liquid state, whereby the values of the specific enthalpy, the entropy

and the specific volume of ammonia are obtained in the tables of saturated ammonia.

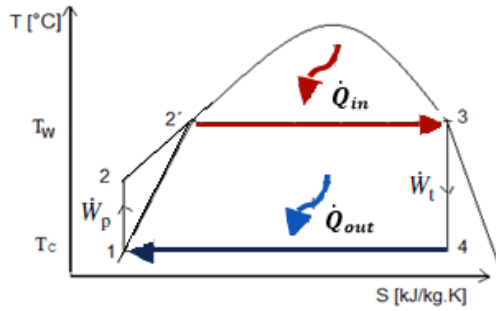


Figure 4. Diagram of Temperature vs Entropy (T-S), adapted from [13].

At the point 3, the increasing working fluid temperature was considered, due to the exchange of heat of the condensed

ammonia for the hot surface. It is considered an approximate value of steam saturated ammonia temperature and the values of specific enthalpy, entropy and pressures of points 1 and 3 are found in the tables of saturated ammonia vapor.

To solve the specific enthalpy at the point 4, we need to use the quality equation expressed as  $(X_4)$ . Quality refers to the mass fraction of steam to liquid in the saturated mixture. The Equation (2) uses the isentropic assumptions entropy, which is a known thermodynamic property at state 4, to calculate  $X_4$ . The specific enthalpy at the point 4 can be solved as it follows

$$S = S_f + X_4(S_{fg}), \quad (2)$$

$$h_4 = h_f + X_4(h_{fg}). \quad (3)$$

The subscript "f" indicates the liquid state and "fg" is a state of mixing liquid and vapor.

Table 1. The specific enthalpy in the different points of the T-S diagram, for different values of working fluid temperature, with TW water temperatures (annual maximum, average and minimum) and deep water temperature, TC.

North Region (Pemba, Nacala, Angoche) Period 1981-2016						
$T_w$ [°C]	$T_c$ [°C]	Diagram points	$h_1$ [kJ/kg]	$h_2$ [kJ/kg]	$h_3$ [kJ/kg]	$h_4$ [kJ/kg]
28.0	6.4	Specific Enthalpy values	293.28	298.25	1463.5	1382.15
28.8	6.4	Specific Enthalpy values	293.94	299.54	1461.21	1413.82
26.0	6.4	Specific Enthalpy values	226.75	227.18	1460.55	1411.59
Period 2016						
28.0	6.4	Specific Enthalpy values	293.28	298.25	1463.5	1382.15
30.0	6.4	Specific Enthalpy values	293.45	299.77	1463.5	1394.23
26.0	6.4	Specific Enthalpy values	226.75	227.18	1460.55	1411.59
South Region (Inhambane) Period 1981-2016						
28.0	4.8	Specific Enthalpy values	1463.9	1414.5	227.8	228.27
27.9	4.8	Specific Enthalpy values	293.45	298.25	1463.5	1382.15
24.0	4.8	Specific Enthalpy values	226.75	226.36	1459.9	1418.33
Period 2016						
26.5	4.8	Specific Enthalpy values	1463.9	1414.5	227.8	228.27
28.5	4.8	Specific Enthalpy values	226.75	227.29	1461.21	1413.68
24.0	4.8	Specific Enthalpy values	226.75	226.36	1459.9	1418.33

During the steady-state operation, the entire mass is preserved in both the water and the working sides. The mass flow rate ( $\dot{m}$ ) of the working fluid, flowing into the pumps, turbines and heat exchangers is equal to the flowing out, [14]. Therefore it is constant and assumed constant in all the stages of the power cycle. Now, the turbine power can be obtained through the following expression

$$\dot{W}_T = \dot{m}(h_3 - h_4) \quad (4)$$

For the compressed liquid point 2, the energy of the pump at the inlet and the power of the pump, with the specific enthalpy, will be calculated

$$W_P = -v(p_2 - p_1). \quad (5)$$

With the energy of the pump and the specific enthalpy at the input of the control volume, we calculate the specific enthalpy at the output of the control volume, by the following equation

$$h_2 = W_P + h_1. \quad (6)$$

Now, through the relation of the mass flow rate of the working fluid with the specific enthalpy change in points 1 and 2, we calculate the work entered by the pump

$$\dot{W}_P = \dot{m}(h_2 - h_1). \quad (7)$$

Now you proceed to determine the heat supplied ( $Q_{in}$ ) and the heat itself of the heat exchanger ( $Q_{out}$ ).

$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}(h_3 - h_2), \quad (8)$$

$$\dot{Q}_{out} = \dot{m}(h_4 - h_1), \quad (9)$$

The thermal efficiency of a power plant is defined by the ratio between the useful power produced by the plant and the heat entering the plant. In the case of an OTEC plant, the thermal power supplied to the working fluid is from hot water, so that cycle efficiency of an OTEC plant can be given by

$$\eta_{ciclo} = \frac{\dot{W}_T - \dot{W}_P}{\dot{Q}_{in}}. \quad (10)$$

The efficiency of Carnot is a maximum theoretical efficiency. The Carnot cycle assumes that isentropic compression

is followed by a reversible heating, then the isentropic expansion, and finally a reversible cooling. A Carnot cycle is perfectly representative of a Rankine cycle since the working fluid must be preheated before it can be phase shifted but it provides the upper limit of the efficiency that can be obtained from the available thermal resource. The Efficiency of the Carnot is represented with the following equation

$$\eta_{Carnot} = \frac{T_W - T_C}{T_W}, \quad (11)$$

where  $\dot{m}$  is the mass flow rate of the working fluid (kg/s),  $v$  is the specific volume of ammonia ( $\text{m}^3/\text{kg}$ ),  $p_1, p_2$  are the pump inlet and outlet pressures (kPa),  $h_1, h_2, h_3$  and  $h_4$  are the specific enthalpy (kJ/kg),  $Q_{in}$  and  $Q_{out}$  are heats at the boiling and condensation (kW), and  $T_W$  and  $T_C$  are the absolute temperature from warm and cold water ( $^{\circ}\text{C}$ ).

### III. RESULTS AND DISCUSSION

#### III.1. Sea Surface Temperature

The maps SST in the waters of the Mozambique Channel (MC) show a latitudinal variation, so that for the northern region temperatures are higher than in the southern ones.

Fig. 5 A, B, C shows the annual average temperature distribution and the months of the maximum and minimum values. In Fig. 5A as an annual average, the SST can be seen with a range of  $24.5^{\circ}\text{C}$  in the southern zone, which increases to  $28^{\circ}\text{C}$  in the northeastern part of the MC, towards the coast of Madagascar. The figure Fig. 5C shows that during the winter, the SST over this area can be lower than  $23^{\circ}\text{C}$ , although in summer it rises to just over  $26^{\circ}\text{C}$ . This almost latitudinal distribution, responds to the regional oceanic circulation, typical of this tropical zone.

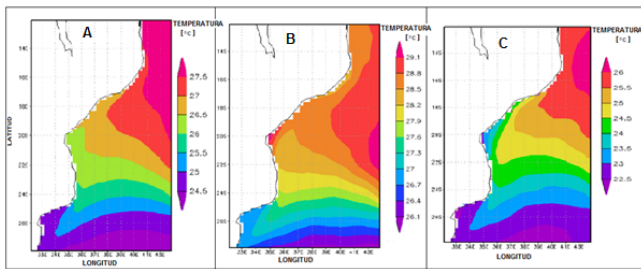


Figure 5. Marine Surface Temperature, averaged over the 1981- 2016 period for the MC, where **A** Annual average, **B** average maximum value, January month, **C** average minimum value, July month.

The coldest SSTs were recorded in the southern region (Maputo Bay and Inhambane, around the  $24^{\circ}\text{C}$ ) of the Channel, which during the year vary from  $23.5$  to over  $27^{\circ}\text{C}$ . The warmest ones, correspond to the centre and north, (Sofala Bank, Nacala and Pemba) from  $26^{\circ}\text{C}$  to over  $29^{\circ}\text{C}$ .

Fig. 6 shows the SST behavior of the southern, central and northern region of the Mozambique Channel, where the coldest SST are recorded for the southern region with respect to the central and northern regions.

In Fig. 6, the SST during the year 2016 presents a similar behavior as during the period 1981-2016. It is almost latitudinal, with values from  $24^{\circ}\text{C}$  in the southern region, to  $28.5^{\circ}\text{C}$  in the northeast of the MC.

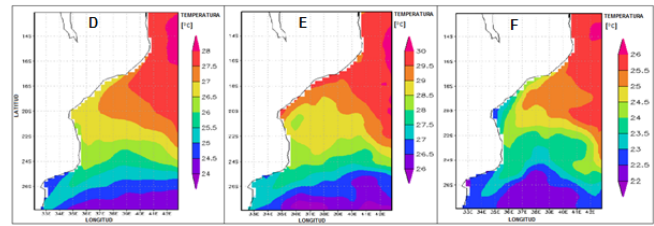


Figure 6. The Marine Surface Temperature, corresponding to the year 2016, averaged for the MC, where **D** The Annual average, **E** The Maximum value average, observed in January, **F** The Minimum value average, observed in July.

The SST varies from  $25^{\circ}\text{C}$  in the areas near the Mozambican coast to more than  $28^{\circ}\text{C}$  in the northeast of the MC, around Pemba, near the northwest coast of Madagascar, (Fig. 6D). The highest values were recorded in the northern region of MC, possibly due to the input influence of the South Equatorial Current (SEC), which is the main source of water mass supply from the upper layer of oceanic waters to the MC. In this year, the coldest SSTs were recorded in the southern region of Channel (Maputo Bay and Inhambane), with values ranging from  $25$  to  $26.5^{\circ}\text{C}$  during the year and the warmest in the central and northern areas (Sofala Bank, Angoche, Nacala and Pemba), from  $27$  to  $28^{\circ}\text{C}$ . Map on Fig. 6E shows hot surface waters during the summer, with SST ranging from  $26^{\circ}\text{C}$  to  $28^{\circ}\text{C}$  for the southern region near the Mozambican coast and from  $29^{\circ}\text{C}$  to  $31^{\circ}\text{C}$  in the central and northern region of the MC, along the coast of Madagascar. Map on Fig. 6F illustrates the variation of the temperature during the month of July, for the winter, with surface temperatures varying from  $22^{\circ}\text{C}$  to  $24^{\circ}\text{C}$  for the southern Channel region, and from  $24.4^{\circ}\text{C}$  to  $27^{\circ}\text{C}$  for central and the northern Channel region.

Along the MC, the relatively highest surface temperatures in the neighborhood of the Madagascar region, in the northwest of the MC, but also the strongest gradients towards the south of the Channel, are observed. This situation is attributed to the fact that warmer waters are transported by the northern branch of the Madagascar current and according to [6, 15], along the MC, the transport is characterized by two different water masses. From the north comes the Southern Equatorial Current that is incorporated into the Madagascar current, but in the south the waters penetrate coming from the center with subtropical anticyclonic turn at the Indian Ocean. In Fig. 2 are present the main current system that contribute to the variation of the water in the MC. The annual temperature oscillations are generated with a range of  $2-5^{\circ}\text{C}$ , in accordance with the description of [16].

#### III.2. Deep water temperature

The behavior of the temperature in the depth of 1000 m, along the MC, shows that this temperatures are colder in the south than in the north.



Fig. 7 illustrates the space temperature distribution in the depth of 1 km (cold waters), for the entire MC. It is observed that the temperature varies from 4.6 to 6.8°C. These temperatures are typical for tropical and subtropical regions in these depths. As a positive balance, it should be noted that for the entire study area, the temperature difference in one kilometer of thickness rarely drops below 20°C. This allows the use of the oceanic thermal energy throughout the region.

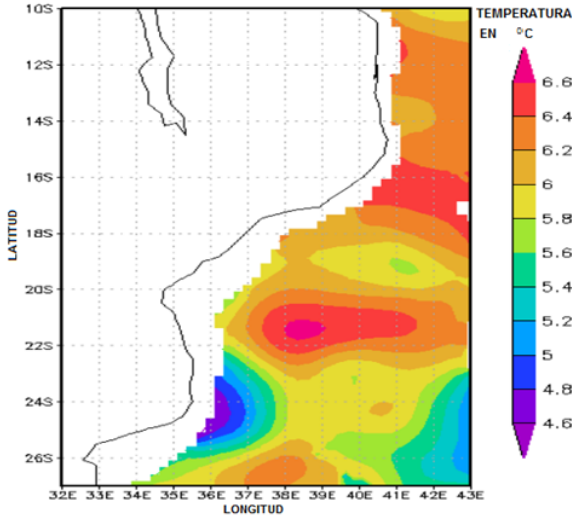


Figure 7. The annual temperature average in the deep waters of the MC.

Fig. 8 G, H, I shows the space distribution of the annual average of the SST for the year 2016, the temperature at the depth of 1000 meters and the isobaths from surface to 3000 m I. Note that the depths of 1000 m H, considered as an important characteristic to select the favorable regions for OTEC implantation in MC, are located very close to the coast in three zones of the north region, which are Angoche and Nacala (Province of Nampula), Pemba (Province of Cabo Delgado), and one of the southern region, Inhambane. The results for the northern region are analogous to those one obtained by [4], but in the present text another possibility for the southern region was identified.

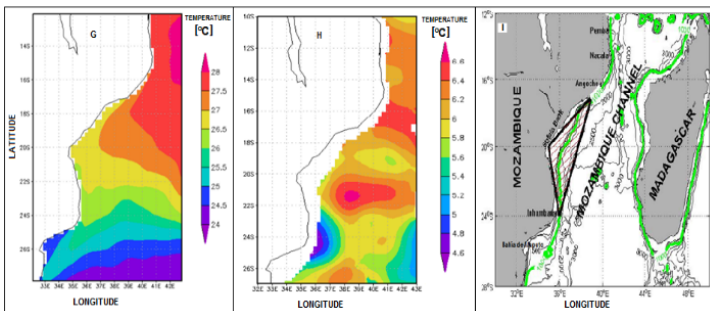


Figure 8. Presents the spatial distribution of the annual temperature average on the surface for the period 2016 (G), the temperature in the depth of 1km (H), and the points with favorable premises for OTEC, where the green line presents the isobaths of 1000 meters (I).

The central region presents some limitations, such as: water cooling due to the presence of the water mass from the

Zambezi River, intense streams and a considerable distance of the isobaths of 1000 m. The Maputo Bay presents a similar situation; there converge five main rivers: Incomati, Umbeluze, Tembe and Matola to the West and the river Maputo to the South.

Table 2, presents the energy content averaged for the year 2016, the availability of this potential ocean energy is maintained almost during all the year and the Northern region is more active than the southern one.

Table 2. The content of energy in the water column, from surface to 1000 m depth.

Region	Locality	Energetic Content [J/m <sup>2</sup> ]
North	Pemba	88.922 * 10 <sup>6</sup>
	Nacala	87.756 * 10 <sup>6</sup>
	Angoche	87.756 * 10 <sup>6</sup>
South	Inhambane	84.460 * 10 <sup>6</sup>

### III.3. Severe events

Mozambique is exposed to the weather severe events due to its geographic location. Tropical cyclones and depressions, formed in the Indian Ocean, cross the Mozambique Channel and affect the coastal zone.

The hurricane season in Mozambique, is from November to April. Most of the tropical cyclones, that affect Mozambique, are formed in the Southern zone of the Indian Ocean near Madagascar from November to April. Tropical cyclones tend to emerge in the summer no matter where they occur. Fig. 9 shows the behavior of tropical cyclones from 1952 to 2007.

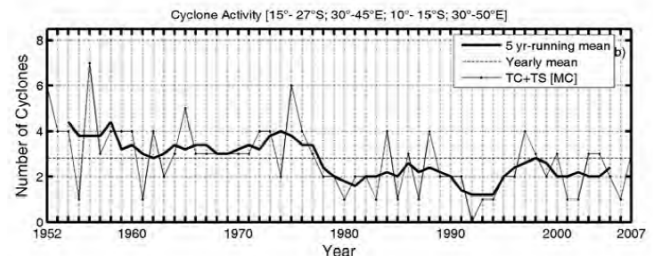


Figure 9. Number of tropical Cyclones (TC) and tropical storms (TS) in the MC, in the period 1952-2007 [17].

In this figure you can see the following:

- During the studied period, it can be observed as cyclones and tropical storms tend to decrease their effects in the MC, with a point of change at the end of the 1970s.
- The annual average of cyclone and tropical storm quantities that affected the MC from 1952 to 2007, is 2 or 3 cases in a year.

In Table 3, taken from [17], the frequencies of affectation are reflected by months.

It is observed that the most dangerous months are January and February, coinciding with the maximum sea surface temperature.



Table 3. Number of Cyclones and frequency in MC, (1980-2007).

Mozambique Channel (TC+TS)		
Month	Number	Frequency
November	2	0.07
December	7	0.25
January	18	0.64
February	16	0.57
March	8	0.29
April	5	0.18
Total	56	2.0

### III.4. Results of calculations

The calculation results of the pump power, the turbine power, the thermal efficiency of the Rankine cycle and the efficiency of the Carnot cycle are presented in Tables 4 and 5.

Table 4. Performance for Northern region (Pemba, Nacala, Angoche).

Region North Period (1981-2016)				
Surface T [°C]	Potency [MW]		Efficiency [%]	
	$\dot{W}_{pump}$	$\dot{W}_{turbins}$	$\eta_{thermal}$	$\eta_{carnot}$
Average-28.0	-0.5408	47.53	3.8	7.1
Maximum-28.8	-0.4772	48.96	3.9	7.7
Minimal-26.0	-0.5408	46.53	3.7	6.5
Period (2016)				
Average-28.0	-0.5408	47.53	3.8	7.2
Maximum-30.0	-0.0736	81.35	6.9	7.8
Minimal-26.0	-0.5408	46.53	3.7	6.6

The overall performance of these plants is low, not only because the thermal gradients are lower in general than are considered, but also because the technical limitations of several components of the installation (evaporators, condensers, pumps and turbines). These of efficiency are useful for evaluating the performance of a power plant compared to its maximum theoretical efficiency. The efficiency of the Carnot does not take into account the inevitable temperature losses in the heat exchanger.

Table 5. Performance for the southern region (Inhambane).

Region South Period (1981-2016)				
Surface T [°C]	Potency [MW]		Efficiency [%]	
	$\dot{W}_{pump}$	$\dot{W}_{turbins}$	$\eta_{thermal}$	$\eta_{carnot}$
Average-26.0	-0.5408	46.53	3.7	7.1
Maximum-27.9	-0.4772	48.96	3.9	7.7
Minimal-24.0	-0.3878	41.57	3.3	6.5
Period (2016)				
Average-26.5	-0.5408	46.53	3.7	7.2
Maximum-28.5	-0.5408	47.53	3.8	7.9
Minimal-24.0	-0.3878	41.57	3.3	6.5

The evaluation of the Carnot efficiency is not the best way to evaluate the different technologies of the thermodynamic energy generation, since it does not take into account the actual costs of the constructions and operations of the plant [14]. The efficiency of the Carnot's does not tell the whole story of any plant of power, because it is the absolute theoretical maximum, which is unattainable by plant of power any real world.

The results are promising for an OTEC plant. To pump water from a depth of 1000 meters, an incredible amount of work is required. However, the efficiency obtained is ideally enough to produce usable energy.

The power generation system through an OTEC plant can be compared to other plants such as wave, hydroelectric and diesel. Therefore, it is important to include capital, maintenance and service costs so that the technologies are equitable compared on an individual basis, as it is shown on Table 6, taken an example analyzed in Bali.

Table 6. Cost-per-unit comparison of OTEC with conventional energy sources [18].

	Plant Life [Years]	Capacity Factor [%]	Annual Output [GWh]	Cost Energy [US/kWh]
Wave	40	68	9	0.062-0.072
Hydro	40	48	5	0.113
Diesel	20	64	5	0.126
OTEC	30	80	8.8	0.149

## IV. CONCLUSIONS

Ocean thermal energy is available throughout the year in the northern and southern regions of the Mozambique Channel, while in the central region, near the mouth of the Zambezi River, and in Maputo Bay, where five major rivers converge, the surface is cooled too much by supply of the fresh water of the rivers, especially in the rainy season. The most suitable areas will be the population settlements of Pemba, Nacala, Angoche and Inhambane, not only because of the warmth of the adjacent waters trapped in the anticyclonic vortices, but also because of the proximity of the isobaths of 1000 m, depth where the temperatures are located from 4.6 to 6.8°C, which guarantee the difference of 20°C in contrast to the surface. This shortens the dimensions of the water conveyors and the electric cables, which lowers the installation costs. The possible impact of tropical cyclones, up to 4 on the Saffir - Simpson scale, should be taken into account, although the climate trend indicates a decrease in the frequency and intensity for the last 55 years. From the analysis of the yields, it can be seen that there is an average thermal efficiency of 6.9 to 3.3 % for the north and south regions respectively, and the Carnot efficiency of 7.1 to 7.9 %, which is considered as a good result, ideal for the power plant OTEC.

## V. RECOMMENDATIONS

For the next analogous studies, it is recommended to take into account the resistance of the OTEC material installation, the high salinity of the area (plus 35 psu) and the risk of occurrence of hurricanes, although these show a decrease in intensity and frequency. Because technologies are constantly being renewed, future studies should always analyze the costs of this technology, comparing them with the existing technologies and with the other options that are commonly used in the area of interest.

## REFERENCES

- [1] M. G. de C. Neves, "Estudo da Viabilidade de implantação de plantas para conversão da energia térmica do oceano (OTEC) no Brasil". MSc Thesis, Universidade Estadual Paulista, 2015.
- [2] I. Mitrani, *Meteorología Marina*, digital book, 1st Ed., (Instituto de Meteorología, Agencia de Medio Ambiente, CITMATEL, 2017), pp. 88-90.
- [3] A. Achkienasi, and I. Mitrani, *Rev. Cienc. Tierra y Esp.* **17**, 130, (2016).
- [4] L. Hammar, J. Ehnberg, A. Mavume, B. C. Cuamba and S. Molander, *J. Renew. Sustain. Energy* **16**, 4938, (2012).
- [5] S. Goto, Motoshima, T. Sugi, T. Yasunaga, Y. Ikegami, and M. Nakamura, *Electr. Eng. Jpn.* **176**, 272, (2011).
- [6] R. Satre, and A. Da Silva, *Rev. de Inv. Pesq.* **3**, 3, (1982).
- [7] M. W. Schouten, W. P. M. de Ruijter, P. J. van Leeuwen and H. Ridderinkhof, *Deep-Sea Res. Part II-Top. Stud. Oceanogr.* **50**, (2003).
- [8] I. Mitrani, A. Moreno, and O. Padilla, *Tropicheskaya Meteorologuia*, (Guidrometeoizdat, Leningrado, USSR, 1985), pp. 186-191.
- [9] F. J. Millero, G. Perron, and J. F. Desnoyers, *J. of Geophys. Res.* **78**, 4499, (1973).
- [10] N.P. Fofonoff and R.C. Millard, *Algorithms for Computation of Fundamental Properties of Sea Water*. UNESCO Technical Papers in Marine Science, **44**, 44, (1983).
- [11] R. H. Stewart, *Introduction to Oceanography*, (Texas A. and M. University, Texas, 2008), pp. 50-52.
- [12] M. J. Moran and H. N. Shapiro, *Fundamentals of Engineering Thermodynamics*, 5th Ed. (The Ohio State University, Ohio, USA, 2006). pp. 321-328
- [13] W. Engels and F. Zabihian, *ASEE Zone I Conference, Principle and Preliminary Calculation of Ocean Thermal Energy Conversion*, (University of Bridgeport, Bridgeport, USA, 2014).
- [14] C.R. Upshaw, "Thermodynamic and Economic Feasibility Analysis of a 20 MW Ocean Thermal Energy Conversion (OTEC) Power Plant". MSc Thesis, University of Texas, 2012.
- [15] J. R. E. Lutjeharms, *The Coastal Oceans of South-Eastern Africa*, In *The Sea*, (Harvard University Press, Cambridge, USA, 2006), pp. 783-834.
- [16] C. Sete, J. Ruby, and V. Dove, *Seasonal Variation of Tides, Currents, Salinity and Temperature along the Coast of Mozambique*, UNESCO (ICO), (Centro Nacional de Datos Oceanográficos, Mozambique, 2002).
- [17] A. F. Mavume, L. Rydberg, M. Rouault and J. R. E. Lutjeharms, *Western Indian Ocean*, *J. Mar. Sci.* **8**, 15, (2009).
- [18] A. R. Sinuhaji, *Potential Ocean Thermal Energy Conversion (OTEC) in Bali* [ISSN 2413-5453], **1**, (2015).

---

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.



# LA ÓPTICA DE UN SISTEMA DE LENTES GRUESAS: SU APLICACIÓN AL OJO HUMANO

## THE OPTICS OF A THICK LENS SYSTEM: ITS APPLICATION TO THE HUMAN EYE

D. JIMÉNEZ-MARTÍ, A. J. BATISTA-LEYVA<sup>†</sup>

Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas, Universidad de La Habana, 10400 La Habana, Cuba; abatista@instec.cu<sup>†</sup>

<sup>†</sup> autor para la correspondencia

Recibido 15/3/2018; Aceptado 15/5/2018

Las lentes ópticas son dispositivos utilizados en un sinnúmero de aplicaciones. Además, los seres vivos las han incorporado a las estructuras desarrolladas evolutivamente para observar el medio externo, denominadas ojos. Esto explica la importancia del estudio de la óptica de lentes en cualquier curso de Óptica Geométrica. Los libros de texto más difundidos, sin embargo, las tratan al nivel más elemental, limitándose a las lentes delgadas inmersas en aire. El presente trabajo tiene como objetivo deducir las ecuaciones que rigen el comportamiento de una lente gruesa y un sistema de dichas lentes, para el caso general de medios con diferente índice de refracción. Por último se aplican dichas ecuaciones al estudio de la óptica del ojo humano en dos modelos de la literatura. Los resultados obtenidos pueden servir de material docente para cursos de Óptica Geométrica y Óptica Oftalmológica.

Optical lenses are ubiquitous in technical and scientific applications as well as in animals. This explains the importance of developing the lens formulae in courses of geometrical optics. Textbooks, however, often give only an elementary discussion, limited to thin lenses in air. Our aim is to present the deduction of thick lens formulae in the general case of different media at both sides of it. These equations are finally used to obtain the optical parameters of a human eye for two models presented in the literature. This work could be of interest in courses of Geometrical and Ophthalmic Optics.

PACS: Lenses in optical systems (Lentes en sistemas ópticos), 42.79.Bh; ophthalmic optics (óptica oftálmica), 42.66.Ct; optical instruments (instrumentos ópticos), 07.60.-j

### I. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de lentes son utilizados en un sinnúmero de equipos e instrumentos ópticos, como las cámaras fotográficas, los telescopios, microscopios etc. En los animales existen estructuras especializadas en la detección e interpretación de las señales luminosas que llegan del medio exterior, que se agrupan bajo el nombre genérico de “ojo” y que son en general sistemas ópticos. En particular el ojo humano es un sistema de dos lentes [1].

Un sistema de lentes se puede definir como un conjunto de lentes simples trabajando de manera conjunta.

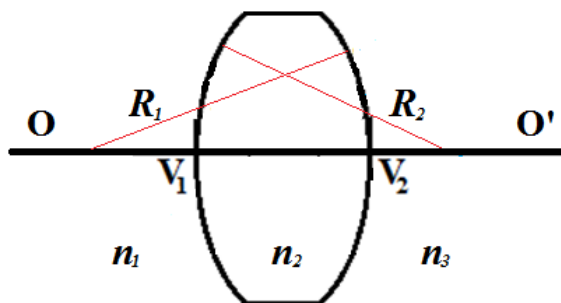


Figura 1. Lente simple. Se muestran los radios de curvatura de las superficies y los índices de refracción de los medios. La figura presenta simetría de revolución alrededor del eje óptico OO'.

Las lentes simples están formadas por dos superficies

refractoras cada una de las cuales separa dos dieléctricos (Fig. 1). Estas superficies, aunque pueden tener cualquier geometría, son por lo general esféricas, ya que estas son más fáciles de fabricar que las superficies esféricas (hiperbólicas, parabólicas, elípticas).

En la Fig. 1 se observan algunos elementos básicos de las lentes: los radios de curvatura de las superficies refractoras ( $R_1$  y  $R_2$ ) y los vértices  $V_1$  y  $V_2$ , que son los puntos de intersección del eje de simetría del sistema (eje óptico) con las superficies refractoras. Se ha considerado que los índices de refracción a ambos lados de la lente son diferentes.

Por lo general, para encontrar las ecuaciones que determinan las trayectorias de los rayos de luz a través de la lente, se consideran dos aproximaciones:

1. Rayos paraxiales: Los ángulos de inclinación de los rayos respecto al eje óptico son pequeños ( $\sin \varphi \approx \varphi$ ).
2. Lente delgada: Si el espesor de la lente  $d = \overline{V_1 V_2} \ll R$ , se desprecia dicho espesor. En el caso que esto no se cumpla se dice que la lente es gruesa.

En una lente delgada, cuando los índices de refracción a cada lado de la lente son iguales ( $n_1 = n_2$ ), la ley que rige el paso de la luz por ella es muy sencillo y recibe el nombre de fórmula de Gauss

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}. \quad (1)$$

La ecuación (1) relaciona la distancia desde el objeto luminoso hasta la lente  $s_o$  con la distancia entre la lente y la imagen de dicho objeto  $s_i$ . En (1)  $f$  representa la distancia focal de la lente, que se calcula por la llamada fórmula del fabricante

$$\frac{1}{f} = (n_2 - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (2)$$

En estas ecuaciones está implícito el convenio de signos que se usa en el libro de Óptica de Hecht [2]:

- $R > 0$  si el centro está a la derecha de la superficie.
- $s_o > 0$  si el objeto está a la izquierda de  $V_1$ .
- $s_i > 0$  si la imagen está a la derecha de  $V_2$ .

Los libros de Física General solo tratan la aproximación de lentes delgadas; muy pocos libros de Óptica tratan las lentes gruesas, a pesar de la importancia de estas. Por ejemplo, en [2] se presentan (sin demostración) las ecuaciones para una lente gruesa inmersa en aire. En este caso se cumple la ley de Gauss (1) si las distancias (incluyendo la distancia focal) se miden desde los llamados planos principales  $H_1$  y  $H_2$  (Fig. 2).

Estos son dos planos conjugados y unitarios, situados a distancias  $h_1$  y  $h_2$  de los vértices respectivos, las que se calculan según [2]:

$$h_1 = -\frac{(n_2 - 1)d}{n_2 R_2} f, \quad (3)$$

$$h_2 = -\frac{(n_2 - 1)d}{n_2 R_1} f, \quad (4)$$

En las ecuaciones anteriores  $d$  es el espesor de la lente a la altura del eje óptico.

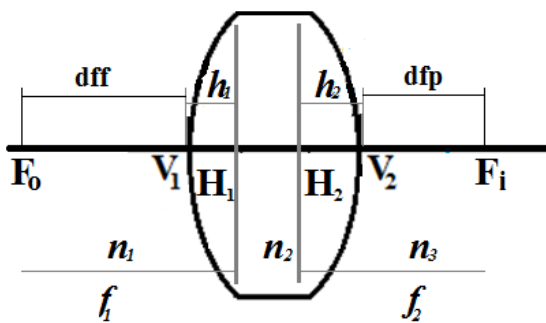


Figura 2. Lente gruesa. Se muestran los planos principales  $H_1$  y  $H_2$ , así como los focos objeto e imagen y las distancias focales.

Si las distancias calculadas por las ecuaciones (3) y (4) son positivas, los planos se encuentran a la derecha de los vértices respectivos; estarán a la izquierda si son negativas. La distancia focal de la lente ( $f_1 = f_2 = f$ ) es:

$$\frac{1}{f} = (n_2 - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_2 - 1)d}{n_2 R_1 R_2} \right). \quad (5)$$

En la Fig. 2 se recalca el hecho de que las distancias focales frontal ( $dff$ ) y posterior ( $dfp$ ) son en general diferentes, sin embargo  $f_1 = f_2$ , calculándose ambas por la ecuación (5).

Estas fórmulas no son aplicables si uno de los medios que rodea la lente no es aire. Pero ese es un caso muy importante solo sea, por ejemplo, porque en el ojo humano la córnea está rodeada por medios de distinto índice de refracción [3].

En la presente contribución se hace la deducción de las fórmulas que rigen el comportamiento de una lente gruesa y de un sistema de estas lentes, considerando el caso general de diferentes índices de refracción para todos los medios. Luego se aplican estas ecuaciones para calcular los parámetros ópticos del ojo humano. El trabajo puede ser útil como material didáctico para cursos avanzados de Óptica Geométrica y para cursos de Óptica Oftalmológica. Todas las figuras han sido elaboradas por los autores.

## II. DESARROLLO

### II.1. Obtención de las ecuaciones de una lente gruesa. Cálculo de la posición de los planos principales.

Sea la lente gruesa de la Fig. 3. La primera tarea es calcular el valor de  $h_1$ . Para esto se sitúa un objeto luminoso en el foco objeto de la lente (punto B). La idea será considerar la lente como dos superficies refractoras independientes.

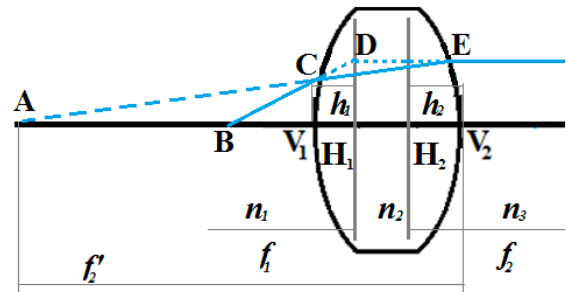


Figura 3. Un objeto luminoso situado en el foco objeto de la lente gruesa.

El rayo BC se refracta en C, llega a E y se refracta paralelamente al eje óptico. Prolongando el rayo CE encontramos el punto A, que sirve como objeto para la segunda superficie. Es obvio además que A es el foco objeto del segundo dióptrico y  $f'_2$  es su distancia focal objeto.

De la figura se deduce que  $\triangle ABC \sim \triangle CDE$  por tener todos sus ángulos iguales. Entonces se cumple

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}. \quad (6)$$

Considerando que son rayos paraxiales,  $\overline{CE} = d$ ,  $\overline{AC} = \overline{AV_1} = f'_2 - d$ ,  $\overline{DE} = d - h_1$  además  $\overline{AB} = f'_2 - f_1 - (d - h_1)$  donde ya se consideró el convenio de signos. Sustituyendo estas expresiones en (6) y despejando  $h_1$  se obtiene

$$h_1 = \frac{f_1 d}{f'_2}. \quad (7)$$

La ecuación del segundo dióptrico es [2]

$$\frac{n_2}{s_{o2}} + \frac{n_3}{s_{i2}} = \frac{n_3 - n_2}{R_2}. \quad (8)$$

La imagen virtual del objeto en A sirve de objeto real para el segundo dióptrico. Ese objeto se encuentra en el foco objeto de dicho dióptrico, por lo que sustituyendo en (8) los valores  $s_{o2} = f'_2 \Rightarrow s_{i2} = +\infty$

$$f'_2 = \frac{n_2 R_2}{n_3 - n_2}. \quad (9)$$

Sustituyendo (9) en (7)

$$h_1 = -\frac{f_1 d}{n_2 R_2} (n_2 - n_3). \quad (10)$$

La ecuación (10) se reduce a la (3) para el caso de una lente rodeada de aire.

En la Fig. 4 se muestra el tránsito de un rayo que viene desde infinito por la lente gruesa. Haciendo un análisis similar al del punto anterior, vemos que  $\triangle ABC \sim \triangle CDE$ . Entonces

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}. \quad (11)$$

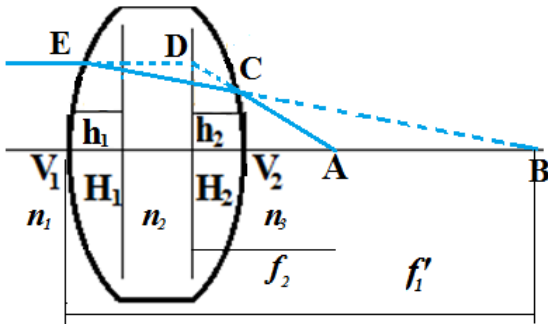


Figura 4. Formación de la imagen de un objeto en el infinito a través de una lente gruesa.

En la región paraxial  $\overline{CD} = -h_2$ ,  $\overline{AC} = \overline{AV_2} = f_2 - (-h_2)$ ,  $\overline{AB} = f'_1 - f_2 - (d - (-h_2))$ ,  $\overline{DE} = d - (-h_2)$ . Note el uso del convenio de signos. Al sustituir en (11) se obtiene

$$h_2 = -\frac{f_2 d}{f'_1}. \quad (12)$$

En el primer dióptrico se cumple

$$\frac{n_1}{s_{o1}} + \frac{n_2}{s_{i1}} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}. \quad (13)$$

Como el objeto está en el infinito,  $s_{o1} = +\infty \Rightarrow s_{i1} = f'_1$ ; sustituyendo en (13)

$$f'_1 = \frac{n_2 R_1}{n_2 - n_1}. \quad (14)$$

Sustituyendo (14) en (12)

$$h_2 = -\frac{f_2 d}{n_2 R_1} (n_2 - n_1). \quad (15)$$

Idéntica a la (4) para una lente inmersa en aire.

## II.2. Distancia focal de una lente gruesa

Ahora calcularemos los valores de las distancias focales de una lente gruesa que tiene dos medios distintos a ambos lados. Sea la lente de la Fig. 5.

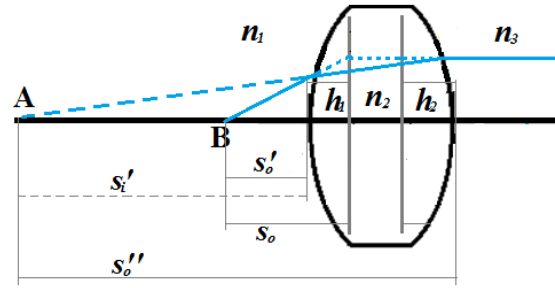


Figura 5. Cálculo de la distancia focal frontal  $f_1$ .

Consideremos un punto luminoso en B, que emite rayos que al pasar por la lente salen paralelos al eje óptico. De la figura se ve que en este caso  $s_o = f_1$ , pues B es el punto focal anterior. Entonces en el primer dióptrico

$$\frac{n_1}{s'_o} + \frac{n_2}{s'_i} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}. \quad (16)$$

Note que en (16) las distancias se miden a partir del primer vértice.

Como  $s'_o = s_o - h_1$  y  $s_o = f_1$

$$\frac{n_1}{f_1 - h_1} + \frac{n_2}{s'_i} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}. \quad (17)$$

En el segundo dióptrico

$$\frac{n_2}{s''_o} + \frac{n_3}{s''_i} = \frac{n_3 - n_2}{R_2}. \quad (18)$$

Donde  $s''_o = -s'_i + d$ , por ser la distancia imagen del primer dióptrico negativa (está a la izquierda de la superficie). Además  $s''_i = +\infty$  lo que resulta en

$$\frac{n_2}{-s'_i + d} = \frac{n_3 - n_2}{R_2}. \quad (19)$$

De aquí

$$s'_i = \frac{n_2 R_2 + d(n_2 - n_3)}{n_2 - n_3}. \quad (20)$$

Sustituyendo este valor en (17) y despejando  $f_1$  encontramos

$$f_1 = h_1 + \frac{n_1 R_1 [n_2 R_2 + d(n_2 - n_3)]}{(n_2 - n_1) [n_2 R_2 + d(n_2 - n_3)] - n_2 R_1 (n_2 - n_3)}. \quad (21)$$

Sustituyendo (10) en (21) y reorganizando obtenemos

$$f_1 = \frac{n_1 n_2 R_1 R_2}{(n_2 - n_1) [n_2 R_2 + d(n_2 - n_3)] - n_2 R_1 (n_2 - n_3)}, \quad (22)$$

de donde



$$\frac{1}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{n_1 R_1} - \frac{n_2 - n_3}{n_1 R_2} + \frac{d(n_2 - n_1)(n_2 - n_3)}{n_1 n_2 R_1 R_2}. \quad (23)$$

Para determinar el valor de la distancia focal  $f_2$ , hacemos un proceso similar, relacionado con la Fig. 6.

En este caso es posible obtener, utilizando la ecuación del primer dióptrico

$$s'_i = \frac{n_2 R_1}{n_2 - n_1}. \quad (24)$$

Utilizando la ecuación del segundo dióptrico obtenemos

$$f_2 = \frac{n_2 n_3 R_1 R_2}{(n_2 - n_3)[d(n_2 - n_1) - n_2 R_1] + n_2 R_2 (n_2 - n_1)}, \quad (25)$$

e invirtiendo

$$\frac{1}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{n_3 R_1} - \frac{n_2 - n_3}{n_3 R_2} + \frac{d(n_2 - n_1)(n_2 - n_3)}{n_2 n_3 R_1 R_2}. \quad (26)$$

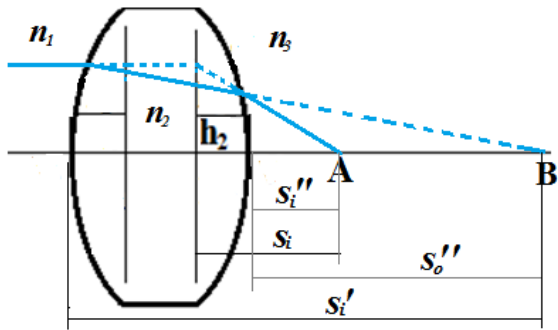


Figura 6. Cálculo de la distancia focal posterior  $f_2$ .

Comparando (23) con (26) se observa que en general  $f_1 \neq f_2$ . Sin embargo la potencia óptica de la lente es

$$D = \frac{n_1}{f_1} = \frac{n_3}{f_2}, \quad (27)$$

lo que permite escribir la ecuación de la lente como

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_3}{s_i} = D. \quad (28)$$

Además, de (27) se obtiene la relación entre las dos distancias focales de una lente gruesa

$$n_1 f_2 = n_3 f_1. \quad (29)$$

Definiendo la potencia óptica de las superficies refractoras como

$$D_1 = \frac{n_2 - n_1}{R_1}, \quad D_2 = \frac{n_3 - n_2}{R_2},$$

las ecuaciones (23) y (26) quedan

$$D = D_1 + D_2 - \frac{d}{n_2} D_1 D_2. \quad (30)$$

### II.3. Sistema de lentes

Sea un sistema de dos lentes con sus ejes ópticos coincidentes (sistema centrado, Fig. 7). Vamos a representar el sistema óptico a partir de sus planos principales  $H_1$  y  $H_2$  cuya posición se debe calcular. Le llamaremos  $s_o$  a la distancia objeto del sistema medida a partir del primer plano principal,  $s_i$  a la distancia imagen medida a partir del segundo plano principal. Las distancias focales objeto e imagen serán  $f_1$ ,  $f_2$  respectivamente.

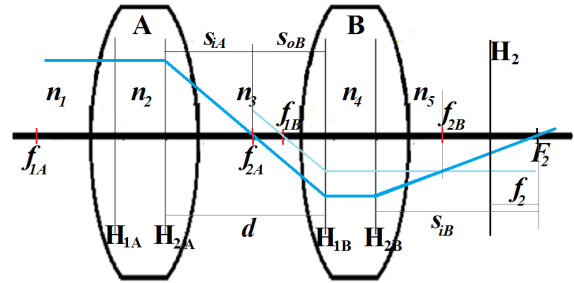


Figura 7. Paso de la luz a través de un sistema de lentes gruesas. Note en azul claro la construcción auxiliar para el trazado de rayos en la segunda lente. Se considera que cada medio tiene un índice de refracción diferente.

Las magnitudes relativas a cada lente las distinguiremos por los subíndices A para la primera y B para la segunda. Inicialmente calcularemos la distancia focal  $f_2$  y la posición del plano principal segundo. Consideremos un rayo procedente de infinito. Para él  $s_{oA} = s_o = +\infty$ ,  $s_{iA} = f_{2A}$ . Para la segunda lente se cumple que  $s_{oB} = d - f_{2A}$  mientras que para el sistema  $s_i = f_2$ .

La fórmula de Gauss para la segunda lente es

$$\frac{n_3}{s_{oB}} + \frac{n_5}{s_{iB}} = D_2 = \frac{n_3}{f_{1B}}. \quad (31)$$

De aquí se obtiene que

$$s_{iB} = \frac{n_5 f_{1B} (d - f_{2A})}{n_3 (d - f_{1B} - f_{2A})}. \quad (32)$$

La amplificación lateral del sistema es el producto de la amplificación de cada lente [2], así

$$M = M_A M_B, \quad (33)$$

$$-\frac{n_1 s_i}{n_5 s_o} = \left( -\frac{n_1 s_{iA}}{n_3 s_{oA}} \right) \left( -\frac{n_3 s_{iB}}{n_5 s_{oB}} \right), \quad (34)$$

de donde

$$f_2 = -\frac{s_{iA} s_{iB}}{s_{oB}}, \quad (35)$$

$$f_2 = \frac{n_5 f_{1B} f_{2A}}{n_3 (f_{1B} + f_{2A} - d)}. \quad (36)$$

Invirtiendo la ecuación se encuentra

$$\frac{n_5}{f_2} = \frac{n_3}{f_{1B}} + \frac{n_3}{f_{2A}} - \frac{n_3 d}{f_{1B} f_{2A}}. \quad (37)$$

Lo que resulta en

$$D_s = D_1 + D_2 - \frac{d}{n_3} D_1 D_2. \quad (38)$$

Se debe recalcar que en (38)  $d$  representa la distancia entre los planos principales segundo de la primera lente y primero de la segunda lente. La distancia entre el plano principal segundo de la segunda lente  $H_{2B}$  y el segundo plano principal del sistema  $H_2$  es

$$\overline{H_{2B}H_2} = |s_{iB}| - |f_2|, \quad (39)$$

$$h_2 = s_{iB} - f_2. \quad (40)$$

Sustituyendo (32) y (36) en (40) resulta

$$h_2 = -\frac{f_2 d}{f_2 A}. \quad (41)$$

Si la distancia  $h_2$  es negativa el plano se encuentra a la izquierda de  $H_{2B}$ , a la derecha si es positivo.

Consideremos ahora el mismo sistema, pero los rayos parten de un punto tal que salen del sistema paralelamente al eje óptico, por tanto  $s_{iB} = s_i = +\infty$ . Es obvio que ese punto es el foco objeto de sistema, por lo que  $s_o = f_1$ . Se hará primero el cálculo de la distancia focal  $f_1$  y a partir de esta se calculará la posición del primer plano principal del sistema (ver Fig. 8).

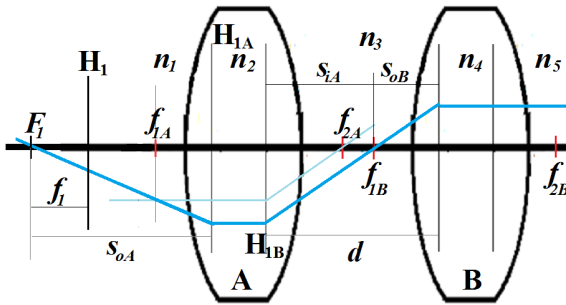


Figura 8. Paso a través de un sistema de lentes gruesas de la luz que parte de su foco objeto. Note en azul claro la construcción de rayos en la primera lente. Se considera que cada medio tiene un índice de refracción diferente.

Aplicando al sistema la ecuación (33) obtenemos

$$f_1 = -\frac{s_{oA}s_{oB}}{s_{iA}}. \quad (42)$$

Como  $s_{oB} = f_{1B}$ ,  $s_{iA} = d - s_{oB}$  de (42) se obtiene

$$f_1 = -\frac{s_{oA}f_{1B}}{d - f_{1B}}. \quad (43)$$

En la primera lente del sistema

$$\frac{n_1}{s_{oA}} + \frac{n_3}{s_{iA}} = D_1 = \frac{n_3}{f_{2A}}. \quad (44)$$

$$s_{oA} = \frac{n_1 f_{2A} (d - f_{1B})}{n_3 (d - f_{1B} - f_{2A})}. \quad (45)$$

Sustituyendo (45) en (43) se obtiene

$$f_1 = \frac{n_1 f_{1B} f_{2A}}{n_3 (f_{1B} + f_{2A} - d)}. \quad (46)$$

por lo que

$$\frac{n_1}{f_1} = \frac{n_3}{f_{1B}} + \frac{n_3}{f_{2A}} - \frac{n_3 d}{f_{1B} f_{2A}}. \quad (47)$$

La ecuación (47) nos lleva nuevamente a la ecuación (38). La distancia entre el primer plano principal de la primera lente  $H_{1A}$  y el primer plano principal del sistema  $H_1$  es

$$\overline{H_{1A}H_1} = |s_{oA}| - |f_1|, \quad (48)$$

$$-h_1 = s_{oA} - f_1. \quad (49)$$

Note que  $h_1$  es intrínsecamente negativa pues está medida a la izquierda de  $H_{1A}$ . Sustituyendo las ecuaciones (45) y (46) en (49) obtenemos

$$h_1 = \frac{f_1 d}{f_{1B}}. \quad (50)$$

El convenio de signos es el mismo que para  $h_2$ . Para un sistema de varias lentes se aplica este procedimiento iterativamente.

#### II.4. El ojo humano como un sistema óptico

El ojo humano está constituido por dos lentes positivas (convergentes) llamadas córnea y cristalino (ver Fig. 9). Ellas están separadas por el humor acuoso [4].

La córnea está constituida por cinco capas [5], sin embargo para caracterizar su comportamiento óptico es suficiente considerarla como un menisco cóncavo con índice de refracción  $n_{Co} \approx 1.376$  [6].

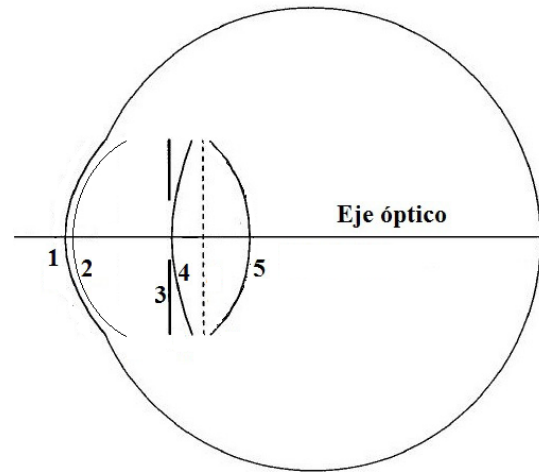


Figura 9. Esquema del ojo humano mostrando sus superficies refractoras. 1: Superficie anterior de la córnea, 2: Superficie posterior de la córnea, 4: Superficie anterior del cristalino, 5: superficie posterior del cristalino. Con el número 3 se indica el iris.

En la Fig. 9 la córnea está representada por las superficies 1 y 2. En general estas superficies son esféricas [7] y se pueden representar por la ecuación

$$x^2 + y^2 + (1 + Q)z^2 - 2zR = 0, \quad (51)$$

donde el origen de coordenadas está en el ápice de la superficie,  $x$  es el meridiano horizontal,  $y$  es el vertical,  $z$  es el eje de revolución,  $R$  es el radio en el ápice y  $Q$  es el parámetro de asfericidad, que especifica el tipo de superficie

cónica. Trabajando en la región paraxial podremos considerar las superficies esféricas.

El cristalino es una lente biconvexa que tiene una distribución de índices de refracción del tipo GRIN [8]. Sin embargo, debido a las complejidades asociadas con la medición de dicha distribución [9] y el cálculo del paso de los rayos por él [10], acostumbra a representarse por un índice de refracción equivalente  $n_{Cr} \approx 1.42$ . Entre la córnea y el cristalino se encuentra el humor acuoso, cuyo índice de refracción es algo mayor que el del agua. Los valores que utilizaremos serán  $n_{ac} \approx 1.336$  [7] y  $n_{ac} \approx 1.3374$  [4]. A continuación del cristalino se encuentra el humor vítreo, cuyo índice de refracción es  $n_{vi} \approx 1.336$ . En lo que sigue haremos los cálculos de las propiedades del ojo como sistema óptico considerando la región paraxial, utilizando los datos que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros geométricos e índice de refracción de la córnea y el cristalino. Los valores <sup>a</sup> son tomados de [7] y los <sup>b</sup> de [4].

	$R_1$ (mm)	$R_2$ (mm)	d (mm)	n
Córnea <sup>a</sup>	7.77	6.4	0.50	1.376
Córnea <sup>b</sup>	7.8	6.5	0.55	1.3771
Cristalino <sup>a</sup>	12.4	-8.10	4.0	1.42
Cristalino <sup>b</sup>	10.2	-6.0	4.0	1.42

Con los datos de la Tabla 1 y las ecuaciones (10), (15), (23) y (26) se encuentran las distancias focales y los planos principales de la córnea y el cristalino. Los valores se muestran en la Tabla 2. También se muestra la potencia óptica calculada según la ecuación (38).

En la Tabla 2 se observa la influencia de los radios de curvatura sobre la potencia óptica de la lente. Debe notarse que los datos de la referencia [7] se usaron originalmente para una lente con distribución de índices de refracción (GRIN), que en general tiene mayor potencia óptica que una lente de igual forma y dimensiones, pero con índice de refracción constante.

Tabla 2. Posición de los planos principales, valores de las distancias focales y potencia óptica de la córnea y el cristalino. Los valores <sup>a</sup> son calculados con los datos de [7] y los <sup>b</sup> con los datos de [4].

	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$f_1$ (mm)	$f_2$ (mm)	D (D)
Córnea <sup>a</sup>	-0.054	-0.556	23.67	31.62	42.25
Córnea <sup>b</sup>	-0.058	-0.609	23.61	31.57	42.36
Cristalino <sup>a</sup>	2.30	-1.50	78.84	78.84	16.95
Cristalino <sup>b</sup>	2.41	-1.40	61.41	61.34	21.78

Usando las ecuaciones (50), (41), (46), (36), (38) y los valores de la Tabla 2 encontramos las posiciones de los planos principales, las distancias focales y la potencia óptica del ojo. Los valores se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Posición de los planos principales, valores de las distancias focales y potencia óptica del ojo. Los valores <sup>a</sup> son calculados con los datos de [7] y los <sup>b</sup> con los datos de [4].

	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$f_1$ (mm)	$f_2$ (mm)	D (D)
Ojo <sup>a</sup>	1.34	-4.45	17.8	23.85	55.99
Ojo <sup>b</sup>	1.65	-4.30	16.9	22.30	59.91

Si se utilizan los parámetros del ojo y las distancias focales calculadas, veremos que para el ojo de la referencia [7], rayos que vengan desde el infinito formarán una imagen a una

distancia de 25.5 mm de la superficie anterior de la córnea, mientras que para el ojo de la referencia [4] la imagen se formará a una distancia de 24.21 mm. Esa es la longitud axial de un ojo "normal", por lo que dicho ojo será emétrepe, mientras que el anterior será algo hipermétrepe, si tiene las dimensiones normales.

La Fig. 10 muestra los planos principales y distancias focales de la córnea  $H_{1Co}$  y  $H_{2Co}$ . Note que ambos están fuera del menisco y que el segundo plano está más separado que el primero. Esto se debe a los valores de los índices de refracción y las diferencias en los radios de curvatura entre las dos superficies.

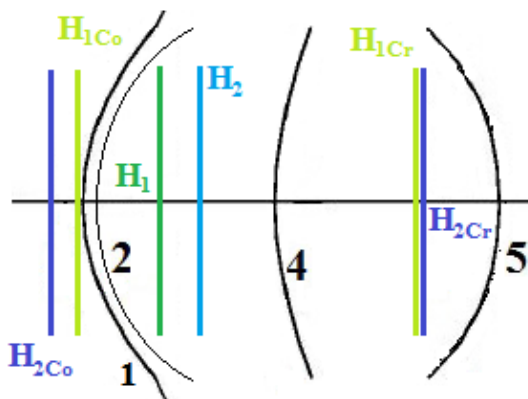


Figura 10. Disposición de los planos principales respecto a la posición de la córnea y el cristalino. La numeración de las superficies coincide con la usada en la Fig. 9.

Se presentan además los planos principales del cristalino  $H_{1Cr}$  y  $H_{2Cr}$ . Como ocurre con las lentes biconvexas, los planos principales están dentro de la lente.

En la Fig. 10 se muestran además los planos principales del sistema óptico completo. Un modelo simplificado del ojo hará uso de esos planos para resolver el paso de la luz. Si se desea una solución más precisa se debe utilizar un sistema computacional de trazado de rayos [3].

### III. CONCLUSIONES

Las ecuaciones obtenidas para las lentes gruesas son fácilmente reducibles al caso de lentes delgadas, al igual que al caso de medios con igual índice de refracción a ambos lados de la lente. El proceso de deducción es importante para la comprensión de la esencia de dichas fórmulas, por lo que debe incorporarse en los cursos de Óptica. El cálculo del sistema óptico del ojo humano es ilustrativo de la aplicación de dichas ecuaciones a un sistema real. Es un excelente ejemplo para incluirlo en una clase práctica de sistemas ópticos.

En una próxima contribución haremos la deducción de la posición de los planos principales de una lente GRIN, utilizando el cristalino como ejemplo de importancia práctica.

## REFERENCIAS

- [1] M. Idrees, *Int. J. Preclinical & Pharm. Res.* **6**, 7 (2015).
- [2] E. Hecht, *Optics*, 4ta Ed. (Addison Wesley, San Francisco, USA, 2002), pp. 243 – 246.
- [3] C. Muñoz-Villaescusa, O. Núñez-Chongo, A. J. Batista-Leyva, *Rev. Cubana Fis.* **31**, 35 (2014).
- [4] P. Artal, *Adv. Optics and Phot.* **6**, 340 (2014).
- [5] D. W. DelMonte, T. Kim, J. Cataract. Refract. Surg. **37**, 588 (2011).
- [6] R. Navaro, *J. Optom.* **2**, 3 (2009).
- [7] H. L. Liou, N. A. Brennan, *J. Optical Soc.* **14**, 1684 (1997).
- [8] B. K. Pierscionek, J. W. Regini, *Prog. Retin. Eye Res.* **31**, 332 (2012).
- [9] R. C. Cruz-Rodríguez, F. R. Rodríguez-Flores, A. J. Batista-Leyva, *Investigación Operacional*, **39**, 129 (2018).
- [10] R. C. Cruz-Rodríguez, A. L. Batista-Planas, O. Núñez-Chongo, C. Muñoz-Villaescusa, A. J. Batista-Leyva, *Rev. Cubana Fis.* **32**, 96 (2015).

---

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.



# AUTOMATIC DIAGNOSIS OF RHEUMATOID ARTHRITIS FROM HAND RADIOGRAPHS USING CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORKS

## DIAGNÓSTICO AUTOMÁTICO DE ARTRITIS REUMATOIDE EN RADIOGRAFÍAS DE MANOS UTILIZANDO REDES NEURONALES CONVOLUCIONALES

M. BETANCOURT-HERNÁNDEZ<sup>a†</sup>, G. VIERA-LÓPEZ<sup>b</sup>, A. SERRANO-MUÑOZ<sup>b</sup>

a) Facultad de Telecomunicaciones y Electrónica, Universidad Tecnológica de La Habana, 19390 La Habana, Cuba; marcosraul94@gmail.com<sup>†</sup>

b) Grupo de Sistemas Complejos y Física Estadística, Facultad de Física, Universidad de La Habana, 10400 La Habana, Cuba

<sup>†</sup> corresponding author

Recibido 25/4/2018; Aceptado 15/6/2018

The traditional diagnosis method of Rheumatoid Arthritis (RA) consists in the evaluation of hands and feet radiographs. However, still for medical specialists it turns out to be a complex task because many times the correct diagnosis of the disease depends on the detection of very subtle changes for the human eye. In this work, we developed a system based on Artificial Intelligence (AI), using Convolutional Neural Networks (CNN) for the automatic detection of RA from hand radiographs. The model efficiency is measured with 15 cases achieving an accuracy of 100%. Results of the experiments conducted, showed a superior performance compared to similar state-of-the-art systems reported in the consulted bibliography. This model would be useful for Cuban medicine as a diagnosis tool.

El método tradicional de diagnóstico de la Artritis Reumatoide (RA) consiste en la evaluación de radiografías de manos y pies. Sin embargo, aún para los especialistas médicos resulta una tarea compleja pues, en muchas ocasiones, el correcto diagnóstico de la enfermedad depende de la detección de cambios muy sutiles para el ojo humano. En este trabajo, se desarrolla un sistema basado en inteligencia artificial (AI), empleando Redes Neuronales Convolucionales (CNN) para la detección automática de la RA en radiografías de manos. La eficiencia del modelo es medida con 15 casos obteniendo una precisión del 100%. Los resultados obtenidos por los experimentos realizados muestran un rendimiento superior a los sistemas similares reportados en la bibliografía consultada. Este modelo puede ser de utilidad para la medicina cubana como una herramienta de diagnóstico.

PACS: Medical applications (Aplicaciones médicas), 42.62.BE; neural networks (redes neuronales), 07.05.Mh; image processing (procesamiento de imágenes), 07.05.Pj

### I. INTRODUCTION

Rheumatoid arthritis is a relatively common disease, it is present in approximately 1% of the world population [1]. It is a chronic autoimmune systemic illness, characterized by a persistent inflammation of joints, producing atrophy and bone rarefaction that evolves through very painful outbreaks and typically affects the small joints, producing their progressive destruction and generating different degrees of deformity and functional disability [2]. Figure 1 shows a radiograph of a patient with an advanced stage of the disease.

Radiological examination is the fundamental reference method for the detection of RA. Methods such as Larsen [3] and Sharp [4] have been used for diagnosis, however, they are time-consuming processes, since they require the revision of all the joints of the affected areas and errors of appreciation are likely to occur.

Currently in Cuba, there are around 100 rheumatologists for 11 million inhabitants, distributed in such a way that in some provinces there may be up to one or two specialists, an insufficient number to cover the needs of the Cuban population. Therefore, the process of detecting this type of disease is extremely slow, forcing the patients to travel to very distant centers to receive an accurate diagnosis.

Generally, these patients are people with limitations and physical disabilities produced by the disease itself, and under these conditions, they have to go through long waiting lists, causing the progression of the illness and the exacerbation of symptoms.



Figure 1. Radiograph example of a patient with RA used in this study.

Advances in AI, especially CNN have opened new possibilities in the field of medicine, developing systems for detecting dermatological diseases [5], lung pathologies [6], fractures and bone damage [7], among others, with the aim of minimizing the margin of error in medical diagnosis and facilitating an early detection of illnesses.



## II. RELATED WORKS

In Langs *et al.* [8] a method for an automatic quantification of joint space narrowing and erosions in RA was developed. It can be used to detect the disease progression using an active shape model and Adaboost classifier.

In the study conducted by Murakami *et al.* [9], the diagnosis of Periarticular Osteoporosis (one of the symptoms of RA) was attempted. The system determines density characteristics of hand X-rays using histogram analysis, co-occurrence matrices, Fourier transformations and extraction of line components.

Chokkalingam & Komathy [10] proposed an automatic diagnosis system of RA from hand radiographs, using several digital image-processing algorithms for feature extraction and a neural network for its classification. Twenty-three images were used for training the model but no validation tests were performed, therefore its accuracy is unknown.

Murakami *et al.* [11] implemented a system for diagnosing RA, based on the detection of bone erosion. In this study, a segmentation algorithm is used to extract the area of the phalanges and a CNN for detecting the presence of the pathology. For training the model, 129 radiograph images were used. The validation was performed with 30 cases with RA, obtaining a true-positive rate of 80.5% and a false-positive rate of 0.84%, however the false-positive number of the segmentation algorithm was 3.3 per case.

Current implementations of systems for detecting RA from hand radiographs present limited results, with high error rates and low generalization. Their reliability must improve in order to be used as a diagnosis tool in the medical environment, which has no tolerance to errors due to the inherent importance of this task.

## III. METHODOLOGY

For the development of this work, we selected several CNN architectures and trained them end-to-end with hand radiograph images using only their pixel information. With these experiments we seek to evaluate the capacity of the models to learn RA visual features in a similar way a rheumatologist uses in a diagnosis.

### III.1. Image dataset

The images used in this study came from the department of Rheumatology in Hermanos Ameijeiras Hospital, located in Havana, Cuba. They consist in 92 gray-scale digital radiographs of both hands, used by medical specialist in their diagnosis of RA. In Table 1 the characteristics of this dataset are displayed.

#### III.1.1. Ethics

All medical images are anonymous, it is not possible to relate the patient's name to the radiograph, and they were only

used for the development of this work, following all rules of confidentiality.

Table 1. Image database characteristics.

Number of cases	92
With RA	37
Without RA	55
Image resolution	4280x3520 pixels
Image format	DICOM
Color depth	12 bits

### III.2. Software tools

For the implementation of neural networks, the open source library Keras was used. It is available in Python, and uses Google's Tensorflow as its backend. We chose it for its simplicity, speed and control during the design of complex networks. OpenCV and Numpy modules were used to handle and process the images.

### III.3. Preprocessing

In the first stage of data processing, the pixel matrix of the image was extracted, discarding all metadata information attached to the DICOM file header such as patient's name, sex, age, etc; ensuring the anonymity of each case in this research. Then, the resolution of the image was decreased from 4280x3520 to 256x204 pixels, keeping only 0.3466% of the original data. Finally, the values of the pixels were normalized in a range between 0 and 1.

#### III.3.1. Artificial augmentation of the dataset

Training a model with small amounts of data is a challenging task. To face this problem the machine learning community has been using different procedures to artificially extend datasets.

Transforming the original radiographs with a random combination of rotation, zooming, stretching and flipping allow us to improve the classification results of the CNN architectures due to the increment of the training examples. It is important to empathize that the transformations applied do not affect the visual features in small regions of the original images, and instead they allow the networks to learn these features in different angles and sizes.

The models were trained with different copies in each epoch. Then, for example, after 1000 epochs each model have learned from 77 000 different instances. In Figure 2 some examples of transformed images are shown.

#### III.3.2. Dataset division

The dataset was divided in two, one for system training and other to be used as a reference point for validation. The images selected for validation were chosen randomly,

obtaining 5 images of patients with RA and 10 without RA. This division appears in Table 2.

Table 2. Image database characteristics.

Cases	Training	Validation
With RA	32	5
Without RA	45	10
Total	77	15

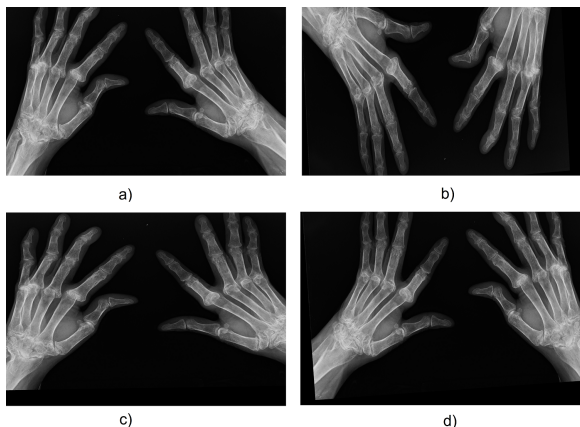


Figure 2. Examples of generated images with transformations. Image (a) is the original. (b) was obtained with horizontal flipping and height distortion, zooming and width distortion was used to produce (c) and (d) was generated with vertical flipping, zooming and rotation.

### III.4. Architecture selection

Different CNN models were initially considered like InceptionV3 [12] and VGG16 [13], which obtained notable results in the ILSVRC competitions, but presented a high degree of overfitting in all tests performed, mainly due to the large number of parameters they had in relation to the dataset size used for their training. As a result of the above, architectures with a smaller number of parameters and significantly less operations were chosen.

#### III.4.1. LeNet

The first architecture implemented was a modified version of LeNet [14]. To achieve better results, changes were made in relation to the original paper, such as increasing the number of feature maps, using 3x3 kernels instead of 5x5, modifying the activation functions to ReLU, changing the output function to Softmax and adding more neurons in full connection layers. We used dropout after max pooling layers and before output layer as a regularization technique. All model specifications can be found in Table 3.

#### III.4.2. Network in Network

A minimalist variant of Network in Network [15] was used, in order to reduce the computational cost of the original architecture. Max pooling layers were added and fewer convolutional filters and layers were implemented. Dropout

was used after max pooling layers. The proposed model is described in Table 4.

Table 3. Modified version of LeNet architecture

Layer	Parameters
Input	image shape = 256x204 pixels
Convolution #1	kernel size = (3,3), strides = (2,2), filters = 64, activation function = ReLU
Max pooling	pool size = (3,3), strides = (2,2)
Dropout	probability = 0.1
Convolution #2	kernel size = (3,3), strides = (1,1), filters = 128, activation function = ReLU
Max pooling	pool size = (3,3), strides = (2,2)
Dropout	probability = 0.1
Full Connection #1	number of neurons = 256, activation function = ReLU
Full Connection #2	number of neurons = 256, activation function = ReLU
Dropout	probability = 0.5
Full Connection #3	number of neurons = 2, activation function = Softmax

#### III.4.3. SqueezeNet

The last architecture implemented was SqueezeNet [16], no changes were made in relation to the original paper except adding dropout after max pooling layers. These model characteristics are displayed in Tables 5 and 6.

Table 4. Reduced version of Network in Network.

Layer	Parameters
Input	image shape = 256x204 pixels
Convolution #1	kernel size = (5,5); strides = (1,1), filters = 32; activation function = ReLU
Max pooling	pool size = (2,2); strides = (2,2)
Dropout	probability = 0.1
Convolution #2	kernel size = (3,3); strides = (1,1), filters = 32; activation function = ReLU
Max pooling	pool size = (2,2); strides = (2,2)
Dropout	probability = 0.1
Convolution #3	kernel size = (3,3) strides = (1,1); filters = 32; activation function = ReLU
Max pooling	pool size = (2,2); strides = (2,2)
Dropout	probability = 0.1
Convolution #4	kernel size = (3,3); strides = (1,1), filters = 64; activation function = ReLU
Convolution #5	kernel size = (3,3); strides = (1,1), filters = 64; activation function = ReLU
Convolution #6	kernel size = (3,3); strides = (1,1), filters = 64; activation function = ReLU
Max pooling	pool size = (2,2); strides = (2,2)
Dropout	probability = 0.5
Convolution #7	kernel size = (1,1); strides = (1,1), filters = 2; activation function = ReLU
Global Average Pooling	activation function = Softmax

### III.5. Hyperparameters

Due to the complexity and high dimensionality of the system, some parameters were selected by default to present this

preliminary results. Default parameters can be seen in the original papers cited on each case.

Table 5. SqueezeNet architecture with dropout.

Layer	Parameters
Input	image shape = 256x204 pixels
Convolution #1	kernel size = (3,3); strides = (2,2) filters = 64; activation function = ReLU
Max pooling	pool size = (3,3); strides = (2,2)
Dropout	probability = 0.1
Fire module #1	squeeze = 16; expand = 64
Fire module #2	squeeze = 16; expand = 64
Max pooling	pool size = (3,3); strides = (2,2)
Dropout	probability = 0.1
Fire module #3	squeeze = 32; expand = 128
Fire module #4	squeeze = 32; expand = 128
Max pooling	pool size = (3,3); strides = (2,2)
Dropout	probability = 0.1
Fire module #5	squeeze = 48; expand = 192
Fire module #6	squeeze = 48; expand = 192
Fire module #7	squeeze = 48; expand = 256
Fire module #8	squeeze = 48; expand = 256
Convolution #2	kernel size = (1,1); strides = (1,1) filters = 2; activation function = ReLU
Global Average Pooling	activation function = Softmax

### III.5.1. Loss function

Being a classification problem of two classes, binary cross entropy loss function was used (1)

$$E = y \log(p) + (1 - y) \log(1 - p), \quad (1)$$

where  $y$  is the correct output (0 or 1) and  $p$  is the predicted probability.

Table 6. Fire module.

Layer	Specifications
Convolution #1	kernel size = (1,1), strides = (1,1), filters = squeeze, activation function = ReLU
Convolution #2	kernel size = (1,1), strides = (1,1), filters = expand, activation function = ReLU
Convolution #3	kernel size = (3,3), strides = (1,1), filters = expand, activation function = ReLU
Concatenation	Convolution #2 & Convolution #3

### III.5.2. Optimization algorithm

For the selection of the optimization algorithm SGD, Adadelta [17], Adam [18] and Adamax [18] were considered, comparing their results after 100 epochs of training. These tests were repeated 3 times with all models (averaging their outputs) and the best results are shown in Figure 3. For Adam and Adamax the learning rate was set at 0.001 and 0.1 for SGD and Adadelta. Despite using SGD and Adadelta a learning rate 100 times higher, still presented a lower performance. Adam was chosen for having the fastest convergence result.

### III.5.3. Learning rate

A variable learning rate was used, starting with 0.001 (default parameter for Adam), then it is reduced with a step function. This process is detailed in Figure 4.

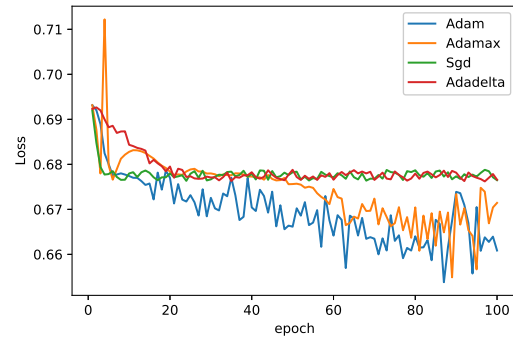


Figure 3. Learning rate decay is visualized over training epochs. A step function decay is used and the learning rate is divided by 2 after 400 epochs of training, then by 5 after 700 and by 10 after 900. Beyond 1000 epochs, the learning rate was fixed at 0.00001.

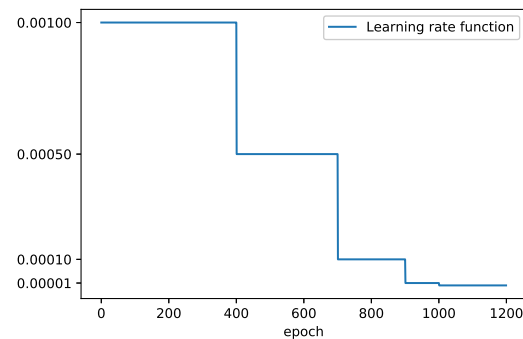


Figure 4. Learning rate decay is visualized over training epochs. A step function decay is used and the learning rate is divided by 2 after 400 epochs of training, then by 5 after 700 and by 10 after 900. Beyond 1000 epochs, the learning rate was fixed at 0.00001.

## IV. RESULTS

All models were trained 15 times with the same dataset, in Figure 5 best five training iterations are shown. Table 7 displays best validation results, including the number of the epoch in which they were obtained and loss error, beyond that point the models began to show signs of overfitting. LeNet and Network in Network reached their maximum point for a accuracy of 93% and SqueezeNet, correctly classified all images scoring 100%.

## V. DISCUSSION AND CONCLUSIONS

In this study we trained and evaluated several CNN architectures with our own Cuban dataset. We propose a system that detects RA from hand radiographs without extensive preprocessing or handcrafted features, only using raw pixel values and achieving better accuracies than similar

models of the state of the art. These preliminary results show the potential of this system, and in future works we will seek to extend the dataset in order to present a reliable diagnosis tool for Cuban medicine.

Table 7. Top validation results.

Model	Accuracy	Loss	Epoch number
LeNet	93 %	0.50	891
Network in Network	93 %	0.22	1248
SqueezeNet	100 %	0.088	1761

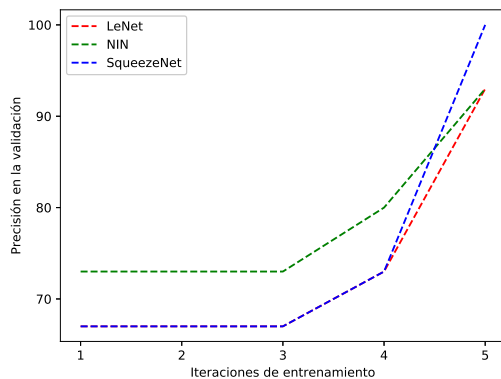


Figure 5. Best five training iterations of LeNet, Network In Network (NIN) and SqueezeNet, showing their validation accuracy.

## VI. ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to express their gratitude to Dr. Arbelio Pentón Madrigal for supporting this research and the Department of Rheumatology in Hermanos Ameijeiras Hospital, specially to Dr. Chico and Dr. Selva for supporting this research.

## REFERENCES

[1] D. S. C. Mathers and B. Pflieger, *Criterion 1* (2006).  
 [2] D. Aletaha, T. Neogi, A. J. Silman, J. Funovits, D. T. Felson, C. O. Bingham, N. S. Birnbaum, G. R. Burmester,

V. P. Bykerk, M. D. Cohen et al., *Arthritis Rheum.* **62**, 2569 (2010).  
 [3] A. Larsen, K. Dale and M. Eek, *Acta Radiologica. Diagnosis* **18**, 481 (1977).  
 [4] J. T. Sharp, G. B. Bluhm, A. Brook, A. C. Brower, M. Corbett, J. L. Decker, H. K. Genant, J. P. Gofton, N. Goodman, A. Larsen et al., *Arthritis Rheum.* **28**, 16 (1985).  
 [5] A. Esteva, B. Kuprel, R. A. Novoa, J. Ko, S. M. Swetter, H. M. Blau and S. Thrun, *Nature* **542**, 115 (2017).  
 [6] M. Anthimopoulos, S. Christodoulidis, L. Ebner, A. Christe and S. Mougiakakou, *IEEE Trans. Med. Imaging* **35**, 1207 (2016).  
 [7] J. Olczak, N. Fahlberg, A. Maki, A. S. Razavian, A. Jilert, A. Stark, O. Sköldenberg and M. Gordon, *Acta Orthop.* **88**, 581 (2017).  
 [8] G. Langs, P. Peloschek, H. Bischof and F. Kainberger, *IEEE Trans. Med. Imaging* **28**, 151 (2009).  
 [9] S. Murakami, H. Kim, J. Tan, S. Ishikawa and T. Aoki, *Technological Advancements in Biomedicine for Healthcare Applications*, (Medical Information Science Reference, 2013).  
 [10] S. Chokkalingam and K. Komathy, *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Computer Information Systems and Control Engineering* **8**, 834 (2014).  
 [11] S. Murakami, K. Hatano, J. Tan, H. Kim and T. Aoki, *Multimed. Tools Appl.* (2017).  
 [12] C. Szegedy, V. Vanhoucke, S. Ioffe, J. Shlens and Z. Wojna, *Proc. IEEE*, 2818 (2016).  
 [13] K. Simonyan and A. Zisserman, *arXiv preprint arXiv:1409.1556* (2014).  
 [14] Y. LeCun, L. Bottou, Y. Bengio and P. Haffner, *Proc. IEEE* **86**, 2278 (1998).  
 [15] M. Lin, Q. Chen and S. Yan, *arXiv preprint arXiv:1312.4400* (2013).  
 [16] F. N. Iandola, S. Han, M. W. Moskewicz, K. Ashraf, W. J. Dally and K. Keutzer, *arXiv preprint arXiv:1602.07360* (2016).  
 [17] M. D. Zeiler, *arXiv preprint arXiv:1212.5701* (2012).  
 [18] D. P. Kingma and J. Ba, *arXiv preprint arXiv:1412.6980* (2014).

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.





# A BIOMECHANICAL MODEL OF THE HUMAN CORNEA

## UN MODELO BIOMECÁNICO DE LA CÓRNEA HUMANA

O. NÚÑEZ-CHONGO, C. MUÑOZ-VILLAESCUSA, A. J. BATISTA-LEYVA<sup>†</sup>

Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas, Universidad de La Habana, 10400 La Habana, Cuba; abatista@instec.cu<sup>†</sup>

<sup>†</sup> corresponding author

Recibido 6/4/2018; Aceptado 6/6/2018

Numerical modeling of human cornea has paramount importance to test *in silico* surgical procedures and to understand the effect on human eyes of injuries and other external aggressions. To prepare a numerical model that could reproduce correctly corneal behavior, it is necessary firstly to select a type of elastic material and its mechanical model of response. Then a numerical procedure must be implemented; normally FEM is used for calculations. It is then necessary to select geometry, create a mesh and calculate the elastic constants of the model. In the present contribution we create a model based in Mooney Rivlin hyperelasticity, with a mesh consisting in three layers and eleven elements per meridian from the apex to limbus. Two geometries were tested: cornea fixed by limbus and a second one formed by cornea, corneal limbus and part of sclera. We also prepared and tested the numerical procedure for establishing the stress free configuration.

La modelación numérica del comportamiento de una córnea humana es importante para simular computacionalmente procedimientos quirúrgicos sobre esta, así como la acción de agentes externos agresivos. Un modelo numérico que reproduzca de manera fiel el comportamiento de la córnea debe basarse en un tipo de elasticidad del material que la compone. Las constantes del material se determinan ajustando el modelo a experimentos. A continuación se implementa un modelo numérico, basado por lo general en elementos finitos. Debe escogerse una geometría, las condiciones de frontera que se deben cumplir y una malla para discretizar las ecuaciones continuas. En este trabajo presentamos la creación de un modelo de córnea, basado en un material que cumpla las condiciones de material hiperelástico de tipo Mooney Rivlin, sustentado en una malla de tres capas y once elementos por meridiano (del ápice al limbo). Las geometrías utilizadas fueron una córnea fija por el limbo y una segunda formada por la córnea, el limbo y parte de la esclera. Se estableció el procedimiento para determinar la configuración libre de estrés de la córnea.

PACS: Biomaterials (Biomateriales), 87.85.J; physical properties of biomaterials (propiedades físicas de los biomateriales), 87.85.jc; finite element analysis (análisis de elementos finitos), 02.70.Dh

### I. INTRODUCTION

The human cornea is a transparent membrane (a concave meniscus) responsible of two thirds (around +43 D) of the refracting power of human eyes [1]. This explains why cornea is a preferred zone for refractive surgery to correct myopia, hyperopia etc. At the same time any pathology or physical trauma affecting it has a repercussion in the optical quality of the eye. Cornea also works as a protective structure for inner tissues and intraocular humors [2]. Structurally, it is composed of proteins and well-structured cells, fed through tears and aqueous humor. Cornea could be divided in five distinct layers: Epithelium, Bowman's Membrane, Stroma, Descemet Membrane and Endothelium. Mechanically speaking, Stroma is the most important layer comprising bundles of collagen fibrils, which provide most of corneal mechanical and optical characteristics [3].

In order to understand how the corneal surgery works, it is essential to study its mechanical behavior, when submitted to external actions. Finite Element Method (FEM) is a numerical tool that allows investigating different surgical techniques, and also understanding the drawbacks of each surgical procedure [2–5].

In order to perform the numerical research, previous calculations must be performed for preparing the computational model.

Firstly, a physical model of the mechanical response of cornea has to be chosen. Once the model has been selected, its parameters have to be calculated running the model to fit experimental data, normally a stress – strain curve.

It is also fundamental to study the corneal geometry used in the modeling, because its form and the boundary conditions influence the outcome of the numerical method.

In order to run the numerical model, a mesh must be selected that guarantees a fast convergence of the procedure and enough precision in the results for an adequate comparison with experimental data.

To complete the task, a stress free configuration of the cornea must be calculated [4].

The present contribution summarizes the results of the first stage of a research performed at the request of the Cuban Institute of Ophthalmology “Ramón Pando Ferrer”. The aim of the research is to create a computational model of a human cornea suitable for medical research. Present stage intends to create the computational model.

The objectives are:

- Using published data [5] of stress – strain in human corneas, to compare the performance of two mechanical models, Mooney – Rivlin of five parameters (MR5)



and Ogden of three parameters (Og3) to predict the refractive power of cornea in different situations.

- Finding an optimal mesh for the mechanical modeling.
- To determine the stress free configuration of cornea as starting point to model a cornea at 15 mmHg.
- To study the influence of the boundary conditions, using a cornea fixed by the limbus and a partial ocular globe formed by cornea, limbus ring and part of sclera.

FEM calculations were performed in ANSYS 18.1.

## II. MATERIALS AND METHODS

**Corneal elasticity:** Corneal tissue shows a highly nonlinear behavior [6] but in a range of intraocular pressures (IOP), between 10 and 25 mmHg, the tissue response is quasi linear, allowing to use a simplification. In this case, it is possible to use a hyperelastic model of Stroma [7–9], and consider it as incompressible, due to its high water content [10].

The principal characteristic of a hyperelastic material is the existence of a Helmholtz free energy function  $\psi$  per unit of reference volume. In this case the work performed to change the system only depends on its state in the initial and final configurations. For homogeneous materials,  $\psi$  depends only on the deformation gradient tensor  $\mathbf{F}$  and the Cauchy stress tensor is determined as [11]

$$\sigma = J^{-1} \frac{\partial \psi(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}} \mathbf{F}^T. \quad (1)$$

Here  $J = \det(\mathbf{F})$ . This is the constitutive equation of a hyperelastic material. To apply it, you must choose a model for the material, use the energy density function  $\psi(\mathbf{F})$  that corresponds, and calculate  $\sigma$ . For isotropic incompressible materials

$$\psi(\mathbf{F}) = \psi_{iso}(\mathbf{C}) - p(J - 1), \quad (2)$$

where  $\mathbf{C}$  is the right Cauchy - Green tensor and  $p$  is a Lagrange multiplier chosen high enough to warrantee incompressibility ( $J \approx 1$ ). The second Piola - Kirchhoff tensor is

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}}. \quad (3)$$

When  $\mathbf{C}$  is expressed only through its invariants

$$\mathbf{S} = 2 \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial \psi}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial \psi}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial \mathbf{C}} \right\}, \quad (4)$$

and

$$\sigma = J^{-1} \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T, \quad (5)$$

Using Cauchy tensor and the material properties, it is possible to calculate the system deformations. With the

principal values of Cauchy stress tensor it is also possible to calculate von Mises stress [12]

$$\sigma_M = \sqrt{\frac{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) + (\sigma_2^2 - \sigma_3^2) + (\sigma_3^2 - \sigma_1^2)}{2}}. \quad (6)$$

Two models used frequently to study the human cornea and other biomaterials are Ogden and Mooney Rivlin ones [11].

Ogden model postulates a dependence of the energy density function on the principal stretches  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  as [11]

$$\psi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{p=1}^N \frac{\mu_p}{\alpha_p} (\lambda_1^{\alpha_p} + \lambda_2^{\alpha_p} + \lambda_3^{\alpha_p} - 3), \quad (7)$$

where  $\mu_p, \alpha_p$  are constants of the model and  $N$  is the order of the model. It has been demonstrated that with  $N = 3$  (Og3) is possible to give a very good agreement with experimental data of rubber and biomaterials [11].

Mooney Rivlin model is derived from Ogden, and is expressed in terms of the first two strain invariants  $I_1, I_2$

$$\psi(I_1, I_2) = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j + \sum_{k=1}^{N-1} \frac{1}{d_k} (J - 1)^{2k}. \quad (8)$$

Here  $d_k$  are Lagrange multipliers that guarantee incompressibility and  $C_{ij}$  are constants of the model. The model with five parameters (MR5,  $N = 2$ ) gives also very good agreement with experimental data

$$\psi(I_1, I_2) = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{02}(I_2 - 3)^2 + \frac{1}{d}(J - 1)^2. \quad (9)$$

In both models, in order to determine the value of the constants, it is necessary to fit an experimental stress - strain curve.

**Boundary conditions:** The ocular globe is constituted by the union of cornea and sclera. Both are connected by the limbus, which also has hyperelastic characteristics. It means that can sustain finite deformations. But for modeling cornea, it is possible to consider the limbus as a fixed ring. It is related with the fact that for the inflation tests performed to determine its mechanical properties, the cornea is fixed by a clamp that avoids any displacement of limbus [12].

Another approach is to consider the whole ocular globe, modeling the sclera also as a Mooney Rivlin hyperelastic material [13]. In this case the fixation of the ocular globe could be accomplished by a box of adipose tissue or by the muscles that control and attach the eye [14]. Corneal response will depend on the form of the boundary chosen.

Another important condition that partially determines corneal behavior is the action of IOP. This is normal pressure acting on the Endothelium, with a mean value (for healthy eyes) of 15 mmHg (2000 Pa).

## II.1. Selection of the mesh

The selection of an adequate mesh is necessary to guarantee the quality of the results in FEM modeling. In order to achieve it, is important to prepare a mesh with a large density of elements for obtaining exact results.

Unfortunately, an increment in the density of elements is accompanied by an increment in the computational requirements and in the time consumption for obtaining the solution of the model. It is necessary to find an intermediate solution that encompasses high precision and low computational demands. To achieve this result, we have optimized the corneal mesh varying two parameters: the number of element layers in the cross section of the cornea (radial direction) and the number of elements of the corneal principal meridians located in its anterior surface [4].

In both cases the control parameter to evaluate the results is the corneal optical power. To understand this it must be taken into account that the refracting power of cornea is its principal function.

The optimization procedure is as follows: Keeping a constant number of elements in each surface, the optical power is calculated with the computational model of [15] for a cornea composed by different number of layers, starting by one, up to seven.

Once the number of layers is determined, it remains fixed. Then we change the number of elements in the principal meridians. Beginning with five elements in the meridian line from apex to limbus, we increased it up to 23, calculating the optical power for each value.

## II.2. Stress free configuration of cornea

To simulate the mechanical behavior of cornea, sometimes the experimental data used to calculate the constants of the model are measured *in vivo*, which means that the structure of the cornea is under the effect of stresses as the IOP, so it is deformed. This deformed configuration is not suitable for mechanical modeling, because when the model applies pressure the corneal structure will show a larger deformation, different from the real one [4].

An approach used to solve this problem is to calculate the stress free configuration, *i. e.* the form that the cornea would show if the IOP is removed [3,4]. It consists in an iterative procedure where normal IOP is applied to the measured deformed configuration  $X_0$  and the resulting deformation is subtracted from  $X_0$  to obtain the first approximation  $X_1$  to the stress free form. This is submitted again to IOP and the resulting configuration is subtracted from  $X_1$ . This difference is subtracted from  $X_0$  to obtain  $X_2$ . This process continues until it converges to a stress free form that after submitted to IOP gives the original configuration  $X_0$  or a configuration that differs from the real one an amount impossible to detect by the human optical system [4].

## III. RESULTS AND DISCUSSION

### III.1. Selection of the mechanical model

Using the stress – strain curves of [5] in order to determine the parameters of the two material models to be tested, it is possible to reproduce numerically the outcome of an inflation test. The fitting procedure to calculate the parameters is implemented in ANSYS.

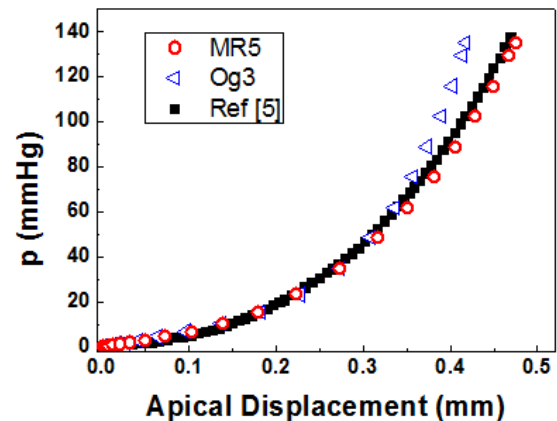


Figure 1. (color online) Deformation response of a human cornea, comparing the prediction of the two models (MR5, red circles, Og3, blue triangles) with the experiments of [5] (full black squares).

Fig. 1 shows the response of the modeled cornea using MR5 and Og3 as compared with experimental results [5].

The abscissa is the apical displacement, defined as the total displacement of the apical point of anterior surface of cornea, and the ordinate is the pressure applied to it. The range shown goes far beyond the physiologically attainable pressures, but is good to make the test. The experimental data [5] was obtained from an *in vitro* inflation experiment; that is how the large range of pressures was obtained. In experimental *in vivo* studies values between 10 and 30 mmHg has been found [16].

From this figure it is possible to see that MR5 reproduces better the experimental data, when pressures from 0 to 140 mmHg are considered. It also occurs in the physiologically important range from 10 to 40 mmHg. To check this, the distance between our calculations and [5] data was determined using the  $L^2$  norm. The results confirm the visual appreciation: in the whole range of pressures  $L^2[Exp - Og3] \approx 7L^2[Exp - MR5]$ . If we restrict calculations to pressures below 40 mmHg, results are closer, but again  $L^2[Exp - Og3] > L^2[Exp - MR5]$ . We are interested in a model that describes the deformation response of human cornea at any pressure so, in what follows, MR5 will be used.

### III.2. Formulation of the Finite Element model

In Fig. 2 the relative variation of the refractive power with the number of layers in the cross section of cornea is shown.

A fast decrement of the error is observed, and then the value stabilizes in the interval from three to five layers (around

$7 \cdot 10^{-5}$ ). So, in spite of the ulterior decrement of error, three layers are enough for achieving a good precision in the value of refractive power.

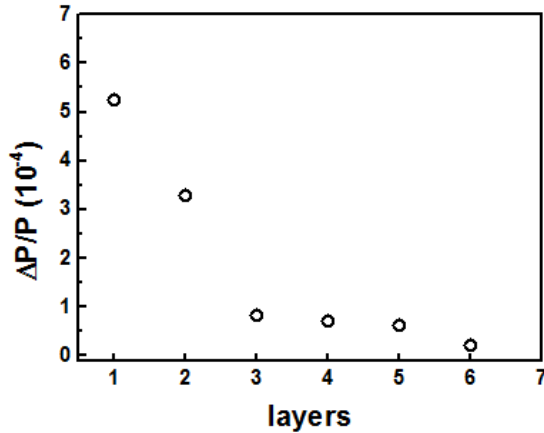


Figure 2. Relative variation of the corneal power with the increase of the number of layers in the cross section.

Similar behavior is obtained in the analysis of the dependence of the relative error of pressure with the number of elements in the half meridians, Fig. 3.

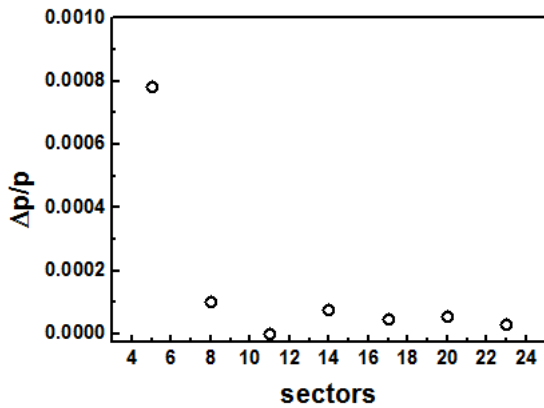


Figure 3. Relative variation of the corneal power with the increase of the number of sectors in the meridians.

When the number of elements changes from five to eight, the error diminishes one order of magnitude; ulterior changes (up to 23) provoke small reductions. At 11 layers the relative change of pressure reaches its minimum and this is the number of sectors selected.

Once determined the mesh, the stress free configuration was obtained.

The calculations for determining the stress free configuration included seven iterations. After each iteration, the refractive power of cornea was determined using the curvature of both surfaces [15].

Fig. 4 (a) shows the dependence of the power  $P$  in diopters with the iteration number.

It is easy to observe that after four iterations the corneal configuration is almost equal to the reference value of the corneal form ( $X_0$ , red horizontal line), according to

its refractive power. The convergence of the power to the reference value seems to be exponential.

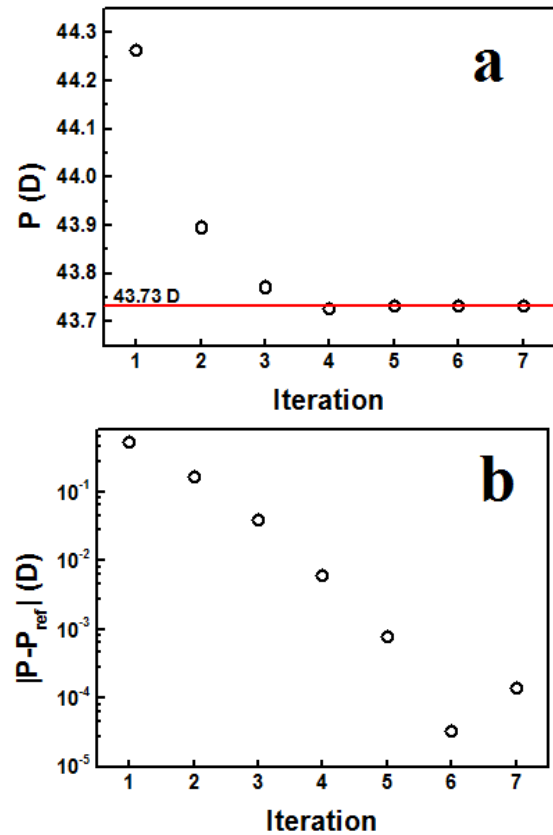


Figure 4. (color online) Variation with the iteration number of (a) the refractive power of cornea and (b) the absolute variation of the refractive power when compared with the reference value of 43.73 D (red horizontal line in (a)). To better appreciate the whole curve a semilog graph is used in (b).

In Fig. 4 (b) the absolute value of the difference between the corneal power in a given iteration and the reference value is plotted against the iteration number in norm – log form. The exponential form of the dependence is clearly observed. After four iterations the difference is around 0.006 D, impossible to detect in a real human eye. So, four iterations seem to be an adequate number to obtain a corneal stressed form close to the real one.

Though these results converge slower than those of [4], the obtained stressed configuration is good enough to follow the preparation of the model.

We finally made the choice between the two boundary conditions. The selection mechanism consists in calculate the response of the two models (with the characteristics determined above) to increases in the values of applied pressure.

The cornea used in the calculations is shown in Fig. 5, where a normal pressure has been applied.

Maximum displacement is obtained in the central part of cornea, while in limbus the displacement is zero, due to the fixed boundary.

The consequence is the increment in the curvature

(diminishment of radius of curvature) which, of course, influences the refractive power of cornea.

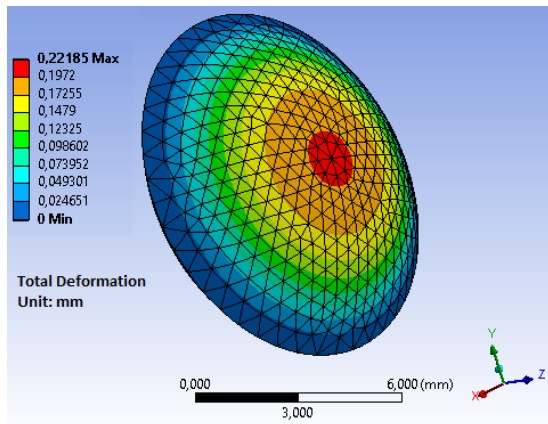


Figure 5. Total displacement of cornea used in the calculations, with normal pressure applied. The effect of the boundary condition provokes a zero displacement in limbus.

The second boundary condition is the partial ocular globe shown in Fig. 6.

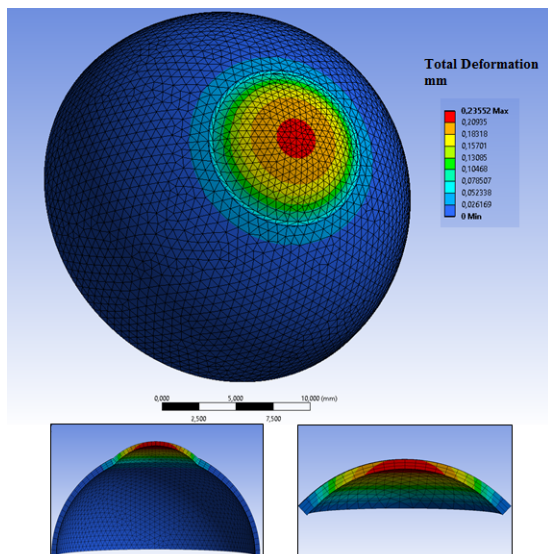


Figure 6. Total displacement of the partial ocular globe, with normal pressure applied. Two sections are shown to better appreciate the displacement distribution.

Differently from Fig. 5, in this case both limbus and sclera suffer certain displacement, which absorb part of the deformation and so, cornea has a different cross section. The overall distribution is better appreciated in the two sections shown in the inferior part of Fig. 6.

The differences in both situations would be reflected in different optical and mechanical behavior when we compare the two systems. The magnitudes selected for investigating these differences are the refractive power of the cornea and the apical displacement.

Figure 7 shows the result obtained for both magnitudes with variations of the IOP from 10 to 40 mmHg.

In figure 7(a) the changes in refractive power show great differences between both models. While cornea alone

increases appreciably its power – from 43 to 45 D – due mainly to the increase of its curvature, the cornea attached to part of the ocular globe shows a slight decrement.

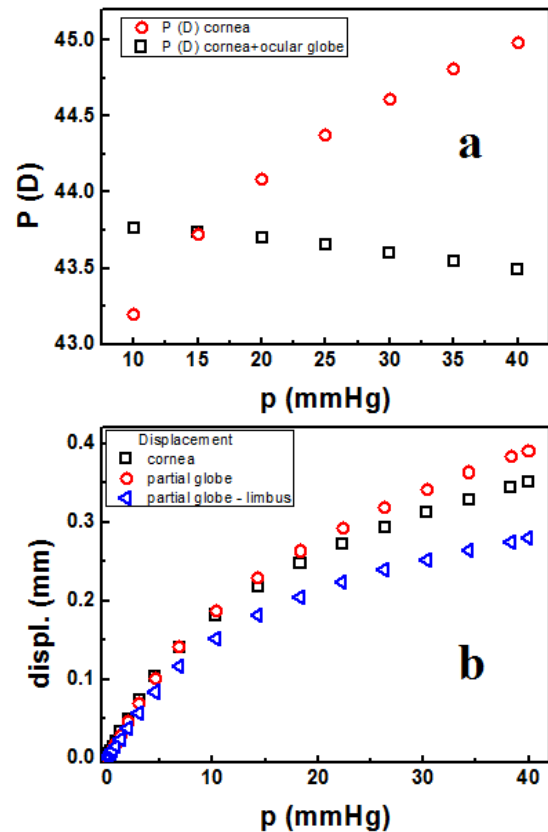


Figure 7. (color online) Effect of IOP on the response of the two corneal models considering (a) refractive power of cornea and (b) the apical displacement. In (b) blue triangles correspond to the displacement of cornea relative to limbus.

This is associated with the redistribution of loads to sclera, which keeps the curvature almost constant. It is easy to see that both systems have the same power at 15 mmHg; this is the reference configuration for both of them.

To understand these results we plot the apical rise vs. IOP in Fig. 7(b). Surprisingly, the apical rise is larger for the partial globe, while for the cornea this rise is smaller. This is counterintuitive if we consider Fig. 7(a) and the idea that the ocular globe is more stable than cornea.

In order to understand this apparent contradiction, we plotted also the apical displacement of cornea relative to limbus (blue triangles in Fig. 7(b)). Now the displacement is smaller, indicating smaller deformation of cornea.

The reason is that in the ocular globe the deformations are transmitted to sclera and limbus, which absorb part of the load as a lateral displacement, leading to lower apical rise and smaller changes of corneal radiuses. Results of Fig. 7 are consistent with the optical stability of human eye in the interval of physiological pressures.

Anyway, we found a nonzero displacement of cornea in the partial globe, but no change in its refractive power. This indicates that only the apical displacement is not indication



of the change in refractive power, being the change of the entire cornea what determines its optical performance. This suggests that for determining the biomechanical constants of cornea, apical rise would give incomplete information. This will be analyzed in future work.

#### IV. CONCLUSIONS

The biomechanical model of a human cornea consists of a Mooney Rivlin 5 hyperelastic energy density function, the parameters of which are easily determined from experiments, inflation tests for instance. The geometry is composed by cornea, limbus ring and part of sclera, which gives more stability in the corneal response to variations of IOP, and other external influences, making the model response closer to the one expected from a real eye. The mesh used consists of three layers with 11 elements in each half meridian, giving a total of 2 196 elements for cornea and 15 276 for cornea plus part of sclera. In the second case, the number of elements pertaining to cornea is the same as in the first case (2 196).

This model will be applied in the simulation of a LASIK corrective surgery, using parameters obtained from inflation tests performed by us.

#### V. ACKNOWLEDGEMENTS

Authors thank Prof. David Fernández-Rivas (University of Twente) for his support with the calculations. We also thank Taimí Cárdenas Díaz (MD, PhD) and Iván Hernández López (MD, MSc) (Cuban Institute of Ophthalmology) for useful discussions and suggestions during the preparation and development of the research.

#### REFERENCES

- [1] I. Simoni and A. Pandolfi, PLoS ONE **10**(6), e0130426 (2015).
- [2] I. Seven, A. S. Roy and W. Dupps, J. Cataract. Ref. Surg. **40**, 943 (2014).
- [3] A. Pandolfi and G. A. Holzapfel, J. Biomech. Eng. **130**, 061006 (2008).
- [4] A. Elsheikh et al., Med. Eng. Phys. **35**, 211 (2013).
- [5] A. Elsheikh et al., Current Eye Res. **32**, 11 (2007).
- [6] J. Dias et al., Exp. Eye Res. **138**, 1 (2015).
- [7] T. Mohammad Nejad, C. D. Foster and D. Gongal, Arq. Bras. Oftalmol. **77**, 60 (2014).
- [8] R. Grytz and G. Meschke, Biomech. Model Mechanobiol. **9**, 225 (2010).
- [9] D. S. Schultz et al., Investig. Ophthalmol. Vis. Sci. **49**, 4232 (2008).
- [10] R. M. Torres, J. Merayo-LlLoves, M. A. Jaramillo and V. Galvis, Arch. Soc. Esp. Oftalmol. **80**, 215 (2005).
- [11] G. A. Holzapfel, Non-linear solid mechanics: a continuum approach for engineering. (John Wiley & Sons, New York, USA, 2000).
- [12] K. Anderson, A. El-Sheikh and T. Newson, J. R. Soc. Interface **1**, 3 (2004).
- [13] A. Elsheikh et al., Exp. Eye Res. **90**, 624 (2011).
- [14] I. Sigal, J. G. Flanagan and C. R. Ethier, Investig. Ophthalmol. Vis. Sci. **46**, 4189 (2005).
- [15] C. Muñoz-Villaescusa, O. Núñez-Chongo and A. J. Batista-Leyva, Rev. Cubana Fis. **31**, 35 (2014).
- [16] H. H. Cagatay et al., The Scientific World Journal **2014**, 11 (2014).

---

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.





# PRELIMINARY EXPERIMENTS DEMONSTRATING A CONTROLLABLE GRANULAR DEMON

## EXPERIMENTOS PRELIMINARES QUE DEMUESTRAN UN DEMONIO GRANULAR CONTROLABLE

F. CORRALES<sup>a</sup>, Y. NAHMAD<sup>b</sup>, E. ALTSHULER<sup>a†</sup>

a) Group of Complex Systems and Statistical Physics, University of Havana, 10400 La Habana, Cuba; ealtshuler@fisica.uh.cu<sup>†</sup>

b) Instituto de Física, Zona Universitaria San Luis Potosí, SLP 78290, México.

† corresponding author

Recibido 1/5/2018; Aceptado 13/6/2018

In this paper, we design a system of two symmetrical containers communicated by an aperture, in which a granular gas of glass spheres is created by shaking laterally the whole system in a planetary mill. If the aperture consists in a symmetrical hole, the two halves end up with the same number of grains after some time when initially all particles are into in one of the containers. However, when a funnel-like aperture is used, a robust symmetry breaking is induced: if all the grains are originally deposited in the container facing the wide side 95 % of the grains pass to the opposite side in a relatively small time.

En este trabajo, diseñamos un sistema de dos contenedores simétricos comunicados por una apertura, en el que se crea un gas granular de esferas de vidrio agitando lateralmente todo el sistema en un molino planetario. Si la apertura consiste en un agujero simétrico, las dos mitades terminan con el mismo número de granos después de un tiempo, si inicialmente todas las partículas están dentro de uno de los contenedores. Sin embargo, cuando se usa una abertura en forma de embudo, se induce una ruptura de simetría robusta: si todos los granos están originalmente depositados en el recipiente que mira hacia el lado ancho, 95 % de los granos pasan al lado opuesto en un tiempo relativamente pequeño.

PACS: Maxwell-like demon (Demonio tipo Maxwell), 36.40.Ei; granular gases (gases granulares), 45.70.-n; mechanical vibrations (vibraciones mecánicas), 46.40.-f; symmetry breaking (ruptura de simetría), 11.30.Qc

### I. INTRODUCTION

Granular matter in motion is known to display many unexpected behaviors: “Brazil-nuts” effects [1] and wave patterns [2] in vibrated grains; ticking sand in hourglasses [3], avalanches and uphill solitary waves in granular flows [4, 5], “revolving rivers” in conical sandpiles [6], gravity-independent penetration of intruders in granular beds [7] and many others [8].

We concentrate here on one of the most puzzling granular phenomena: dense versus dilute phase separation into indistinguishable and equivalent communicated compartments, spontaneously occurs in vibrated granular systems.

It was first observed by Schlichting and Nordmeier in 1996 [9] and then approached experimentally or theoretically by others [10–15]. Such effects have been generically called *granular Maxwell demons*. One of their common features is the *spontaneity* of the specific direction of the symmetry breaking; the formation of the cluster takes place randomly either in the left or in the right containers.

It is worth mentioning that symmetry breaking phenomena in granular matter is not exclusive of the so-called “Maxwell demons”. For example, in quasi two-dimensional granular systems subjected to vertical vibrations, a phase transition

from a crystalline array of particles to a granular gas is observed [16].

In granular demons, the symmetry breaking is believed to occur due to the dissipative collisions between grains. Thanks to that, if a set of colliding particles locally decreases the gas “temperature” (*i.e.*, the average kinetic energy of the particles), new grains collide with those and cool down, resulting in the amplification of the fluctuation: a large cluster (or clusters) [14, 17] can be eventually formed into one of the connected containers, then breaking the symmetry.

The grains thus act as Maxwell’s demon, who preferentially lets particles pass from left to right or vice versa. As a result, a more ordered state is formed in which most particles are on one side. The demon must then absorb entropy, a role which in our system is assumed by the sand grains. Still another interpretation would be that of a dissipative structure, which in the stationary state is maintained by a flux of entropy.

In this paper, we offer an alternative of the classical granular Maxwell-demon: by using a funnel-like geometry of the aperture between the two spaces containing a granular gas, we promote a symmetry breaking in their densities even under the same experimental conditions where it does not arise using a conventional, symmetric aperture. Moreover, we are able to control in what direction the symmetry will be broken.

## II. MATERIALS AND METHODS

Our experimental setup consists in a cubic container of 10 cm-side divided into two equal volumes by a vertical wall along the diagonal direction as shown in Fig. 1(a). The two volumes are communicated by a funnel-like channel of 14 mm height, with large and small holes of diameters 21 and 4 mm, respectively, as shown in Fig. 1(c). Two cubical boxes like that are mounted into a planetary mill, describing the motion sketched in Fig. 1(b).

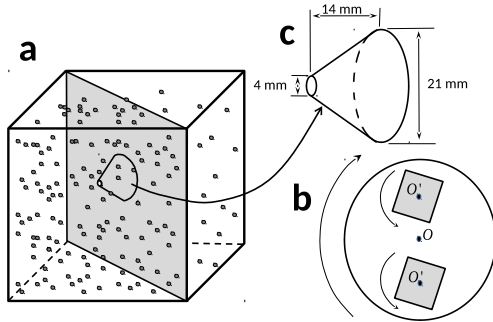


Figure 1. The experimental setup. (a) Glass cube split into two equal spaces using a funnel-like aperture. The small particles are 2 mm diameter glass beads. (b) Top view of the planetary shaker where two gas containers are simultaneously studied (The main platform revolves clockwise around the vertical axis  $O$  at 1 Hz, while each container revolves counterclockwise around  $O'$  at 0.75 Hz). The curved arrows indicate the rotational motion of the different parts of the device. (c) Details of the funnel-like channel.

As a result, the system experiences a strong agitation. In a typical experiment, 10000 glass beads (each one with a mass

of 0.01 g) are introduced into the volume corresponding to the wide side of the funnel aperture (Space 1 in Fig. 2). Due to the strong agitation, they behave like a granular gas. Fig. 2 shows snapshots taken from top, at different moments, where the total of 10000 grains initially occupied space 1.

In order to quantify in detail the temporal evolution of the particle distribution, we performed experiments where the planetary mill was turned off every few seconds after the beginning of the experiment, and the number of beads into the originally empty space was determined by weighting them. Then, the beads were put back and the agitation was re-started.

## III. RESULTS

The two upper curves in Fig. 3 show the temporal evolution of the number of glass beads in the half-container that was originally empty (each curve correspond to one of two identical boxed mounted on the planetary mill). As can be seen, nearly 95% of the beads have passed to the opposite space after 2000 seconds. The inset illustrates that, the time evolution approaches to  $N(t) = N_{tot}(1 - e^{-t/\tau})$ , where  $N_{tot}$  is the total amount of grains, and  $\tau$  is a constant fixed by the grain size, the wall aperture and the shaking parameters. The bottom curves correspond to a similar experiment, except for the fact that the 10000 beads have been originally situated in the container facing the small aperture of the funnel. As can be seen, only 5% of the beads have managed to pass to the opposite space, in good agreement with the previous experiment.

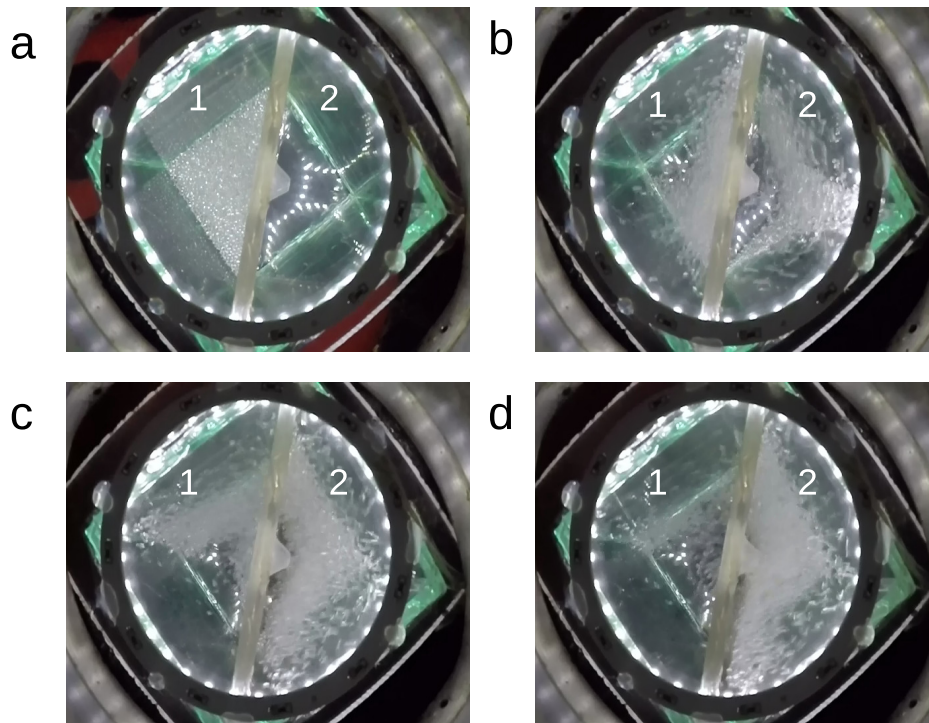


Figure 2. Directing a Maxwell-like granular demon. Snapshots taken from the top of one of the boxes at (a) before starting the experiment, and (b) 200, (c) 500 and (d) 3000 seconds after the beginning of the experiment, which started with a total of 10000 beads into semi-space 1. The bright spots are spurious reflections associated to the light emitting diodes used to illuminate the photographs.

Finally, the pair of curves shown in the middle of the graph correspond to an aperture consisting in a simple hole of 4 mm diameter. At the beginning of the experiment, the 10000 beads were deposited on one of the halves. After 6500 seconds (not shown in the graph of Fig. 3), the two half-spaces contain 50 % of the beads: the symmetry has not been broken. It is worth noting that, if this experiment is started with 50 % of the

beads into each half –i.e., the common practice in analogous experiments [9]– the final proportions are maintained, within small fluctuations. Moreover, the symmetry is not broken even for smaller agitation strengths, a somewhat unexpected result in the light of Egger’s model [10]. However, in view of the fact that our agitation is perpendicular to gravity, our output not necessarily contradicts Eggers ideas.

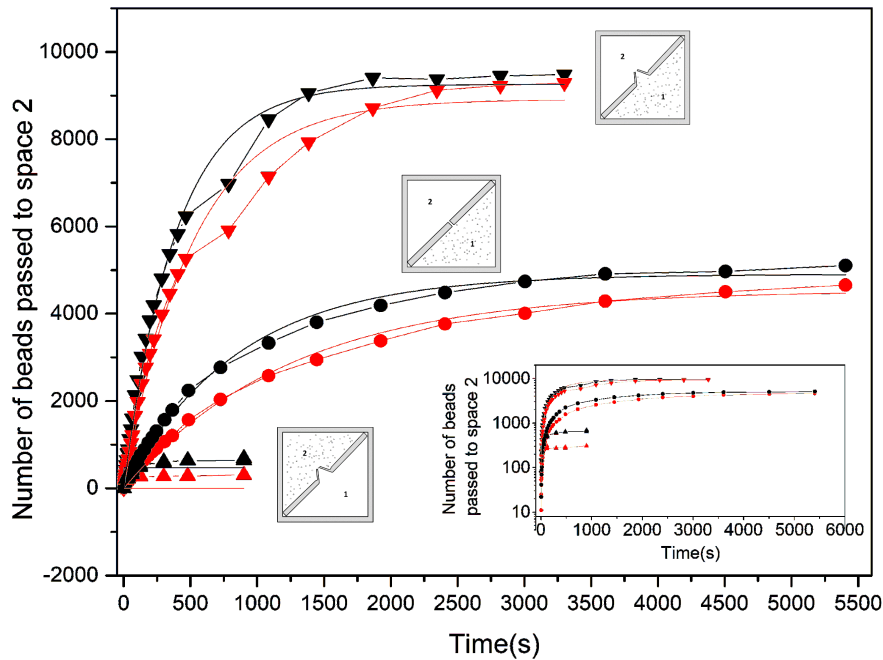


Figure 3. Time evolution of the number of particles passing to the opposite half-space for three different types of barriers. The curves correspond to the filling up of one half of the cube due to the passage of beads from the opposite side, that contained the 10 000 available beads at the beginning of the experiment. Every one of the three pairs of curves correspond to the initial conditions sketched near each of them. The pairs of curves for all cases are the results of two repetitions of each type of experiment. (Notice that the experimental situation illustrated in Fig. 2 is that corresponding to the two upper curves here). The inset shows the same curves, in semi-log scale for a larger time scale. The continuous lines represent a fit using an exponential law (see text).

#### IV. CONCLUSION

With the introduction of the funnel-like aperture we have “catalyzed” the Maxwell-like demon effect in a system where it does not appear using a symmetric connection between containers. We produce the effect even when the system starts from the opposite symmetry –i.e., the container initially full is emptied to fill up the opposite one. Our system is quite different from usual experiments, in the sense that the symmetry breaking action is triggered by a “selective” element (the funnel-like aperture), instead of depending on the random formation of clusters in *any* of the two symmetrical containers. The funnel also increases the evolution speed of the system: while the symmetry is reversed within 2000 seconds, the substitution of the funnel by a symmetrical hole takes more than twice as much time to reach the symmetric state (see Fig. 3, top and middle curves, respectively). Even when our aperture is very small compared to the separating wall (its area is just a 3 % of the total wall area), the presence of the funnel introduces a “ratchet effect” capable of changing the overall dynamics of

the granular system in a relatively small time. In fact, related effects have been observed at a microscopic scale in silicon membranes with asymmetric pores, when acting as “massive parallel brownian ratchets” [18], and in millimetric disks, as they diffuse through a membrane made of asymmetric pores [19].

#### V. ACKNOWLEDGEMENTS

We appreciate the valuable comments and suggestions of two anonymous referees.

#### REFERENCES

- [1] J.B. Knight, H.M. Jaeger, S.R. Nagel, Phys. Rev. Lett. **70**, 3728 (1993).
- [2] F. Melo, P. Umbanhowar, H.L. Swinney, Phys. Rev. Lett. **72**, 172 (1994).
- [3] T. Le Pennec, K.J. Måløy, A. Hansen, M. Ammi, D. Bideau, X.I. Wu, Phys. Rev. E. **53**, 2257 (1996).

- [4] E. Altshuler, R. Toussaint, E. Martínez, O. Sotolongo-Costa, J. Schmittbuhl, K. Maloy, *Phys. Rev. E* **77**, 031305 (2008).
- [5] E. Martínez, C. Pérez-Penichet, O. Sotolongo-Costa, O. Ramos O, K. Maloy, S. Douady, *et al.*, *Phys. Rev. E* **75**, 031303 (2007).
- [6] E. Altshuler, O. Ramos, E. Martínez, A. Batista-Leyva, A. Rivera, K. Bassler, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 014501 (2003).
- [7] E. Altshuler, H. Torres, A. González-Pita, G. Sánchez-Colina, C. Pérez-Penichet, S. Waitukaitis, *et al.*, *Geophys. Res. Lett.* **41**, 3032 (2014).
- [8] L.P. Kadanoff, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 435 (1999).
- [9] H.J. Schlichting, V.H. Nordmeier, *Math. Naturwiss. Unterr.* **49**, 323 (1996).
- [10] J. Eggers, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5322 (1999).
- [11] J.J. Brey, F. Moreno, R. García-Rojo, M. Ruiz-Montero, *Phys. Rev. E* **65**, 011305 (2001).
- [12] K. van der Weele, D. van der Meer, M. Versluis, D. Lohse, *Europhys. Lett.* **53**, 328 (2001).
- [13] P. Jean, H. Bellenger, P. Burban, L. Ponson, P. Evesque, *Poudres and Grains*, **13**, 27 (2002).
- [14] N. Isert, C.C. Maaß, C.M. Aegerter, *Eur. Phys. J. E: Soft Matt. Biol. Phys.* **28**, 205 (2009).
- [15] E. Opsomer, M. Noirhomme, N. Vandewalle, F. Ludewig, *Phys. Rev. E* **88**, 012202 (2013).
- [16] F. Pacheco-Vázquez, G.A. Caballero-Robledo, J.C. Ruiz-Suárez, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 170601 (2009).
- [17] É. Falcon, R. Wunenburger, P. Évesque, S. Fauve, C. Chabot, Y. Garrabos, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 440 (1999).
- [18] S. Matthias, F. Müller, *Nature* **424**, 53 (2003).
- [19] R.S. Shaw, N. Packard, M. Schröter, H.L. Swinney, *PNAS* **104**, 9580 (2007).

---

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.





# CUATRO DÉCADAS DE INVESTIGACIONES EN ÓPTICA EN LA CUJAE

## FOUR DECADES OF OPTICS RESEARCH AT CUJAE

M. GONZÁLEZ<sup>a†</sup>, L. RUQUÉ<sup>a</sup>

Departamento de Física, Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría” (Cujae), Cuba; mgonzalezp@automatica.cujae.edu.cu<sup>†</sup>

<sup>†</sup> autor para la correspondencia

Recibido 9/5/2018; Aceptado 29/5/2018

Desde la década de 1970, la Cujae ha sido una institución pionera en las investigaciones en óptica en Cuba. Varios departamentos y facultades de esta universidad han desarrollado proyectos de investigación en esa rama. Muchos de sus integrantes han sido o son miembros de la Sociedad Cubana de Física, la cual celebra este año su 40 aniversario. En el marco de esta celebración se presentan los principales resultados obtenidos en la Cujae en el campo de la óptica.

Since the 70's decade, Cujae has been a pioneer institution in the field of optics research in Cuba. Some faculties and departments of this university have developed research projects on the field. Many of its affiliates are former or current members of the Cuban Physics Society, which is celebrating its 40th anniversary this year. In this scenario, the main achievements of Cujae in the optics field are presented.

PACS: History of Science (Historia de la ciencia), 01.65.+g; optics (óptica), 42; physics education (educación en física), 01.40.-d.e

### I. INTRODUCCIÓN

En los inicios del Instituto Superior Politécnico “José Antonio Echeverría” (ISPJAE), actual Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría” (Cujae), las investigaciones en el campo de la física se enfocaron al desarrollo de la microelectrónica y luego a la óptica.

El antiguo Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad también comenzó a participar en actividades de investigación. Se formaron grupos para el trabajo con microelectrónica, holografía y láser.

El Departamento de Física de la Cujae ha sido el centro de referencia nacional en la enseñanza de la Física a los ingenieros. Algunos de sus miembros estaban vinculados al campo de la microelectrónica en el Centro de Investigaciones en Microelectrónica (CIME). Sin embargo, los principales resultados científicos se obtuvieron en el campo de la óptica [1].

Otras facultades y departamentos han sido exponentes de las investigaciones en óptica. Entre los principales se encuentran las Facultades de Ingeniería Eléctrica, Mecánica, Automática y Biomédica, y la Cátedra Científica de Ciencias para la Vida.

En artículos anteriores se ha abordado el tema del desarrollo de las investigaciones en óptica en Cuba (ver [2]), donde se ha señalado a la Cujae como uno de sus principales exponentes. Sin embargo, no se ha realizado una descripción detallada de sus resultados en esta materia, especialmente en el período del actual siglo.

En el presente artículo, se presenta un resumen de las principales investigaciones dentro de la Cujae en el campo de la óptica.

### II. LOS INICIOS CON EL GRUPO DE ÓPTICA

En 1975 se creó el Grupo de Óptica con el propósito de construir un láser de colorante empleando rodamina 6G. El mismo perteneció al Departamento de Física de la Cujae, pionero en las investigaciones en óptica en Cuba. Esta fue una gran experiencia para los trabajos de diseño y construcción de láseres en la década posterior, a pesar de que este láser no logró fabricarse completamente [2].

El trabajo en el campo de la óptica en la Cujae se afianzó mucho más en los años ochenta del siglo XX [1]. A propuesta de Ángel Augier, en 1983 se crea la Unidad de Ciencia y Técnica (UCT) “Óptica Coherente” dentro de la antigua Facultad de Ingeniería Electrónica de la Cujae.

Se abordaron varias líneas de trabajo: el diseño y construcción de láseres y la holografía, con el apoyo de láseres de helio neón (He-Ne) y placas fotográficas Agfa Gevaert donadas por Canadá, así como las técnicas de *speckle* o moteado. En el área de comunicación óptica se emplearon diodos emisores de luz infrarroja para crear un canal de comunicación entre las oficinas centrales de la Academia de Ciencias de Cuba, en el edificio del Capitolio, y otras instituciones de la Academia [1,2].

El Grupo de Óptica logró la aprobación de una patente sobre un equipo para la determinación de velocidades mediante *speckle*-interferometría electrónica [3].

### III. GRUPO DE HOLOGRAFÍA

El Grupo de Holografía del Departamento de Física, con el apoyo del Consejo Nacional de Patrimonio Cultural, comenzó a desarrollar en 1985 un proyecto para la aplicación



de la holografía con fines artísticos e históricos. La dirección corrió a cargo de Beatriz Moreno y Rolando Serra.

La primera etapa consistió en crear un laboratorio holográfico en el Museo Nacional de Bellas Artes, que fue el primero de su tipo en Iberoamérica y permitió la realización de trabajos de holografía artística.

En este empeño, el Grupo de Holografía inició los trabajos de implementación en Cuba de esta técnica, realizando durante varios años todo el trabajo experimental requerido de puesta a punto de la técnica y las instalaciones en los laboratorios del departamento. El primer resultado fue la obtención de hologramas de reliquias del General Antonio Maceo que integran la exposición holográfica de la Plaza Antonio Maceo de Santiago de Cuba.

Posteriormente, se continuó la generalización de la aplicación de la holografía a la museología, con la realización de varias exposiciones holográficas que se encuentran en importantes museos del país. Entre las piezas importantes holografiadas se encuentra la medalla correspondiente al Premio Nobel de Literatura otorgado a Ernest Hemingway (Fig. 1), el revólver y objetos personales del Héroe Nacional José Martí y el machete perteneciente al Mayor General Antonio Maceo [2,4].

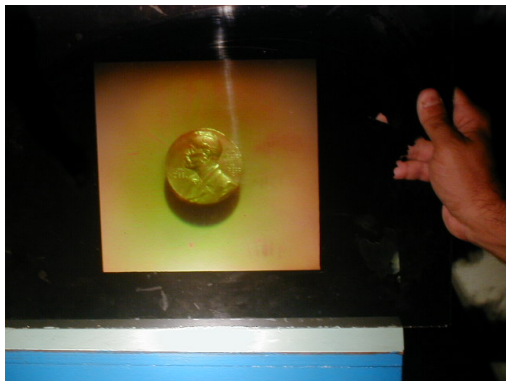


Figura 1. Holograma de la medalla del Premio Nobel de Ernest Hemingway.

Se logró la aprobación de tres patentes: sobre un procedimiento para el procesamiento de hologramas de reflexión en emulsión Agfa Gevaert 8E75 HD, un sistema para la producción de hologramas de imagen enfocada y otro para la producción de hologramas de arcoiris [5-7].

A partir del 1985 y a solicitud de investigadores del departamento de Metrología de la Facultad de Ingeniería Mecánica, el Grupo de Holografía inicia la introducción y la instrumentación de técnicas de Moiré para la solución de diferentes problemas ingenieriles presentes dentro de la metrología de superficies. Bajo la dirección de Beatriz Moreno, se comienza la instrumentación del Moiré de sombra y las franjas proyectadas para el estudio del desgaste de piezas mecánicas.

La primera investigación del cuerpo humano utilizando el Moiré de sombra se realizó en la caracterización de la espalda y los miembros inferiores a un atleta de alto

rendimiento. Posteriormente se estudiaron pacientes del Hospital Hermanos Ameijeiras que padecían de escoliosis.

En el año 1988, se construye en la Cujae el primer bisturí láser de CO<sub>2</sub>. Se desarrollaron dos bisturíes láseres (BL1 y BL2) con una potencia de salida de 40 W. Se emplearon en cirugía general, necrectomías y otras intervenciones quirúrgicas en el Hospital "General Calixto García Íñiguez" de La Habana.

Posteriormente, se diseñaron y construyeron láseres de neodimio YAG en regímenes de generación libre y de sincronismo de modos, de rubí con generación libre de pulsos de 0.5 J y un conmutador pasivo de centros de color, que fue utilizado para realizar hologramas. Se construyó también una Instalación Tecnológica Láser de 400 W de potencia denominada "ITELA".

Los trabajos de fabricación de láseres fueron dirigidos por Luis Martí, quien recibió en 2012 la Orden Carlos J. Finlay de manera póstuma [1,2].

En la década de los noventa del siglo XX, el profesor Alfredo Moreno coordina con el Dr. Reinaldo Junco, ortopédico del Hospital Infantil "William Soler" de La Habana, la realización de una investigación sobre deformaciones de la espalda en adolescentes, utilizando la técnica de Moiré instrumentada. Esta investigación tuvo el fin de valorar su uso como técnica complementaria en el diagnóstico, seguimiento y estudio de enfermedades del sistema osteomuscular en grandes poblaciones. Se estudiaron 312 adolescentes de dos Escuelas Secundarias Básicas Urbanas con la colaboración de Dra. Rita Abreu. A finales de esta década se incorpora la técnica de la iluminación estructurada para el estudio del pie durante la marcha.

Adicionalmente, se realizó un montaje experimental de holografía digital con el que se obtuvieron hologramas para calcular el desplazamiento de objetos en condiciones de inmersión. La reconstrucción de las imágenes holográficas se realizó a través del cálculo de la integral de difracción de Fresnel-Kirchhoff [8]. Este trabajo fue realizado por José L. Valín, de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Cujae, en colaboración con la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad de Oriente (UO). Ambas universidades contaron con el apoyo de la Fundación para la Ciencia y la Tecnología del Ministerio de Ciencias y de Enseñanza Superior de Portugal.

Los colaboradores del Grupo de Holografía recibieron en 2010 por parte de la Academia de Ciencias de Cuba el Premio Nacional a los Resultados de la Investigación Científica por el trabajo "Contribución al Desarrollo de las Técnicas Ópticas Holográficas y de Moiré".

En 2011 se constituyó dentro de este grupo un proyecto de construcción de anaglifos, orientado a demostrar que esta técnica es una importante herramienta de apoyo en el proceso de enseñanza aprendizaje. El proyecto fue desarrollado por estudiantes de la carrera de Ingeniería Biomédica de la Cujae. Con la colaboración de estudiantes del Hospital "Salvador Allende", se logró acceder a la morgue y tomar fotografías a preparados anatómicos para utilizarlos en la fabricación de anaglifos para la descripción de los huesos del cráneo (Fig.

2), y que constituyeron los primeros desarrollados en Cuba para aplicaciones en la Ingeniería Biomédica.

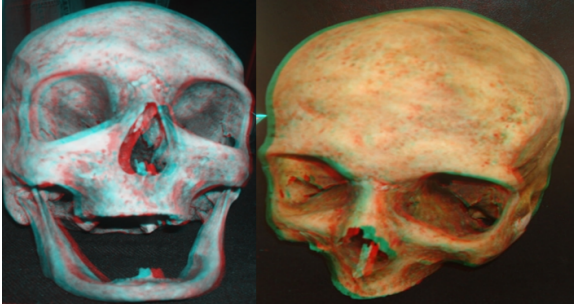


Figura 2. Anaglífos de preparados anatómicos correspondientes a dos cráneos utilizados para la docencia.

#### IV. GRUPO DE FÍSICA APLICADA

El Grupo de Física Aplicada se crea en 2012 y entre sus principales investigaciones están las dedicadas a la óptica. El proyecto de innovación tecnológica titulado “Desarrollo de técnicas de Holoimágenes y Ensayos Ópticos no Destructivos”, ha mantenido los objetivos del desaparecido Grupo de Holografía y propuso otros al adjuntarse luego al Grupo de Física Aplicada. Entre estos propósitos está desarrollar y construir pantallas y lentes holográficas de alta eficiencia de difracción para su utilización en las investigaciones sobre televisión holográfica y en estereoscopia para aplicaciones médicas. Además, se han desarrollado técnicas de *speckle* y Moiré para su utilización en ensayos no destructivos aplicados a la industria y la medicina; y dos sistemas de visión 3D, uno con la utilización de pantallas holográficas y otro auto-estereoscópico [9-11], ambos para aplicaciones médicas.

Este proyecto ha logrado la aprobación de una patente sobre un Sistema Holográfico Multi-estereoscópico para la Visualización de Imágenes Médicas [12]. El proyecto ha obtenido tres premios nacionales en los Foros de Ciencia y Técnica y en 2012 Rolando Serra recibió la Orden Carlos J. Finlay por sus investigaciones.

Enmarcado en el proyecto entre la Universidad de Campinas en Brasil y el Ministerio de Educación Superior, titulado “Desarrollo de técnicas ópticas para la caracterización y visualización tridimensional de dolencias neurológicas”, el grupo logró resultados del análisis de imágenes microscópicas de los patrones *speckle* dinámicos del axón de un calamar gigante activado mediante impulsos eléctricos. El objetivo fue combinar la técnica de *speckle* con procesamiento digital de imágenes para estudiar los efectos del potencial de acción en las propiedades ópticas de la membrana del axón. El montaje experimental para lograr los patrones *speckle* utilizó un láser He-Ne de 632 nm de longitud de onda y 6 mW de potencia [13].

Además, se desarrollaron investigaciones empleando patrones *speckle* durante la expansión del surfactante pulmonar y un análisis morfológico en el procesamiento óptico-digital de imágenes para el diagnóstico de la disquinesia ciliar [14].

#### V. CÁTEDRA CIENTÍFICA DE CIENCIAS PARA LA VIDA

La Cátedra Científica de Ciencias para la Vida es un proyecto perteneciente a la Facultad de Ingeniería Automática y Biomédica que tiene como temática las investigaciones con impacto local en la salud. A partir del año 2010, la Cátedra define una estrategia de desarrollo e innovación tecnológica en el área de la terapia con luz. Las investigaciones tuvieron como resultado la aplicación de la radiación láser y de luz no coherente de diferentes longitudes de onda, al impulsar el diseño e implementación de nuevos equipos donde se utilizaron láseres de baja potencia y diodos emisores de luz (leds) de alta eficiencia como elementos terapéuticos o activos.

Se desarrollaron varios modelos de equipos como parte de las tesis de grado de estudiantes de la carrera Ingeniería Biomédica. Estos equipos se utilizaron también en investigaciones y tesis de maestría en el área de salud del Centro Interdisciplinario de Salud del municipio de Marianao (Cinsa). Posteriormente, bajo la marca registrada BIOFIE, se desarrollaron prototipos para la investigación en humanos, animales y la agricultura, los cuales hoy forman parte de los productos de la universidad [15]. Las investigaciones estuvieron comandadas por Rubén Herrera, Rolando L. Serra y Nancy de la C. Enrich. Participaron estudiantes de Ingeniería Biomédica y se contó con el apoyo del técnico Eduardo Castaño, y el ingeniero Reinaldo Elosegui, del Departamento de Prototipos de la Cujae. Por el Instituto de Veterinaria “Villena Revolución” participó Milagros Morales.

La Cátedra, en coordinación con el Departamento de Prototipos y el Instituto de Sanidad Vegetal (Inisav) desarrolló el equipo BIOSEM (Fig. 3) de la marca BIOFIE, con aplicaciones en la agricultura para la irradiación de semillas y su mejora en cuanto a velocidad y porcentaje de germinación, calidad de la plántula y resistencia a la sequía. Por el Inisav participó la ingeniera Nivia Cueto. Este equipo permitió defender una Tesis de Grado [16] y una Tesis de Maestría en colaboración con la Universidad Agraria de La Habana.



Figura 3. Equipo BIOSEM para la irradiación de semillas.

Con los equipos de la marca BIOFIE se han realizado investigaciones relacionadas con el tratamiento del agua al ser irradiada con la luz de leds de diferentes longitudes de



onda del espectro visible e infrarrojo lejano. Se logró medir parámetros como la temperatura, pH y la conductividad. Estas investigaciones se llevaron a cabo en el Laboratorio de Bioquímica de la Facultad de Ingeniería Química de la Cujae y estuvieron dirigidas por el profesor Arcadio Sotolongo y Nancy de la C. Enrich.

Adicionalmente, en el Departamento de Bioingeniería (CEBIO) y bajo la dirección de Carlos A. Corcho en coordinación con la Cátedra, se desarrollaron otras versiones de estos equipos con ledes de alta eficiencia para ser utilizados en la salud humana y animal [13]. Estas versiones son el BE100, BE200, BE300, K50 mini y K200 (Fig. 4).

Los equipos BIOFIE para medicina veterinaria han sido probados con éxito en investigaciones clínicas en más de 200 animales en "Villena-Revolución", contando con avales de consejos científicos de medicina veterinaria a nivel de base y nacional. Sus resultados han sido presentados en diferentes eventos científicos nacionales e internacionales. Actualmente se utilizan en la Clínica Veterinaria José Luis Callejas en tratamientos oftalmológicos en perros y en el Aviario de Infanta para el tratamiento de enfermedades digestivas, logrando buenos resultados.



Figura 4. Equipos de la familia BIOFIE. De izquierda a derecha: BE200, BE300 y IKG K50 mini.

En el curso 2016-2017 la Cátedra desarrolló una nueva investigación en conjunto con el Inisav. Consistió en el desarrollo de una trampa con luz para el control de la mosca blanca. Contó con la participación de estudiantes de segundo año de Ingeniería Biomédica.

## VI. ACTIVIDADES DOCENTES

A petición del Departamento de Física y con el aporte del Grupo de Óptica, en 1979 se abrió una especialidad de posgrado en Holografía Láser. En el año 1995 se creó un programa de Maestría en Óptica, único en el país, del que se realizaron al menos dos ediciones [2].

En el año 2002 se diseñó y construyó una exposición didáctica de holografía en el Departamento de Física (Fig. 5), para ser utilizada en la enseñanza de pregrado y postgrado. Estuvo integrada fundamentalmente por hologramas subproducto de las investigaciones. El objetivo general fue lograr en el estudiante un conocimiento integral de la holografía y la metodología para su fabricación.

Esta exposición didáctica se incluyó en el diseño curricular de la disciplina Física en las diferentes carreras de la Cujae y se planificó en los horarios de clases. Esta actividad

se realizó durante siete cursos académicos, reportándose mediante encuestas y entrevistas a estudiantes y profesores un incremento considerable de la motivación y comprensión de temas de la física como la óptica y el láser. Se utilizó en la Maestría en Óptica y en exposiciones itinerantes en la comunidad [17].

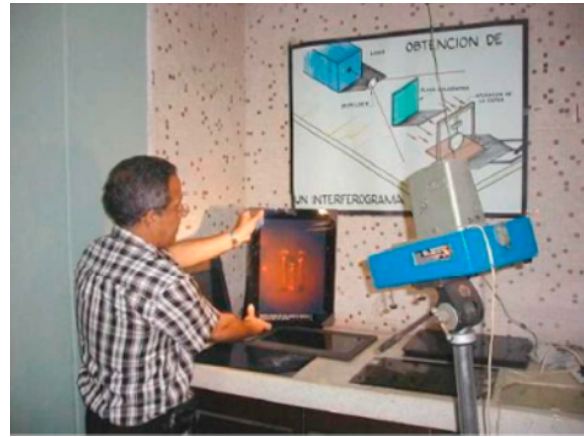


Figura 5. Sección de la exposición didáctica de holografía en el departamento de Física de la CUJAE.

A partir del año 2005, un colectivo de profesores del Departamento de Física de la Cujae, con el apoyo de especialistas del Centro de Aplicaciones Tecnológicas y Desarrollo Nuclear (Ceaden), la Agencia de Energía Nuclear y Tecnologías de Avanzada (Aenta) y el Instituto Superior de Tecnología y Ciencia Aplicada (Instec), organizó e impartió un diplomado en Optoelectrónica y Láser. El claustro de la Cujae estuvo integrado por German Muñiz, Alfredo Moreno, Hilario Falcón, Juan Llovera, Adriana Mavilio y Margarita Fernández. Una parte de los cursos impartidos se integraron al programa de Maestría en Óptica.

De este programa egresaron 175 ingenieros entre los años 2005 y 2007. Bajo la dirección de los profesores, tuvieron la responsabilidad del montaje, puesta en marcha, mantenimiento y reparación de los equipos instalados en los centros oftalmológicos creados en Cuba y en el extranjero. Además, se llevó a cabo la evaluación de los sistemas para su uso en condiciones tropicales, se preparó una monografía sobre equipos oftalmológicos y se diseñó e impartió un curso de postgrado a 1200 médicos oftalmólogos. Por su excelente preparación técnica y profesional, muchos de estos especialistas recibieron la certificación de las firmas fabricantes para instalar, mantener y reparar los láseres excimeros de cirugía refractiva [1].

Para el mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura Física dentro de la carrera de Ingeniería Biomédica se impartieron conferencias sobre holografía e imágenes tridimensionales en los primeros dos años de la carrera. Además, se desarrollaron instalaciones experimentales y metodologías para la construcción de hologramas y anaglifos por los estudiantes para aplicaciones ingenieriles [18].

Para la obtención de hologramas se construyó una instalación experimental consistente en una caja cerrada que evita la entrada de la luz desde el exterior, con un sistema de

aislamiento de vibraciones y dos conductos para manipular el sistema experimental en su interior en un ambiente iluminado. El esquema de registro holográfico utilizado fue el reconocido como "de Denisiuk". Se obtuvieron hologramas de objetos de diferente forma y profundidad.

Estos proyectos de aplicación de la óptica en carreras de ingeniería permitieron la realización de varios Trabajos de Diploma y Tesis de Doctorado [19-23].

Se elaboró un proyecto comunitario de extensión universitaria titulado "Exposiciones holográficas en la comunidad como contribución al conocimiento del patrimonio cultural cubano y a la formación de una cultura general integral masiva". Se ha materializado en varias escuelas de la capital y en diferentes comunidades [4]. El proyecto está conformado por los profesores Rolando Serra, Alfredo Moreno, Gilda Vega e Ivette Alfonso.

Entre los años 2013 y 2015 se impartió la asignatura optativa "Láser en Medicina" en la carrera Ingeniería Biomédica y en el año 2016 como un módulo de la Maestría en Bioingeniería del CEBIO. Se emplearon tecnologías fabricadas en la Cujae, basadas en diodos láser y ledes de alto brillo para la experimentación en los laboratorios y proyectos finales. La misma fue impartida por el profesor Carlos A. Corcho.

## VII. CONCLUSIONES

Se mostró un resumen de los resultados logrados por las investigaciones en óptica en la Cujae. Se aprecia un importante avance de los proyectos dirigidos al desarrollo de este campo en la década de los ochenta del siglo XX.

En el presente siglo, varias facultades de la Cujae han desarrollado investigaciones en óptica con resultados apreciables y un saldo significativo de publicaciones científicas y tesis de grado a diferentes niveles. Se ha contribuido al interés por la Física en carreras de ingeniería a través de diferentes actividades docentes e investigativas con participación activa de los estudiantes.

A pesar del alto costo económico que implica la adquisición de materiales e instrumentos para este tipo de tecnología y a la no adecuada remuneración de los investigadores de la universidad, se ha mantenido el interés por llevar a cabo proyectos que contribuyen al desarrollo de la óptica.

La Cujae, mediante diferentes programas de pregrado y postgrado, ha contribuido en gran medida a la formación de recursos humanos en el campo de la óptica.

Los autores se disculpan por la omisión involuntaria de alguna persona o grupo que se pueda incluir en este trabajo.

## VIII. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a los profesores Alfredo Moreno, Juan J. Llovera, Rubén Herrera, Rolando Serra y Arcadio Sotolongo por su aporte a este trabajo.

## REFERENCIAS

- [1] A. Baracca, V. L. Fajer y C. Rodríguez, A comprehensive study of the development of Physics in Cuba from 1959, The History of Physics in Cuba, (Springer, Dordrecht, Germany, 2014), 115-234.
- [2] V. L. Fajer y M. Sánchez, Rev. Cubana Fis. **32**, 115 (2015).
- [3] L. Martí y R. Serra, Equipo para la determinación de velocidades incluyendo su dirección y sentido mediante *speckle* interferometría electrónica, (Cuba, 1988).
- [4] R. Serra, A. Moreno, G. Vega, I. Alfonso, D. S. Magalhães y M. Muramatsu, Rev. Bras. Ensino Fís, **36**, (2014).
- [5] R. Serra, R. González, A. Moreno, M. Garí y A. Alejo, Procedimiento para el procesamiento de hologramas de reflexión en emulsión AGFA GEVAERT 8E75 HD, (Cuba, 1999).
- [6] R. Serra y R. González, Sistema para la producción de hologramas de imagen enfocada, (Cuba, 1999).
- [7] R. Serra y R. González, Sistema para la producción de hologramas de arcoiris, (Cuba, 2001).
- [8] J. L. Valín, J. R. Pérez y P. F., Rev. Soc. Port. Análise Exp. Tensões **15**, 83 (2008).
- [9] D. S. F. Magalhães, Y. Weng, R. Serra, A. B. Moreno, I. B. B. Paraguay, A. F. B. Camargo y L. M. Li, Memorias del III Congreso de Educación en Ingeniería y Arquitectura, (2016).
- [10] D. S. F. Magalhães, J. J. Lunazzi y R. Serra, Opt. Laser Technol. **43**, 119 (2011).
- [11] D. S. F. Magalhães, R. L. Serra, A. L. Vannucci, A. B. Moreno y L. M. Li, Opt. Laser Technol. **44**, 650 (2012).
- [12] D. S. F. Magalhães, L. L. Min y R. L. Serra, Sistema Multiestereoscópico Holográfico para a Visualização de Imagens Médicas, (Brazil, 2013).
- [13] J. J. Llovera, A. B. Moreno, M. Muramatsu, D. Soga, R. L. Serra y D. S. F. Magalhães, 8th Iberoamerican Optics Meeting and 11th Latin American Meeting on Optics, Lasers, and Applications, (Proc. SPIE, Porto, 2013).
- [14] M. Herrera y A. Moreno, Inf. tecnol. **25**, (2014).
- [15] C. A. Corcho, R. Herrera y A. Pérez, Equipos para terapia con luz de la familia BIOFIE, Memorias del VIII Taller Internacional Tecnoláser (La Habana, 2016).
- [16] L. Morejón, "El tratamiento de semillas con diodos Emisores de Luz de alto Brillo". Tesis de Diploma, ISPJAE, La Habana, 2012.
- [17] R. Serra, G. Vega, A. Ferrat, J. J. Lunazzi y D. S. Magalhães, Rev. Bras. Ensino Fís. **31**, 1401 (2009).
- [18] R. Serra, I. Alfonso, A. Moreno, J. J. Llovera, D. Zottola, D. S. Magalhães, J. B. Lemus y M. Muramatsu, (2013).
- [19] M. Prieto, "Sistema para aplicación de terapia láser de baja potencia". Tesis de Diploma, ISPJAE, La Habana, 2010.
- [20] D. González, "Sistema Virtual para aplicación de Terapia con Luz en medicina Alternativa". Tesis de Diploma, ISPJAE, La Habana, 2012.

- [21] M. Vico, "Diseño de un sistema para aplicación de terapia láser como innovación tecnológica del equipo FISSER III". Tesis de Diploma, ISPJAE, La Habana, 2012.
- [22] R. Serra, "La utilización del holograma como medio de enseñanza y de educación social en Cuba a través del vínculo Investigación–Docencia–Extensión Universitaria". Tesis de Doctorado, ISPJAE, La Habana, 2004.
- [23] J. Lemus, "Sistema de experimentos docentes basado en el uso de un puntero de diodo láser, para la enseñanza aprendizaje de la óptica en carreras de Ingeniería". Tesis de Doctorado, ISPJAE, La Habana, 2013.

---

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.





# EL ARMA SECRETA DE LA PRIMERA GUERRA MUNDIAL

## THE SECRET WEAPON OF THE GREAT WAR

J.G. TRIANA-LAVERDE<sup>a†</sup>, J.M. RUIZ-VERA<sup>a</sup>

Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas. Universidad Nacional de Colombia; jtrianal@unal.edu.co<sup>†</sup>

<sup>†</sup> autor para la correspondencia

Recibido 26/2/2018; Aceptado 23/4/2018

Durante la primera guerra mundial el ejército alemán mostró al mundo su poder militar, diseñando armamento que desafiaba los límites tecnológicos y físicos conocidos. Entre estos diseños destaca el Wilhelmschütze, también conocido como cañón de París, que logró triplicar el alcance de las mejores armas de la época, además de alcanzar por primera vez escalas atmosféricas. Teniendo en cuenta datos conocidos sobre el cañón de París, se realiza la simulación y descripción matemática de la trayectoria descrita por un proyectil disparado por dicha arma, considerando las fuerzas de rozamiento, gravedad y centrífuga, además del efecto Coriolis.

During the World War I, the German army showed a great armament power, designing weapons that go beyond to the ever known technological and physical limits at that time. Among these, the most remarkable gun was the Wilhelmschütze, known as Paris gun. It surpassed almost three times the range of the best cannons of the time, and for the first time is reached the stratosphere by a projectile. In this paper, we use the reported data of the gun during the bombard to Paris, to develop a mathematical and computational model, that describes the trajectory of a Paris gun projectile. The model considers the drag force, gravity, centrifugal force and Coriolis effect.

PACS: Ordinary differential equations (Ecuaciones diferenciales ordinarias), 02.30.Hq; history of science (historia de la ciencia), 01.65.+g; approximation methods: equations of motion (métodos de aproximación: ecuación de movimiento), 04.25.-g.

### I. INTRODUCCIÓN

La compañía de acero Krupp fue la encargada del desarrollo armamentista de Alemania durante la primera guerra mundial [1]. Desde 1909 esta empresa estaba a cargo del diplomático Gustav Von Bohlen und Halbach, posteriormente conocido como Gustav Krupp, quien había contraído matrimonio con la heredera de Krupp, Bertha Krupp, el 15 de octubre de 1906 [2].



Figura 1. Gustav Von Bohlen y Bertha Krupp en 1927. Tomado de <http://www.thyssenkrupp.com>.

La nueva orientación de la empresa no fue bien vista por sus clientes en el exterior, sin embargo lograron consolidarse en el mercado alemán y en los países aliados de Alemania, recibiendo grandes beneficios por parte del gobierno sin perder su autonomía como empresa [3].

Posteriormente Krupp AG obtuvo grandes dividendos de los contratos armamentistas después de la primera guerra mundial, siendo encargados del rearme nacional para la segunda guerra mundial [4], para lo cual contaron con mano de obra de los campos de concentración [5], razón por la que fueron incluidos en los juicios de Nuremberg [6].

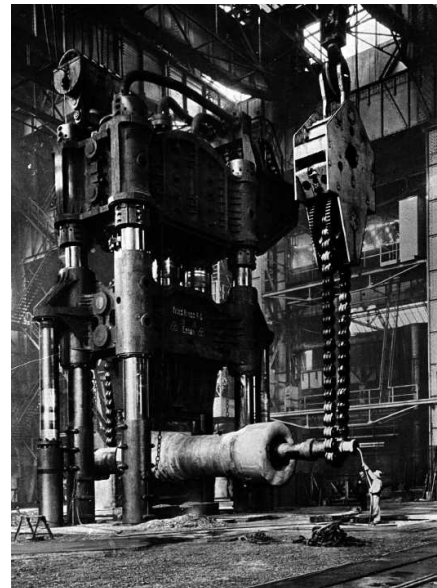


Figura 2. Fábrica de Krupp en 1929, tomado de <http://www.thyssenkrupp.com>.

Entre las armas desarrolladas por Krupp destacan los cañones de largo alcance, cuya fabricación estuvo a cargo del jefe de diseño de artillería Fritz Rausenberger [7], entre ellos: el cañón Big Bertha de calibre 420 mm, con un peso

de 47 toneladas, transportado en 5 secciones [8], utilizado en batallas en Francia y Bélgica, destacando la batalla de Verdún en 1916 [9]; el cañón *Wilhelmschütze*, o emperador *Wilhelm*, calibre 210 mm con 138 toneladas de peso, y una longitud alrededor de 34 metros [10], utilizado en el bombardeo a París que inició el 23 de Marzo de 1918, perpetrado desde los bosques de Crepy a una distancia cercana a los 120 km de París [11], por dicho bombardeo esta arma también es conocida como el cañón de París.

A menudo el cañón *Wilhelmschütze*, que en adelante llamaremos cañón de París, es confundido con el cañón *Big Bertha*; esta confusión se debe a que durante la guerra se denominó *Big Bertha* a todos los cañones de largo alcance alemanes [12].

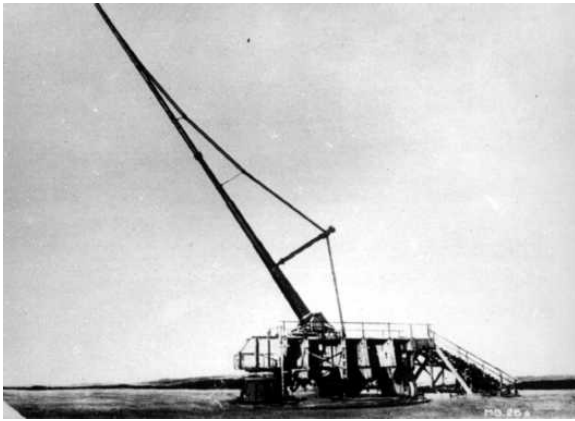


Figura 3. Cañón de París, 1918. tomado de: <http://www.thyssenkrupp.com>.

El cañón de París era considerada un arma temible debido a su alcance de 120 km, logrando casi triplicar los 48 km de alcance del *Luegenboom-Dunkirk* que era considerada por muchos el arma de mayor alcance de la época [13]. Sin embargo, la precisión del cañón de París estaba por debajo de lo normal para un arma de artillería [14], pese a ello era capaz de generar un gran impacto psicológico [15].

Debido a los avances de las fuerzas aliadas, las armas de largo alcance retornaron a Alemania donde se presume fueron destruidas [16], razón por la cual los aliados no lograron capturar el cañón de París. Posteriormente los cañones de largo alcance fueron prohibidos en el tratado de Versalles [17]. Pese a esto en la segunda guerra mundial apareció el cañón *Schwerer Gustav*, también conocido como cañón *Dora*, considerada el arma de artillería más grande utilizada en combate [18], además de diversas armas antiaéreas montadas en vías férreas, entre otras innovaciones [19].

La importancia de los cañones de largo alcance va más allá de su uso como armas, ya que el cañón de París logró ubicar por primera vez un objeto a escalas atmosféricas [20]. En esta dirección continuó el proyecto HARP, que en inglés significa *High Altitude Research Project*, iniciado en 1961 por la armada de Estados Unidos y el departamento de defensa de Canadá [21]. Como parte del proyecto HARP se construyó un cañón en Barbados, con el cual se lograron alturas entre 97 y 113 km [22]; el 19 de noviembre de 1966 uno de estos

cañones, diseñados por Gerald Bull, logró llevar un proyectil de 84 kg a una altura récord de 179 km [23].

El cálculo de la trayectoria de un proyectil sigue siendo un problema de interés ya sea por razones físicas [24], pedagógicas [25], o incluso para proponer innovaciones [26]. Por lo anterior, la modelación de la trayectoria de un proyectil, disparado por el cañón de París, resulta ser un problema adecuado en el desarrollo de un curso de modelamiento y simulación, de matemática aplicada, e incluso como proyecto de investigación para estudiantes de ciencias básicas o ingeniería, ya que corresponde a un problema en contexto que permite realizar simulaciones de situaciones reales, fomentando la comprensión de fenómenos físicos [27], además el marco histórico permite generar motivación en los estudiantes [28].

## II. CONSIDERACIONES INICIALES

El cañón de París era disparado con un ángulo de elevación de  $55.0^\circ$ , impulsando un proyectil de 120 kg, a una velocidad de salida aproximada de  $1.60 \times 10^3$  m/s [29], que equivale a más de cuatro veces la velocidad del sonido. En condiciones ideales, el proyectil recorre 245 km, logrando un tiempo de vuelo de 267 s y una altura máxima aproximada de  $8.76 \times 10^4$  m, en este caso el recorrido del proyectil es máximo al considerar un ángulo de elevación de  $45.0^\circ$ , no obstante esto no es cierto si se consideran otras fuerzas, distintas del campo gravitatorio uniforme, que afectan al proyectil durante su desplazamiento.

Dado que se desea estudiar el movimiento relativo de un objeto respecto a la tierra, es conveniente considerar un sistema coordenado con las siguientes características: El origen debe encontrarse en el centro de la tierra, de este modo un objeto ubicado en  $P$  tendrá asociado un vector posición  $r$  que va desde el origen hasta  $P$ . La rotación terrestre tiene velocidad angular  $\Omega$  con magnitud constante  $\omega$ , tomando como eje de rotación al eje  $z$  [30].

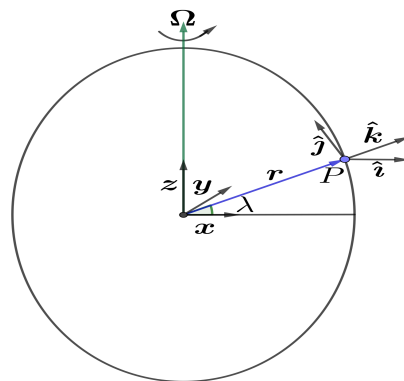


Figura 4. Sistemas de referencia considerados.

Debido a que el alcance del proyectil es pequeño en comparación con el radio terrestre, se considera la tierra localmente plana en el punto  $P$  y  $\lambda$  constante.

La velocidad de  $P$  con respecto al sistema de referencia inercial es

$$\dot{\mathbf{r}} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}}, \quad (1)$$

donde  $\dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}}$  representa la velocidad de  $P$  con respecto al marco de referencia fijo a la tierra y  $\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}$  es inducido por la rotación de dicho marco [31]. Análogamente, se lleva a cabo el cálculo de la aceleración  $\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}}$ , obteniendo

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{d}{dt} [\dot{\mathbf{r}}], \\ \mathbf{a} &= \frac{d}{dt} \left[ \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} \right], \\ \mathbf{a} &= \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{r}} + \frac{d}{dt} \left[ \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Como  $\dot{\mathbf{r}} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}}$ , y  $\frac{d}{dt} \left[ \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} \right] = \boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} + \ddot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}}$  [31], entonces

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times \left[ \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} \right] + \left[ \boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} + \ddot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} \right], \\ \mathbf{a} &= \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} + \boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} + \ddot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}}, \\ \mathbf{a} &= \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} + \ddot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Como la velocidad de rotación terrestre se asume constante se tiene que  $\dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} = 0$ , por lo tanto

$$\ddot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} = \mathbf{a} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} - \boldsymbol{\Omega} \times [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}]. \quad (4)$$

La aceleración  $\mathbf{a}$  se debe a las fuerzas de gravedad y rozamiento, que se consideran como las únicas que actúan sobre el proyectil, mientras que  $-\boldsymbol{\Omega} \times [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}]$  y  $-2\boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}}$  son aceleraciones que corresponden a las fuerzas que surgen debido a la no inercialidad del sistema fijo a la tierra, fuerza centrífuga y de Coriolis respectivamente [32].

### II.1. FUERZAS DE CORIOLIS

La fuerza de Coriolis es de gran importancia para la simulación de la trayectoria descrita por un proyectil, disparado por un cañón de largo alcance, ya que no contemplarla puede generar desviaciones en la trayectoria planeada, como se evidenció en 1914 durante el enfrentamiento entre las armadas inglesa y alemana conocido como la batalla de las Malvinas, islas ubicadas cerca de Argentina, durante la cual los proyectiles de los cañones disparados por la armada inglesa sufrían una desviación aproximada de 100 m respecto al objetivo, debido a que sus armas estaban calibradas para contrarrestar el efecto Coriolis en el hemisferio norte [33].

Dado que  $\boldsymbol{\Omega} = \omega \cos(\lambda)\hat{\mathbf{j}} + \omega \sin(\lambda)\hat{\mathbf{k}}$ , como se muestra en [34], y considerando el vector posición  $\mathbf{r} = r_x\hat{\mathbf{i}} + r_y\hat{\mathbf{j}} + r_z\hat{\mathbf{k}}$ , y la velocidad  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}|_{\text{obj}} = v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}} + v_z\hat{\mathbf{k}}$ , se obtiene que la aceleración de Coriolis  $-2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}$ , obtenida en la ecuación (4), es dada por

$$-2\omega \left[ (v_z \cos(\lambda) - v_y \sin(\lambda))\hat{\mathbf{i}} + v_x \sin(\lambda)\hat{\mathbf{j}} - v_x \cos(\lambda)\hat{\mathbf{k}} \right], \quad (5)$$

donde  $\lambda$  corresponde a la latitud del lugar y  $\omega$  corresponde a la magnitud de la velocidad angular terrestre  $\boldsymbol{\Omega}$ , como se muestra en la Fig. 4.

Para calcular  $\omega$  se tiene en cuenta que el día sideral medio tiene una duración cercana a 23 h 56 min [35], equivalente a  $8.61 \times 10^4$  s; la diferencia del día sideral medio respecto a las 24 h de un día no es considerable en un periodo corto de tiempo, no obstante genera una desviación cercana a medio día transcurridos mil años. De este modo la velocidad angular terrestre es  $2\pi$  radianes por día sideral medio, luego  $\omega = 7.29 \times 10^{-5}$  rad/s.

Dado que el recorrido y la altura máxima del proyectil son pequeños en comparación con el radio terrestre, se considera la tierra localmente plana y  $\lambda$  constante durante el movimiento; además al ser  $\omega$  constante, se observa que  $\boldsymbol{\Omega}$  constituye un campo uniforme en el sistema de referencia local, presentado en la Fig. 4.

### II.2. FUERZA CENTRÍFUGA

La aceleración debida a la fuerza centrífuga, obtenida en la ecuación (4), es dada por  $\mathbf{a}_c = -\boldsymbol{\Omega} \times [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}]$ . Por lo anterior, la aceleración centrífuga es perpendicular a  $\boldsymbol{\Omega}$ , y actúa hacia afuera de la tierra [36], como se muestra en la Fig. 5.

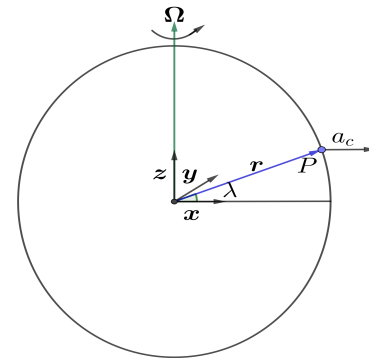


Figura 5. Aceleración centrífuga.

Por lo tanto, la aceleración centrífuga en el punto  $P$  es dada por  $\mathbf{a}_c = R \cos(\lambda)\omega^2 \mathbf{r}_\perp$ , donde  $\mathbf{r}_\perp$  denota la dirección de  $\mathbf{a}_c$  que, como se aprecia en la Fig. 5, es ortogonal a  $\boldsymbol{\Omega}$  [37]. Por lo anterior, la aceleración centrífuga en  $P$  es dada por

$$\mathbf{a}_c = R \cos(\lambda)\omega^2 [-\sin(\lambda)\hat{\mathbf{j}} + \cos(\lambda)\hat{\mathbf{k}}]. \quad (6)$$

### II.3. FUERZA GRAVITACIONAL

La ley de gravitación universal afirma la existencia de una fuerza de atracción entre dos cuerpos, además muestra que dicha fuerza es proporcional al producto de las masas de los cuerpos en interacción, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. En este caso la interacción es tierra-proyectil, por lo tanto la magnitud de la fuerza gravitacional queda descrita como

$$F_{\text{gravedad}} = G \frac{M_T M_P}{d^2}, \quad (7)$$

donde  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  es la constante de gravitación universal,  $M_T = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$  es la masa terrestre [38],  $M_p$  la masa del proyectil,  $d$  la distancia entre los cuerpos. En particular se puede estimar que  $d = R + h$ , donde  $R$  es el radio promedio terrestre,  $6.36 \times 10^6 \text{ m}$  [39], y  $h$  la altura a la que se encuentra el proyectil, medida desde la superficie; obteniendo así que la fuerza gravitacional, presentada en la ecuación (7), depende únicamente de la altura  $h$ .

#### II.4. FUERZA DE ROZAMIENTO

En este artículo se considera que el rozamiento es proporcional al cuadrado de la velocidad, del mismo modo que en [40], y que la resistencia del aire decrece exponencialmente con la altura, debido a la menor densidad del aire a mayor altura, como se muestra en [41]; con lo cual la fuerza de rozamiento, siguiendo [42], queda descrita como

$$F_{\text{rozamiento}} = ke^{-\frac{z}{L}}|v|v, \quad (8)$$

donde  $k$  es un coeficiente que depende de la sección transversal del proyectil y el medio en que se desplaza [43], y  $L = 1.00 \times 10^4 \text{ m}$  es la escala atmosférica.

### III. MODELO MATEMÁTICO

En virtud de la segunda ley de Newton, y considerando que el proyectil sufre las fuerzas de gravedad, arrastre, de Coriolis y centrífuga, la fuerza total sobre el proyectil es dada por

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{gravedad}} + \mathbf{F}_{\text{rozamiento}} + \mathbf{F}_{\text{Coriolis}} + \mathbf{F}_{\text{centrífuga}}. \quad (9)$$

Considerando que la fuerza actúa de manera radial

$$aM_p = -\frac{GM_T M_p}{(R+h)^2} \hat{r} - ke^{-\frac{z}{L}}|v|v - 2M_p \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} - M_p \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}. \quad (10)$$

Dividiendo en  $M_p$  y tomando  $\beta = \frac{k}{M_p}$ , se obtiene que

$$\mathbf{a} = -\frac{GM_T}{(R+h)^2} \hat{r} - \beta e^{-\frac{z}{L}}|v|v - 2(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}) - \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}). \quad (11)$$

Considerando las ecuaciones (5) y (6) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\beta|v|v_x e^{-\frac{z(t)}{L}} - 2\omega[v_z \cos(\lambda) - v_y \sin(\lambda)], \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\beta|v|v_y e^{-\frac{z(t)}{L}} - 2\omega v_x \sin(\lambda) - R\omega^2 \cos(\lambda) \sin(\lambda), \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{-GM_T}{(R+z(t))^2} - \beta|v|v_z e^{-\frac{z(t)}{L}} + 2\omega v_x \cos(\lambda) + \\ &\quad + R\omega^2 \cos^2(\lambda), \end{aligned} \quad (12)$$

donde  $x$  representa la dirección oeste-este,  $y$  representa la dirección sur-norte,  $z$  representa la altura,  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  corresponden a la posición del proyectil en el instante  $t$ ;  $M_T$  la masa terrestre,  $R$  el radio promedio terrestre,  $\omega$  la

magnitud de la velocidad angular terrestre,  $\lambda$  la latitud del lugar,  $|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$  corresponde a la magnitud de la velocidad.

Dado que el cañón de París tenía un alcance aproximado de 120 km [44], y disparaba proyectiles de 120 kg [45], se estima  $\beta$  numéricamente de tal manera que al disparar con un ángulo de  $55.0^\circ$ , sin considerar la fuerza de Coriolis ni la fuerza centrífuga, el alcance sea 120 km con un error absoluto menor a un metro; por lo tanto  $\beta = 3.16 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ , obteniendo así  $k = 3.80 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$ .

Cabe destacar que el sistema de ecuaciones diferenciales propuesto en la ecuación (12) es no lineal e involucra ecuaciones diferenciales de orden 2, por lo cual buscar una solución analítica no es conveniente, siendo necesario aplicar métodos numéricos; en particular se aplica el método de Runge-Kutta de orden 4, conocido como RK4, ya que posee un alto orden de convergencia [46].

Debido a que el método de Runge-Kutta trabaja sobre ecuaciones diferenciales de orden 1, es necesario realizar un cambio de variables adecuado al sistema de ecuaciones diferenciales, con el fin de reducir el orden de las ecuaciones; considerando las variables  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$  definidas como

$$u_1 = x, \quad u_2 = \frac{dx}{dt}, \quad u_3 = y, \quad u_4 = \frac{dy}{dt}, \quad u_5 = z, \quad u_6 = \frac{dz}{dt}. \quad (13)$$

Se reescribe el sistema de 3 ecuaciones de orden 2, descrito en la ecuación (12), mediante las variables  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$ , obteniendo así el siguiente sistema de 6 ecuaciones diferenciales de orden 1

$$\begin{aligned} u'_1 &= u_2, \\ u'_2 &= -\beta|v|u_2 e^{-\frac{u_5}{L}} - 2\omega[u_6 \cos(\lambda) - u_4 \sin(\lambda)], \\ u'_3 &= u_4, \\ u'_4 &= -\beta|v|u_4 e^{-\frac{u_5}{L}} - 2\omega u_2 \sin(\lambda) - R\omega^2 \cos(\lambda) \sin(\lambda), \\ u'_5 &= u_6, \\ u'_6 &= \frac{-GM_T}{(R+u_5)^2} - \beta|v|u_6 e^{-\frac{u_5}{L}} + 2\omega u_2 \cos(\lambda) + R\omega^2 \cos^2(\lambda), \end{aligned} \quad (14)$$

donde  $|v| = \sqrt{u_2^2 + u_4^2 + u_6^2}$ . El sistema de ecuaciones diferenciales es considerado con las condiciones iniciales

$$\begin{aligned} u_1 &= 0, & u_2 &= v_0 \cos(\theta) \cos(\alpha), \\ u_3 &= 0, & u_4 &= v_0 \cos(\theta) \sin(\alpha), \\ u_5 &= 0, & u_6 &= v_0 \sin(\theta), \end{aligned} \quad (15)$$

donde  $v_0$  es la velocidad inicial del proyectil,  $\alpha$  es el ángulo de azimut y  $\theta$  el ángulo de elevación del cañón.

### IV. RESULTADOS

En este artículo se supone que un proyectil en el aire durante su recorrido sufre las fuerzas de gravitación y rozamiento, además de las fuerzas centrífuga y de Coriolis. Considerando las fuerzas mencionadas anteriormente, se



realiza una simulación de un disparo con el cañón de París teniendo en cuenta los siguientes datos: latitud  $\lambda = 51.0^\circ$ , aproximadamente la latitud de París [47], ángulo de azimut  $0^\circ$ , ángulo de elevación  $55.0^\circ$ , con una velocidad inicial del proyectil de  $1.60 \times 10^3$  m/s. Los resultados son presentados a continuación.

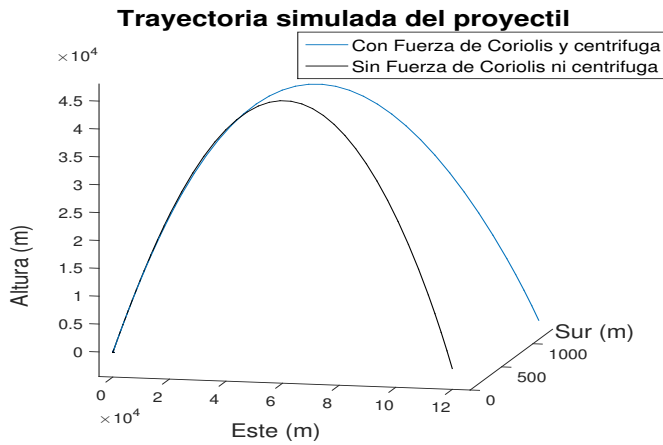


Figura 6. Simulación considerando y despreciando la fuerza de Coriolis y la fuerza centrífuga.

El proyectil dura  $2.00 \times 10^2$  s en el aire, alcanzando una altura máxima de  $4.65 \times 10^4$  m, ubicando el proyectil en la parte superior de la estratosfera [48]. En la Fig. 6 se observa la desviación en la trayectoria debido a la fuerza de Coriolis y a la fuerza centrífuga, que resulta ser del orden de  $1,59 \times 10^3$  m en dirección sur; esto muestra que si bien las fuerzas de Coriolis y centrífuga no afectan la trayectoria tanto como lo hacen las fuerzas de gravedad y arrastre, generan una desviación considerable.

Al realizar un recorrido del orden de kilómetros la curvatura terrestre toma importancia. Debido a que el desplazamiento es pequeño, en comparación con el radio promedio terrestre, se supone que la tierra es redonda en el segmento donde se desplaza el proyectil, lo que permite obtener el ángulo barrido por la trayectoria simulada mediante la expresión  $R\phi = l$ . Tomando el radio promedio terrestre  $R = 6.36 \times 10^6$  m y el recorrido del proyectil  $l = 1.21 \times 10^5$  m se obtiene que  $\phi = 1.91 \times 10^{-2}$  rad, es decir  $\phi = 1.09^\circ$ .

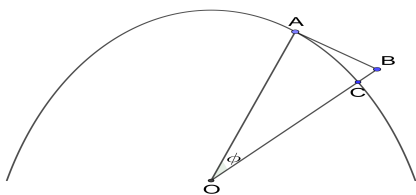


Figura 7. Representación del ángulo barrido por la trayectoria del proyectil, y el horizonte observado desde el lugar de disparo.

Conociendo el ángulo de barrido  $\phi$ , se determina cuanto recorre el proyectil por debajo del horizonte del cañón. En la Fig. 7, el punto A es el lugar de salida del proyectil y el punto C es el lugar de llegada; se aprecia que la longitud de

los segmentos OA y OC es  $R$ , mientras que la longitud del segmento AC es  $l$ ; si se denomina  $E$  a la longitud del segmento BC y  $X$  a la longitud del segmento AB, en la Fig. 7 se aprecia que  $X = R \tan(\phi)$ . Por el teorema de Pitágoras se obtiene que  $(R + E)^2 = R^2 + X^2$  por lo tanto  $E = \sqrt{R^2 + X^2} - R = 1.13 \times 10^3$  m. Por lo anterior se concluye que el blanco se encuentra cerca de un 1 km por debajo del horizonte del cañón.

Suponiendo que se conoce la ubicación de un blanco, resulta natural cuestionarse acerca de los ángulos de azimut y elevación que permitan impactar el blanco. La búsqueda de dichos ángulos no es tarea sencilla, sin embargo mediante la aplicación de métodos numéricos pueden estimarse, debido a que las funciones recorrido en las direcciones planteadas son funciones continuas.

Considerando un blanco que se encuentra a 100 km en dirección este y 1 km en dirección norte, y suponiendo que el disparo se considera exitoso si el proyectil cae en un rango de 10 m se obtiene que el ángulo de elevación a tomar es  $66.82^\circ$  y el ángulo de azimut es  $1.45^\circ$ ; en cuyo caso el proyectil cae a menos de 4 m del blanco en dirección norte y menos de 1 m en dirección este. El proyectil dura cerca de  $2.28 \times 10^2$  s en el aire, recorriendo  $7.85 \times 10^2$  m por debajo del horizonte del observador. Si se desprecian la fuerza de Coriolis y la fuerza centrífuga, se impacta el blanco considerando el ángulo de elevación cercano a los  $67.02^\circ$  y el ángulo de azimut cercano a  $0.57^\circ$ .

## V. CONCLUSIONES

La aceleración gravitacional puede calcularse como se describe en la ecuación (7), o considerando un campo uniforme y homogéneo, tomando el valor constante  $g$ . En ambos casos los resultados obtenidos son similares ya que la altura lograda por el proyectil  $z(t)$ , medida desde la superficie, es pequeña en comparación con el radio promedio terrestre  $R$ , por lo cual  $g$  y  $\frac{GM_T}{(R+z(t))^2}$  son muy cercanos, para cualquier  $t$ .

En la simulación realizada de un disparo con el cañón de París, presentada en la Fig. 6, el proyectil efectúa un recorrido vertical cercano a un kilómetro por debajo del horizonte del observador, por lo cual el no considerar la curvatura terrestre puede generar problemas en la precisión del disparo.

La corrección del efecto Coriolis se lleva a cabo mediante una leve modificación en los ángulos de disparo [49], lo que puede llevar a pensar que este efecto es irrelevante; sin embargo, al considerar la fuerza de Coriolis se observa un incremento del orden de  $7.10 \times 10^2$  m en el recorrido en sentido este, y una desviación del orden de  $1.30 \times 10^3$  m en dirección sur, con respecto a la trayectoria simulada al considerar únicamente las fuerzas de arrastre y de gravedad, presentada en la Fig. 6.

Dado que  $\Omega \times (\Omega \times r)$  es de magnitud proporcional a  $\omega^2$ , con  $\omega = 7.29 \times 10^{-5}$  rad/s, puede pensarse que la fuerza centrífuga es despreciable. No obstante, al considerar la fuerza centrífuga se observa una desviación en sentido sur de  $3.00 \times 10^2$  m y un incremento del orden de  $1,20 \times 10^3$  m en el recorrido en sentido este, con respecto a la trayectoria



simulada al considerar únicamente las fuerzas de arrastre y de gravedad, presentada en la Fig. 6.

La modelación de problemas como el cálculo de la trayectoria de un proyectil permite poner en práctica los conocimientos de mecánica clásica y álgebra vectorial, induciendo en el estudiante la necesidad de extender los conceptos adquiridos en dichas áreas, con la finalidad de reconocer que al considerar fuerzas adicionales a la fuerza de gravedad se obtiene un modelo físico más acertado, permitiendo una descripción detallada de la trayectoria descrita por una partícula en el espacio-tiempo.

## VI. AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al comité editorial por las valiosas sugerencias realizadas.

## REFERENCIAS

- [1] R. Overy, *War and economy in the third reich*, (Oxford University Press, New York, USA, 1994), pp. 119-142.
- [2] H. James, *A history of legendary German firm*, (Princeton University Press, New Jersey, USA, 2012), pp. 123-225.
- [3] A. Axelrod, *Encyclopedia of world war II*, (Library of congress cataloging, New York, USA, 2007), pp. 502.
- [4] Chief of counsel for prosecution of axis criminality. *Nazi conspiracy and aggression*, Vol 1. (United States government printing, Washington, USA, 1946), pp. 64.
- [5] H. Fischer and A. McDonald, *Yearbook of international humanitarian law*, (T.M.C Asser Press, The Hague, Netherlands, 2002), pp. 350.
- [6] The united nations war crimes commission. *Law reports of trials of war criminals Volume X: The i.g. farben and Krupp trials*, (The united nations war crimes commission by his majesty's stationery office, London, United Kingdom, 1949), pp. 58-102.
- [7] P. Khrell, *History of Shock Waves, Explosions and Impact: A Chronological and Biographical Reference*, (Springer-Verlag, Leipzig, Germany, 2009), pp. 196,459.
- [8] A. Mroz, *American Military Vehicles of World War I*, (Mc Farland & company, North Carolina, USA, 2009), pp. 168.
- [9] M. Romanychn and M. Rupp, *42cm "Big Bertha."and German siege artillery of world war I*. (Osprey Publishing, Oxford, United Kingdom, 2014), pp. 23-47.
- [10] D. Burg and E. Purcell, *Almanac of World War I*, (The University Press of Kentucky, Kentucky, USA, 1998), pp. 201.
- [11] N. Saltonstall, *Out Here at the Front: The World War I Letters of Nora Saltonstall*. (Northeastern University Press, Michigan, USA, 2004), pp. 132.
- [12] J, Lepage, *The fortifications of Paris*, (McFarland, North Carolina, USA, 2006), pp. 234.
- [13] H. Miller, *The Paris gun: the bombardment of Paris by the German long range guns and the great German offensives of 1918*, (George G. Harrap & co LTD, London, United Kingdom, 1930), pp. 74.
- [14] S. Tucker, *The European powers in the First World War*, (Routledge, New York, USA, 2013), pp. 540.
- [15] A. Huyon, *Rev. His. des armées*. 253, 4, (2008).
- [16] S. Tucker, *A global chronology of conflict*, Vol 2. (ABC-CLIO, California, USA, 2010), pp. 1798.
- [17] W. Sims, *Leadership in Science and Technology: A Reference Handbook*, Vol 1. (Sage publications Inc, Los Ángeles, USA, 2012), pp. 797-803.
- [18] A. Bolonkin, *IJAS*. 2, 2 (2013).
- [19] Military intelligence service. *German antiaircraft artillery, special series No 10*. (War department, Washington, USA, 1943), pp. 14-45.
- [20] D. Homsher, *American Battlefields of World War I, Château-Thierry-then and now*. (Battleground productions, California, USA, 2006), pp. 53.
- [21] G. Bull and C. Murphy, *Paris Kanonen - The Paris Guns (Wilhelmgeschütze) and Project HARP*, (Verlag E.S. Mittler Sohn, 1991)
- [22] A. Godefroy, *Defence and discovery: Canada's military space program, 1945-1974*. (UBC Press, Vancouver, Canada, 2011), pp. 65.
- [23] D. Darling, *The Complete Book of Spaceflight: From Apollo 1 to Zero Gravity*. (John Wiley & sons, New Jersey, USA, 2003), pp. 180.
- [24] K. Yabushita, M. Yamashita and K. Tsuboi, *J. Phy. A: Math.Theor.* 40, 29 (2007).
- [25] A. Mudau, *Med. J. Soc. Sci.* 5, 8 (2014).
- [26] A. Bolonkin, *IJEE*. 3, 6 (2013).
- [27] F. Ornek, *Int. J. Environ. Sci. Ed.* 3, 2 (2008).
- [28] P. Heering and D. Osewold, *Constructing scientific understanding through contextual teaching*. (Frank & Timme, Leipzig, Germany, 2007), pp. 314.
- [29] A. Venzon, *The United States in the First World War: An Encyclopedia*, (Routledge, New York, USA, 2013), pp. 435-436.
- [30] W. Greiner, *Classical Mechanics*, 2nd Ed. (Springer, New York, 2010), pp. 9-21.
- [31] F. Beer, E. Johnston, D. Mazurek, P. Cornwell and E. Eisenberg. *Vector mechanics for engineers*, 9th Ed. (Mc Graw Hill, New York, USA, 2010), pp. 971-975.
- [32] L. Hand and J. Finch, *Analytical mechanics*, (Cambridge University Press, New York, USA, 1998), pp. 267.
- [33] R. Lopez, *Torsores*, (Editorial Tebar, Madrid, España, 2005), pp. 19.
- [34] N. de Mestre, *The mathematics of projectiles in Sport*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1990), pp. 93-96.
- [35] P. Duffett, *Easy PC Astronomy*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1997), pp. 23.
- [36] W. Lowrie, *Fundamentals of Geophysics*, (Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 1997), pp. 35-36.

- [37] C. Lanczos, *The variational principles of mechanics*. (University of Toronto Press, Toronto, Canada, 1970), pp. 100-102.
- [38] P. Hewitt, *Conceptual Physics*. 9na Ed. (Addyson Wesley, Juarez, México, 2009), pp. 156-157.
- [39] H. Estrada, J. Ruiz y J. Triana, *Mat. Ens. Un.* **19**, 1 (2011).
- [40] R. Warburton, J. Wang and J. Burgdorfer, *JSSM*. **3**, 1 (2010).
- [41] P. Mohazzabi and J. Fields, *Can. J. Phys.* **82**, 3 (2004).
- [42] P. Mohazzabi and J. Shea, *Am. J. Phys. Teach.* **64**, 10 (1996).
- [43] R. Resnick, D. Halliday and K. Krane. *Física Vol 1, 4a Ed.* (Compañía editorial continental, México, 2001), pp. 131.
- [44] W. Hosch, *America at war World War I: People, Politics, and Power*, (Britannica Educational Publishing, New York, USA, 2010), pp. 89.
- [45] J. Kinard, *Artillery: An illustrated history of its impact*. (ABC-CLIO, California, USA, 2007), pp. 257.
- [46] G. Sewell, *The numerical solution of ordinary and partial differential equations*, (John Wiley & sons, New Jersey, USA, 2005), pp. 52-53.
- [47] P. Laplace, *Mécanique Céleste Vol 2*, (Hillard, Gray, Little, and Wilkins, Boston, USA, 1832), pp. 334.
- [48] K. Mohanakumar, *Stratosphere Troposphere Interactions: An Introduction*, (Springer, New York, USA, 2008), pp. 8-10.
- [49] J. Maitland, *Field Art. J.* **8**, 3 (1918).

---

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.



## CELEBRANDO LOS 40 AÑOS DE LA SOCIEDAD CUBANA DE FÍSICA: FÍSICOS IBEROAMERICANOS SE REÚNEN EN LA HABANA

Los días 15 y 16 de Febrero de 2018 se efectuó en la Universidad de La Habana la reunión de la Federación Iberoamericana de Sociedades de Física (FEIASOFI) en el marco de las celebraciones por el 40 aniversario de la Sociedad Cubana de Física. A la reunión asistieron los presidentes de las asociaciones de Física de: Argentina, Brasil, Colombia, Cuba, Chile, El Salvador, España, Honduras, México y Uruguay. A la reunión asistieron también como invitados, el director de Centro Latinoamericano de Física (CLAF), directivos de la Sociedad Americana de Física (APS), el director del Instituto de Energías Renovables (IER) de la UNAM, México y el Dr. Francisco Tamarit, designado por la UNESCO coordinador general de la conferencia regional de educación superior para América Latina y el Caribe (CRES 2018). El Dr. Tamarit fue rector de la Universidad de Córdoba, Argentina y presidente de la Asociación Argentina de Física.

La sesión inaugural tuvo lugar en el aula magna de la Universidad de La Habana y contó con la participación del presidente de la Academia de Ciencias de Cuba, Dr. Cs. Luis Velázquez Pérez. En el acto se entregaron reconocimientos a los anteriores presidentes de la Sociedad Cubana de Física y a asociaciones homólogas como, la Sociedad Mexicana de Física (SMF) y la APS por el apoyo brindado a la comunidad de físicos cubanos. Especial reconocimiento recibió el CLAF por el apoyo sostenido que ha ofrecido al desarrollo de la Física en Cuba.

En la reunión se hicieron importantes compromisos para fortalecer el papel de la FEIASOFI en la región para lo que se firmó un acuerdo de reciprocidad de derechos para los miembros de las asociaciones de los países integrantes. Se adoptó un nuevo criterio para el pago de las cuotas de membresía y el compromiso de realizar reuniones bianuales

coincidentes con el congreso de alguna de las asociaciones de los países miembros. Asimismo se decidió editar un boletín de noticias trimestral, retomar el apoyo a la organización de la Olimpiada Iberoamericana de Física y coauspiciar la recién creada Olimpiada Latinoamericana de Física (OLUF). Se eligió la junta directiva para el periodo 2018-2020 que quedó integrada por: el Dr. Arturo Martí de Uruguay como presidente, la Dra. María Sánchez Colina de Cuba como vicepresidente, el Dr. José Adolfo de Azcarraga de España como tesorero, el Dr. Darío Núñez de México como secretario, los Drs. Marcos Pimiento de Brasil y Hernando Ariza de Colombia como vocales y como presidente saliente el Dr. Antonio J. Ramírez Pastor, de Argentina.



Algunos de los participantes en la reunión de la FEIASOFI posando frente al Alma Mater, en la escalinata de la Universidad de La Habana.

M. Sánchez-Colina  
*Presidenta, Sociedad Cubana de Física*

## DE NUEVO EN CUBA: LASNPA & WONP- NURT 2017

El evento conjunto XVI Taller de Física Nuclear - X Simposio de Técnicas Nucleares y Conexas (WONP-NURT 2017) y el XII Simposio Latinoamericano de Física Nuclear y Aplicaciones (LASNPA), que por primera vez se realiza en Cuba, sesionó del 23 al 27 de octubre del 2017 en el Colegio Universitario San Gerónimo de la Habana. En el marco del LASNPA se realizó la III Escuela de Física Médica con sede en la Biblioteca Pública Rubén Martínez Villena. En este evento se conmemoró la celebración del X aniversario del NURT.

Dentro del marco de este evento también se desarrolló una escuela pre-congreso de Física de Altas Energías del 19 al 21 de octubre en el InSTEC. Participaron 2 estudiantes extranjeros y 21 estudiantes cubanos de diferentes instituciones nacionales. Las conferencias fueron impartidas por 5 profesores extranjeros de alto

reconocimiento internacional. El idioma oficial de la escuela y del evento fue el inglés y los estudiantes evidenciaron un gran conocimiento del idioma y de la temática tratada lo que agradó a los profesores participantes, los cuales manifestaron su interés de participar en posteriores ediciones de estas escuelas.

El evento conjunto LASNPA & WONP-NURT' 2017 contó con la presencia de 141 participantes extranjeros de 32 países, así como de 120 personalidades científicas y jóvenes profesionales de 22 importantes entidades nacionales relacionadas con la actividad nuclear. Se garantizó una buena participación en todas las conferencias durante los días de sesiones del evento. El total de participantes fue de 261.

Durante los cinco días que sesionó el evento se impartieron



5 conferencias magistrales, 18 conferencias en sesiones plenarias, 4 cursos de actualización, 9 conferencias invitadas, un mini-taller y seminario práctico en la escuela de Física médica, así como tuvimos 81 presentaciones orales y 106 pósteres en las sesiones por comisiones. En total se presentaron 225 trabajos.

En el marco del evento fueron premiados los trabajos de cinco investigadores jóvenes. El premio consistió en certificado y metálico. Los galardonados fueron: Arturo Rodríguez Rodríguez, del InSTEC-Cuba, Penélope Rodríguez-Zamora, de UNAM-México, Arianna Grisel Torres Ramos, del InSTEC-Cuba, Jorge García Ramírez, de UNAM-México, Yakdiel Rodríguez Gallo, de Universidad Central de las Villas-Cuba.

En esta ocasión el evento contó con el auspicio de importantes instituciones internacionales relacionadas con la temática, aportando tanto apoyo financiero, como divulgación y promoción del LASNPA & WONP-NURT 2017, tales como

IUPAP (International Union of Pure and Applied Physics), OIEA (Organismo Internacional de Energía Atómica), ICTP (International Centre for Theoretical Physics), CLAF (Centro Latinoamericano de Física), PAHO (Pan American Health Organization), SCF (Sociedad Cubana de Física), IOMP (International Organization of Medical Physics), ALFIM (Asociación Latinoamericana de Física Médica), AAPM (American Association of Physicists in Medicine).

La realización del WONP-NURT conjuntamente con el Simposio Latinoamericano de Física Nuclear y Aplicaciones (LASNPA) permitió elevar el nivel científico del mismo con una discusión de alto nivel de las diferentes temáticas nucleares tanto teóricas como aplicadas, ya que contamos con la participación de destacados conferencistas de prestigio internacional, expertos en estos temas.

Ana Ester Cabal Rodríguez- CEADEN  
*Presidente, Cte. Organizador LASNPA & WONP-NURT 2017*

## PRIMER ENCUENTRO CUBANO DE FÍSICA PARA ESTUDIANTES DE POSTGRADO

Del 19 al 21 de enero de 2018 se celebró en la Facultad de Física de la Universidad de La Habana, el Primer encuentro Cubano de Física para estudiantes de posgrado. Este evento, sin precedentes en el país, reunió por primera vez a estudiantes de maestría y doctorado en Física y temas afines -matemática, cibernética, química, meteorología, etc.- provenientes de toda la Isla.

fue mejor recibida, fue el requerimiento de que las charlas debían hacerse en idioma inglés, a fin de que esto sirviera a los expositores de entrenamiento para futuras presentaciones en eventos internacionales.



La actividad científica. Presentaciones orales en idioma inglés (izquierda) y sesión de posters (derecha) durante el Primer encuentro cubano de Física para estudiantes de posgrado.

La actividad central del Encuentro consistió en la presentación, de manera oral o en forma de poster, de las investigaciones que sus participantes desarrollan como parte de sus tesis. Una de las singularidades de este evento que



Algunos momentos clave del evento. Arriba: Dra. María Sánchez Colina, Presidenta de la Sociedad Cubana de Física, durante la conferencia inaugural del Encuentro: "La Física en Cuba: Historia y Retos". Centro: Panel "Retos de hacer física en Cuba". De izquierda a derecha: Moderador: Joeluis Cerutti (FF-UH); panelistas: Dra. Aurora Pérez (ICIMAF), Dr. Rolando Cárdenas (UCLV), Dr. José Marín (FF-UH), Dra. Lourdes Álvarez (CFA-INSMET). Abajo: Panel "La Física más allá de la academia". De izquierda a derecha: Moderadora: Gretel Quintero (FF-UH); panelistas: Yulianela Mengana (UO), José A. Cárdenas (UCLV), Maybis Sierra (CFA-INSMET), Alfredo Reyes (FF-UH).

Paralelamente, los participantes recibieron un panorama del estado actual de la Física en Cuba y el mundo a partir de las conferencias impartidas por cinco de los especialistas invitados, todos con trayectorias científicas reconocidas a nivel nacional e internacional.

Además, tuvieron la oportunidad de intercambiar acerca de las circunstancias en que realizan sus investigaciones y el impacto de las mismas durante los paneles: “Retos de hacer Física en Cuba” y “La Física más allá de la academia”, que abordaron temas como la educación científica, la visibilidad que tiene en Cuba la ciencia que se hace en la Isla, la adecuación de los requisitos de los programas de maestría

y doctorado cubanos, y la influencia que el entorno social tiene en la vida científica y viceversa.

Aunque completamente organizado por estudiantes de posgrado, para su realización el Encuentro contó con el apoyo de la Sociedad Cubana de Física (SCF), del Departamento de Física Teórica del Instituto de Cibernética, Matemática y Física (ICIMAF), del Centro de Física de la Atmósfera del Instituto de Meteorología (CFA-INSMET) y de la Facultad de Física de la Universidad de la Habana.

G. Quintero-Angulo  
*Facultad de Física, UH*

---

## UN CENTENAR DE PARTICIPANTES EN EL PRIMER TALLER DE NANOCIENCIA

En el marco de la Convención Internacional de Ciencia, Tecnología e Innovación 2018 sesionó el I Taller de Nanociencia del 6 al 8 de marzo. La sede fue el habanero palacio de las Convenciones y contó con la asistencia de 98 participantes de 5 países. El Taller estuvo enfocado a los problemas de la síntesis, purificación, caracterización y funcionalización de nanoestructuras y a las aplicaciones de estas en la economía y la sociedad.

Se abordaron aspectos relacionados con las nanoestructuras y las radiaciones. También fue objeto de discusión e

intercambios la nanotoxicidad y la nanoseguridad. Fue un evento de naturaleza multidisciplinaria. El Taller se honró con la presentación de las conferencias magistrales de los profesores Melquiades de Dios, Margarita Suárez y María Lanio. La exitosa celebración del evento contribuyó al fortalecimiento e integración de la pequeña, pero muy activa comunidad cubana de científicos que investiga e innova en el mundo nano.

L. F. Desdín  
*CEADEN*

---

## EL ZIGZAGUEANTE CAMINO DE LA CIENCIA: DESDE VIET NAM HASTA CUBA



Inmediatamente tras su defensa, Yohandys Alexis Zulueta (al centro) se toma una foto con sus tutores Pedro Muné (a la izquierda) y Minh Tho Nguyen (derecha), el día 11 de mayo de 2018. (Foto: E. Altshuler).

El 11 de mayo de 2018 el Prof. Dr. Minh Tho Nguyen, de la Universidad de Leuven (Bélgica), dirigiría unas sentidas palabras sobre lo que Cuba había significado para la historia de su país de origen, Viet Nam, en la difícil época de la guerra. El hecho ocurrió en ocasión de la defensa del doctorado “Theoretical Study of Charge Carrier Transport and Mechanical Properties of Materials Base on Metal Oxides” del autor Yohandys Alexis Zulueta Leyva, que tuvo lugar en la Facultad de Física de la Universidad de La Habana. El doctorado, que se realizó en el marco de un

proyecto VLIR-USO entre Cuba y Bélgica, tenía como tutores al profesor Pedro Muné-Bandera, de la Universidad de Oriente, y al propio Minh Tho Nguyen, y estaba sólidamente sustentado sobre 7 publicaciones internacionales. Fungieron como oponentes los doctores Carlos Cruz-Inclán y Leovildo Diago-Cisneros.

Unos meses antes, el 18 de enero de 2018, se habían defendido dos tesis de doctorado. La primera, fue la de la maestra en ciencias Jael Cristina Faloh Gandarilla, titulada: “Análisis de la inversión de la magnetización, viscosidad magnética e interacciones en hexaferritas tipo M”, bajo la dirección del Dr. Sergio Díaz Castañón, Prof. Titular del Instituto de Materiales y Reactivos (IMRE) de la Universidad de la Habana, La Habana, presentada por la Institución Autorizada Universidad de la Habana. La segunda fue la del maestro en ciencias

Fresnel Forcade Zamora, tesis titulada: “Evaluación de la interfaz tridimensional CuO/TiO<sub>2</sub> para posible uso en la conversión de la energía solar”, bajo la dirección de los Dres. Elena Vigil Santos, Prof. E Investigadora Titular de la Facultad de Física, Universidad de la Habana y el Dr. Rony Snyders, de la Universidad Católica de Mons, Bélgica, presentada por la Institución Autorizada Universidad de la Habana.

E. Altshuler





Jornada inaugural del XI Congreso Regional de Seguridad Radiológica y Nuclear congreso fue celebrado del 16 al 20 de abril de 2017 en el Palacio de las Convenciones de La Habana, Cuba (Foto: E. Altshuler).

El XI Congreso Regional de Seguridad Radiológica y Nuclear congreso fue celebrado del 16 al 20 de abril de 2017 en el Palacio de las Convenciones de La Habana, Cuba. Las estadísticas técnicas generales del evento son las siguientes:

- Se trató sobre 18 áreas temáticas.
  - Hubo 442 trabajos recibidos de 22 países para su presentación en el Congreso, de los cuáles 431 fueron Aprobados.
  - 75 expertos de la región y de organizaciones y organismos internacionales integraron el Comité Científico Internacional para apoyar el trabajo técnico del Congreso.
  - Se realizaron 15 Mesas Redondas, 23 Sesiones Técnicas Orales, 4 Conferencias y 1 Sesión Técnica plenaria; 1 sesión de posters, un panel temático sobre género, una reunión informativa sobre Recursos Humanos del OIEA y otras actividades/reuniones de trabajos sobre Calidad en Salud.
  - Se presentaron 6 stands, representando igual cantidad de organizaciones y empresas vinculadas a este sector, que conformaron la Exposición Técnica Asociada.
  - Se celebró 3 eventos asociados al Congreso: "Simposio Iberoamericano de Protección Radiológica en Medicina: Ecos de Madrid-Arequipa-Viena", "Taller del OIEA sobre Gestión de Fuentes en Desuso" (Proyecto Interregional INT/9/182) y "Segunda Reunión del Proyecto del FORO sobre Aplicación Piloto de la metodología de Evaluación de la Cultura de Seguridad de la Guía del FORO a una empresa de Gammagrafía Industrial".
  - Se ofrecieron 10 cursos de actualización, con 431 participantes.
- Se realizaron un total de 244 presentaciones orales, de las cuales 185 corresponden a trabajos enviados al Congreso y 59 a disertaciones en Mesas Redondas y en Sesiones Técnicas Orales.
  - 97 trabajos fueron presentados en la modalidad de posters.
  - 7 autores fueron postulados al Premio para Jóvenes Profesionales en Protección Radiológica en Latinoamérica y el Caribe (Edición 2018), de los cuales, tres recibieron el premio por dictamen de un jurado internacional que presenció sus presentaciones.
  - Se otorgó 3 Premios a los Mejores Posters del Congreso, que fueron entregados a partir del dictamen de un jurado internacional que visitó todos los posters expuestos.

El Congreso, al que asistieron numerosos miembros de la Sociedad Cubana de Física, incluyendo al Presidente del Comité Organizador Dr. Juan Cárdenas Herrera, contó con la participación de importantes personalidades internacionales en el tema de la Seguridad radiológica y nuclear. Cumplió sus objetivos como espacio para la actualización, el intercambio de información, el debate de los temas y las problemáticas actuales, la generación de nuevas ideas, la colaboración y el establecimiento de nuevos vínculos entre los profesionales, las instituciones y los organismos regionales e internacionales. El encuentro contribuirá, sin duda alguna, a continuar avanzando en el fortalecimiento de la seguridad radiológica y nuclear en nuestra región.

Comité Organizador  
XI Congreso Regional de Seguridad Radiológica y Nuclear

## CELEBRADO EL V TALLER DE ENSEÑANZA DE LA FÍSICA EN LA UNIVERSIDAD DE ORIENTE



La actividad científica. Presentaciones orales en idioma inglés (izquierda) y sesión de posters (derecha) durante el Primer encuentro cubano de Física para estudiantes de posgrado.

Convocado por los Departamentos de Física Aplicada (DFA -coordinador de la enseñanza de la Física General en las carreras de Ingeniería) y Física (DF-coordinador de los programas de la Licenciatura en Física y Licenciatura en Educación. Física) de la Facultad de Ciencias Naturales y Exactas de la Universidad de Oriente (UO), con el auspicio de la Sociedad Cubana de Física (SCF) y dedicado al 50 aniversario de la fundación de la carrera de física en Santiago de Cuba se celebró entre los días 30 de mayo y 2 de junio de 2018 el "V Taller de Enseñanza de la Física".

En la apertura del taller se dictó la conferencia "50 aniversario de la carrera de Física en Santiago de Cuba" por el Vicepresidente de la SCF MSc. Luis M. Méndez Pérez, en conmemoración de ese aniversario trascendental para el desarrollo de la física en la UO, la ciudad de Santiago de Cuba y en general de las provincias orientales del país, incluyendo la de Camagüey.

El taller contó con unos 40 participantes, entre profesores e investigadores de diferentes Universidades del país y estudiantes de la carrera de Licenciatura en Física de la UO y la UCLV, en esta ocasión hubo representantes de la enseñanza media con profesores del IPU "Cuqui Bosch" de Santiago de Cuba y del Centro Mixto "José Ramón Quintana" de Banes, Holguín.

El Taller tuvo como colofón una visita de los participantes al Museo "26 de Julio" y el homenaje al Comandante en Jefe Fidel Castro Ruz en el monumento donde reposan sus restos en el Cementerio "Santa Ifigenia".

Se convocó a la realización del VI Taller en mayo del año 2019.

Luis M. Méndez Pérez  
*Universidad de Oriente*

## FIDEL ÁNGEL CASTRO DÍAZ-BALART (SEPTIEMBRE 1, 1949 - FEBRERO 1, 2018)

Fidel Ángel Castro Díaz-Balart se graduó con honores en la Universidad Estatal de Moscú I. V. Lomonósov en su filial del Instituto Unificado de Investigaciones Nucleares, de Dubná, Rusia, donde recibió en 1974 el grado de Máster en Física Nuclear. En 1978 obtuvo su doctorado en Ciencias Físico-Matemáticas en el Instituto de Energía Atómica I. V. Kurchátov, en Moscú, donde también realizó estudios postdoctorales. En el año 2000, alcanzó el grado de Doctor en Ciencias en el Instituto Superior de Ciencias y Tecnología Nuclear de La Habana.

Se destacó y desempeñó un papel relevante en la organización y desarrollo del Programa Nuclear Cubano y en la estructuración de una sólida red de instituciones científicas y académicas como sustento del desarrollo de la Planta Nuclear de Juraguá.

Jugó un importante papel en la creación de una entidad de educación superior especializada en la formación de profesionales nucleares, que surgió primero como Facultad de Ciencias y Tecnologías Nucleares de la Universidad de La Habana y devino años más tarde en una universidad independiente: el Instituto Superior de Ciencias y Tecnologías Nucleares, hoy Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas (InSTEC), recientemente integrado a la Universidad de La Habana.

En actividades internacionales, en esa esfera, en el período 1983-1988, presidió el Grupo Coordinador Nuclear de los Países del Movimiento No Alineados. En 1985 está al frente de la Comisión de Energía Nuclear de los países miembros del CAME. Fue miembro de la Junta de Gobernadores del OIEA en 3 ocasiones.

Durante su carrera profesional el Dr. Castro Díaz-Balart dirigió una amplia gama de iniciativas de creación de capacidades en materia de ciencia y tecnología, instituciones educacionales, empresas de alta tecnología e inversiones en investigación técnica y científica y en el impulso y promoción de la ciencia y la tecnología en Cuba.

Entre 2000 y 2011 realiza un amplio ciclo de conferencias internacionales. En Moscú en reuniones de alto nivel sobre la temática de desarme y no proliferación, en la UNESCO sobre temas de interés científico y en otros foros sobre parques tecnológicos, nanociencia y nanotecnología, etc. Participó en diciembre del 2004, en Caracas, Venezuela en el evento "En Defensa de la Humanidad", donde por primera vez se introdujo el tema del Conocimiento. Además, en el año 2006, por invitación del Presidente Chávez, participó en el lanzamiento de la "Misión Ciencia" en el estado de Bolívar.

Desde el 2004 se desempeñó como Asesor Científico del Consejo de Estado; desde el 2012 es Vicepresidente de la Academia de Ciencias y desde el 2013 Representante Plenipotenciario de Cuba ante el Instituto Unificado de Investigaciones Nucleares (IUIIN), en Dubná, Rusia.



Fidel Ángel Castro Díaz-Balart (1949-2018).

Como Asesor, fue un constante impulsor de las ciencias y las tecnologías avanzadas en el país y en particular de la creación del Centro de Estudios Avanzados de Cuba (CEAC) como plataforma, junto a otras entidades nacionales, para el desarrollo en Cuba de las Nanociencias y las Nanotecnologías. Para propiciar nuevas formas de relación universidad-investigación-producción; mantuvo una labor activa en la actualización para la asimilación y el desarrollo de Parques Científicos y Tecnológicos, en especial a partir de la aprobación de la Ley de Inversión Extranjera y el Decreto Ley sobre la Zona Especial de Desarrollo del Mariel (ZEDM) y la introducción en el VII Congreso del nuevo lineamiento para potenciar el papel de la inversión extranjera directa. Propició la realización de un taller temático sobre parques científicos con la participación de expertos del Parque de Skolkovo de Rusia. En el 2016 participó en Rusia en los eventos Star Up Village 2016 y 33 Conferencia de la Asociación Internacional de Parques Científicos y Áreas de Innovación (IASP por sus siglas en inglés). Este trabajo se ha extendido a otros países como Alemania, España e Irán.

Como uno de los principales objetivos de trabajo, propuestos desde el 2014, trabajó de forma prioritaria en la Elaboración de la Propuesta de Estrategia Nacional de Nanotecnología, la cual se encuentra actualmente en la fase del Estudio Diagnóstico. La Nanoseguridad es otro tema de prioridad nacional, para lo cual constituyó un Grupo Ad hoc, a fin de trabajar en el desarrollo de una nanotecnología segura, se han estrechado vínculos de trabajo con el clúster de nanoseguridad de la Comisión Europea y ha ofrecido varias Conferencias sobre el tema a especialistas de la Defensa Civil.

Con relación a la divulgación y actualización de la información, participó de forma tradicional y dinámica en cada una de las ediciones de las FILH, con un espacio para la

presentación de libros o la realización de Paneles Científicos, donde se han abordado temas tales como: la teoría de Darwin (2009), la mujer en la ciencia (2011), El Socialismo en el siglo XXI: perspectivas en América Latina (2012), De Río de Janeiro 1992 - París 2015: Ciencia y Política del Cambio Climático (2015); donde intervino el Presidente del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC por sus siglas en inglés).

Laboró de forma sistemática en varias organizaciones nacionales e internacionales y sociedades científicas. Fue miembro de la Academia de Ciencias de Cuba, de la Sociedad Económica de Amigos del País, de la Sociedad Cubana de Física, de la Sociedad Americana de Física (APS por sus siglas en inglés), de la Asociación Iberoamericana de Innovación Tecnológica (ALTEC), de la Sociedad Española para la Historia de la Ciencia y la Tecnología, de la Asociación

Americana para el Avance de la Ciencia (AAAS por sus siglas en inglés); así como de Sigma XI, Sociedad de Investigación Científica de los Estados Unidos de América e integró desde octubre del 2015, el Consejo Asesor de la prestigiosa revista americana de nanotecnología "Journal of Nanoparticle Research" y fue Miembro Honorable de la Academia Nacional de Ciencias de la República de Kazajstán. Fue profesor e investigador titular, Académico de Mérito de la Academia de Ciencias de Cuba y consultor de varios ministerios de la industria, así como de centros científicos y docentes.

Escribió 12 libros y más de 150 publicaciones científicas.

Dra. A. Díaz-García

*Directora, Centro de Aplicaciones Tecnológicas y Desarrollo Nuclear (CEADEN)*



## SARA AGUILERA-MORALES (ABRIL 17, 1942 - DICIEMBRE 17, 2017)



Sara Aguilera-Morales (1942-2017).

Conocimos a la Dra. Sara Aguilera-Morales en la Facultad de Física de la Universidad de La Habana cuando participó como Oponente de la Tesis de Maestría de una de nuestras profesoras. En aquel entonces ella trabajaba como profesora investigadora de un Centro adscrito a la CUJAE. Poco tiempo después comenzó a laborar en nuestra Facultad como profesora de la asignatura Óptica en el Departamento de Física General. Su trabajo de investigación lo inició en el entonces grupo de Semiconductores, dedicándose al área de Celdas Solares y Dispositivos Opto-electrónicos.

La relación que estableció Sarita, como pronto la llamaríamos, tanto con sus colegas como con el personal técnico, administrativo y de aseo, fue siempre afable para todos, sin distinción de cargo o labor.

Por la propia Sarita supimos que sus estudios de Pregrado en Física los realizó en la Pontificia Universidad Católica, en Santiago de Chile y que un tiempo después de graduada obtuvo una beca para realizar sus estudios de Doctorado en la ciudad de Odesa, ex-URSS. Más adelante, en dicha ciudad contrae matrimonio con un cubano que también realizaba su Doctorado, quien fuera su esposo y compañero de toda su vida. En septiembre de 1973 ocurre el golpe de estado al Presidente Salvador Allende en Chile y la subsiguiente dictadura militar, por lo cual se le impide ingresar a su país y una vez terminado su Doctorado viaja con su esposo a Cuba,

estableciéndose en la Ciudad de La Habana, donde en años posteriores nacen sus dos hijos.

En su vida laboral en la Facultad de Física, UH, por cerca de 16 años, se destaca en el trabajo docente y de investigación, impartiendo cursos de Pregrado y Postgrado, dirigiendo gran número de Trabajos de Diploma, así como Tesis de Maestría y de Doctorado. También participó en distintas instancias como oponente y miembro de tribunales de defensa de Diplomas, de Maestría y Doctorado. Durante varios años se desempeñó como 2da. Jefe del Departamento de Física General y mantuvo siempre una disposición a colaborar en las distintas tareas del Departamento y de la Facultad.

Luego del regreso de la democracia en Chile en 1990, decide regresar a su país con su familia. Se establece en la ciudad de Antofagasta y más adelante se incorpora al Departamento de Física de la Universidad Católica del Norte, UCAN, donde trabajó hasta su jubilación. Durante su permanencia como académica del Departamento de Física trabajó en investigación en el área de la Física Aplicada, presentando proyectos de desarrollo para fondos regionales y de investigación a nivel nacional. En su trabajo docente colaboró en proyectos para el mejoramiento de la calidad del aprendizaje de los estudiantes. Por su destacada labor académica, fue elegida como Directora del Departamento de Física por un período y en tres períodos consecutivos como Decana de la Facultad de Ciencias de la UCAN. Los colegas de esta Universidad manifiestan que Sarita se destacó desde un comienzo por su espíritu de colaboración en el ámbito académico e interpersonal, mostrándose como una persona atenta, solidaria, cariñosa y de buen humor.

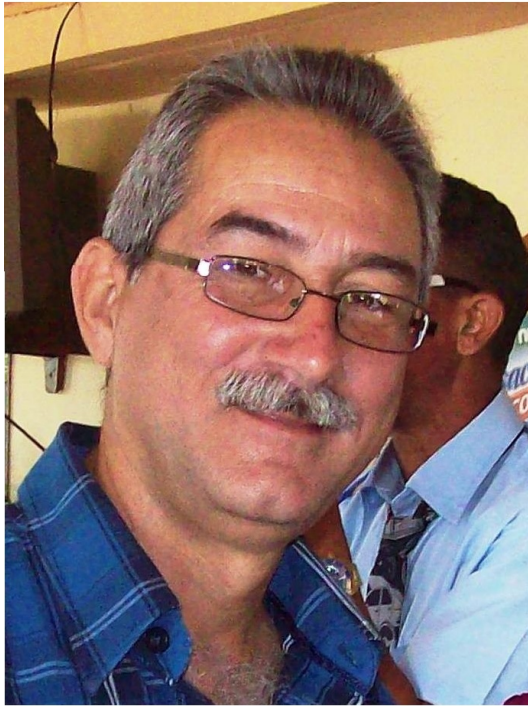
Al jubilarse se traslada a la ciudad de Coquimbo, desempeñándose como profesora del área de Física en el Departamento de Enseñanza de las Ciencias Básicas. Posteriormente, se traslada a Santiago donde trabajó como profesora de Física en la Universidad Técnica Federico Santa María. En ambos lugares se destaca nuevamente por su calidez humana, considerándola como una persona muy equitativa, justa y ecuánime.

A través de contactos personales con ella conocimos de su enfermedad y de su entereza para enfrentarla, aunque en el último tiempo ya estaba venciendo a su cuerpo. Al conocer la triste noticia de su fallecimiento a finales del 2017, quienes la conocimos y tuvimos el privilegio de su amistad la recordaremos siempre como nuestra querida Sarita, la chilena.

Prof. T. Molina  
Facultad de Física, Universidad de La Habana



## VÍCTOR MANUEL MUJICA-MARCELO (ENERO 12, 1962 - DICIEMBRE 8, 2017)



Víctor Manuel Mujica-Marcelo (1962-2017).

Nació en Santa Clara, Cuba, el 12 de enero de 1962. Se graduó de Licenciatura en Física el 12 de Julio de 1985, en la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas (UCLV). En octubre de 1998 se graduó de Maestro en Ciencias en Pedagogía de la Educación Superior, en un programa conjunto UCLV-Universidad de Oviedo (España). Desde 1986 laboró en el Departamento de Física de la UCLV hasta el 2016, cuando fue jubilado por razones de salud. En ese momento ocupaba la categoría docente de Profesor Auxiliar.

Tuvo una amplia trayectoria investigativa en Didáctica de la Física, dentro de la que se destaca su participación en el Programa Ramal sobre Perfeccionamiento de la Educación

Superior "Perfeccionamiento del video y otros medios de enseñanza para la apropiación de habilidades en la Educación Superior, Universidad de La Habana" (década de los 90's); la dirección del proyecto "El laboratorio virtual de Física en la Enseñanza Media", para los colegios de la ciudad colombiana de Ibagué; y su participación en el proyecto ALFA III "Desarrollo de la Educación Superior en América Latina", con cooperación entre la Unión Europea y los países latinoamericanos.

Impartió Física General en varias carreras, destacándose su creatividad en la carrera de Agronomía, en la que solía poner numerosos ejemplos de aplicaciones agrofísicas. En la carrera de Física fungió durante años como Jefe de la Disciplina Física Experimental. En esta se destacó en el montaje de equipamiento adquirido en el exterior y de la creación de numerosas prácticas de laboratorio. También se destacó por combinar prácticas reales con virtuales utilizando diversas técnicas de automatización.

Activo divulgador de las ciencias, en 1998 coordinó el proyecto comunitario televisivo "Eureka", destinado a la divulgación de la Física en la provincia de Villa Clara, y durante muchos años atendió círculos de interés de Física en la enseñanza media.

Tal vez su última creación fue el Laboratorio de Agua en el Departamento de Física de la UCLV, en el que, mediante técnicas relativamente sencillas, se miden propiedades físicas del agua, y se puede dar una valoración preliminar de algunos aspectos de la calidad de esta.

Falleció el 8 de diciembre de 2017, víctima de hipertrofia ventricular. Sus compañeros del Dpto. de Física siempre lo recordarán como un excelente compañero de trabajo, y un humanista con el que siempre se podía contar.

Dr. R. Cárdenas-Ortiz,  
Departamento de Física, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas





