

ESPECTRO DE ENERGÍAS, DENSIDAD DE NIVELES, POLARIZACIÓN DEL ESPIN, PROPIEDADES DE TRANSPORTE Y ÓPTICAS EN PUNTOS CUÁNTICOS Y TRAMPAS DE ÁTOMOS (Artículo de revisión)

Augusto González*, Instituto de Cibernética, Matemática y Física, Cuba

RESUMEN

Se resume un conjunto de resultados de perfil teórico [1-10], relativos a espectros de energías, densidad de estados excitados, polarización del espín, transporte a través de barreras de potencial, y propiedades ópticas (absorción en el infra-rojo, luminiscencia) de sistemas tales como puntos cuánticos semiconductores y trampas de átomos. La característica fundamental de los sistemas investigados consiste en que contienen un número de partículas entre 4 y 400, lo cual hace muy difícil el cálculo de sus propiedades. En los trabajos presentados se resalta y se hace amplio uso de la analogía entre estos sistemas y los núcleos atómicos por lo que se adaptaron métodos de la Física Nuclear tales como: Hartree-Fock y la RPA para sistemas finitos, el método BCS y la proyección de Lipkin-Nogami y la ecuación de Bethe-Goldstone. Además, se resolvió la ecuación de Schrodinger utilizando bases de funciones de hasta 40,000 elementos utilizando el algoritmo de Lanczos y se implementaron otros métodos como el de Monte Carlo variacional y los aproximantes dobles de Padé. Por último, se propuso un método estocástico para proyectar la función de onda BCS.

ABSTRACT

A set of theoretical results [1-10] is reviewed, which concern calculations of energy spectra, density of states, spin polarization, transport and optical properties (infrared absorption, luminescence) of semiconductor quantum dots and atomic traps. The studied systems contain a number of particles between 4 and 400, thus the calculation of their physical properties is a hard task. The analogy between these systems and the atomic nuclei is stressed and used throughout the paper. Common Nuclear Physics methods like Hartree-Fock and RPA schemes for finite systems, the BCS approach and the Lipkin-Nogami projection, and the Bethe-Goldstone equation were adapted to the present context on the other hand, the Schrodinger equation was solved in basis with up to 40,000 functions by means of the Lanczos algorithm, and other methods like variational Monte Carlo estimations and two-point Padé approximants were also applied. Lastly, a stochastic projection of the BCS wave function was implemented.

I. ENERGÍA DE BOSONES EN UNA TRAMPA

En el trabajo [1] se calculó la energía del estado base de sistemas de hasta 210 bosones (átomos con espín entero) confinados en una trampa. El cálculo se hizo por dos vías: analíticamente utilizando los denominados aproximantes dobles de Padé [11] y a partir del denominado método variacional de Monte Carlo [12].

La novedad del trabajo consistió en la extensión del tratamiento analítico empleado en [11] para calcular el espectro de energías del excitón (un sistema de dos partículas: un electrón y un hueco) a sistema de cientos de partículas. Para ello se hizo necesario calcular series para la energía en el límite de interacción débil (por teoría de perturbaciones hasta segundo orden) y en el límite de interacción fuerte (oscilaciones de una denominada molécula de Wigner). Estas series son luego conectadas por medio de aproximantes dobles de Padé.

Por otro lado, el método variacional de Monte Carlo combina el principio variacional de Ritz con la

técnica de Monte Carlo para evaluar integrales multi-dimensionales. Siendo Ψ_T una función de prueba arbitraria, el principio variacional nos dice que la energía del estado base satisface la desigualdad

$$E_{gs} \leq \langle \Psi_T | H | \Psi_T \rangle \leq \int d^2r_1 \dots d^2r_N |\Psi_T|^2 E_T(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N), \quad (1)$$

donde H es el hamiltoniano del problema y $E_T = \Psi_T^{-1} H \Psi_T$. La integral, de dimensión $2N$, es evaluada por Monte Carlo. Para ello generamos puntos $\vec{R} = (\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$ con probabilidad dada por $|\Psi_T|^2$. Tenemos:

$$E_{gs} \leq \frac{1}{N_{\text{puntos}}} \sum_K E_T(\vec{R}_K) \quad (2)$$

El lado derecho de (2) es el estimado para E_{gs} .

El valor de N_{puntos} utilizado en nuestros cálculos fue 10^5 . La función de prueba Ψ_T contenía correlacio-

*Email: agonzale@cidet.icmf.inf.cu

nes entre pares de partículas (factores de Jastrow) y sus tres parámetros variacionales eran utilizados para minimizar la energía. La generación de puntos en el espacio multidimensional se hizo a partir del algoritmo de Metropolis [12]. Este es un algoritmo secuencial en el que el punto \vec{R}_{K+1} se genera a partir de \vec{R}_K de acuerdo con lo siguiente:

- (i) Se crea $\vec{R}' = \vec{R}_K + \delta\vec{R}$, donde $\delta\vec{R}$ es una perturbación aleatoria.
- (ii) Se genera un número aleatorio r distribuido uniformemente en $[0, 1]$.
- (iii) Si $|\psi_T(\vec{R}')|^2 / |\psi_T(\vec{R}_K)|^2 > r$, entonces $\vec{R}_{K+1} = \vec{R}'$, en caso contrario $\vec{R}_{K+1} = \vec{R}_K$.

Un ejemplo de los resultados de [1] se muestra en la Figura 1.

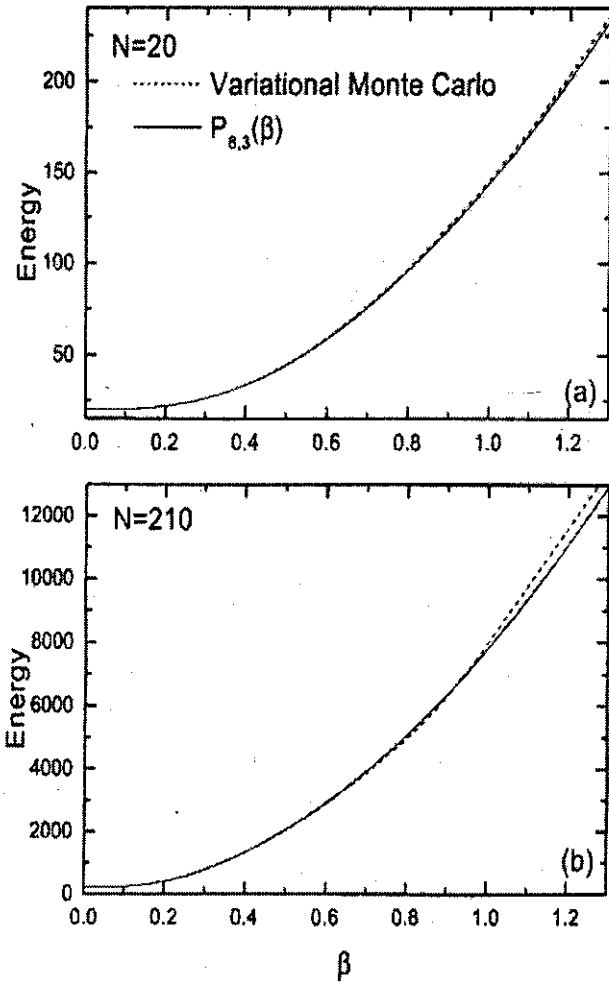


Figura 1. Comparación entre los resultados de Monte Carlo y los aproximantes dobles de Padé para 20 y 210 bosones.

El perfil de densidad, el potencial químico y otras magnitudes en sistemas de 10^4 - 10^6 átomos confinados en trampas y enfriados por laser hasta temperaturas muy por debajo de 1K han sido medidas experimentalmente en fecha reciente [13].

II. ENERGIA DE SISTEMAS MULTIEXCITONICOS A PARTIR DE LA FUNCION BCS

En el trabajo [2] se resaltó e hizo uso de la analogía entre los núcleos atómicos y los sistemas de excitones en semiconductores. Un método de cálculo de la estructura nuclear muy empleado para núcleos pesados y que se basa en una función BCS [14] fue utilizado para calcular la energía de sistemas de hasta 210 pares de electrones y huecos, es decir hasta 420 partículas, con el objetivo de investigar cuándo, o sea para qué densidades, el sistema se comporta como un gas de electrones y huecos y para qué densidades se comporta como un sistema de excitones descrito por la función BCS.

La función de onda variacional BCS,

$$|\text{BCS}\rangle = \prod_{j=1}^{N_{\text{max}}} (u_j + v_j h_j^+ e_j^+) |0\rangle, \quad (3)$$

aparea huecos y electrones en estados con momento angular total igual a cero. El estado \bar{j} del electrón tiene momento invertido respecto del hueco. $|u_j|^2$ es la probabilidad de que no exista el par (j, \bar{j}) , mientras que $|v_j|^2$ es la probabilidad de que exista. El principio de Ritz

$$E_{\text{gs}} \leq \langle \text{BCS} | H | \text{BCS} \rangle, \quad (4)$$

nos da un estimado para E_{gs} . Los coeficientes u_j y v_j se utilizan como parámetros variacionales sujetos a la ligadura $|u_j|^2 + |v_j|^2 = 1$. La minimización conduce a la denominada ecuación del gap

$$\Delta_j = \sum_{k \neq j} \langle j, k | V | k, j \rangle \frac{\Delta_k}{2\sqrt{\Delta_k^2 + (\epsilon_k^{\text{HF}} - \mu)^2}}, \quad (5)$$

donde V es el potencial de interacción entre pares, ϵ_k^{HF} es la energía del estado k renormalizada por la interacción con el resto de los estados y μ es el potencial químico que se determina de la ecuación

$$N = \langle \text{BCS} | \sum_j e_j^+ e_j | \text{BCS} \rangle \quad (6)$$

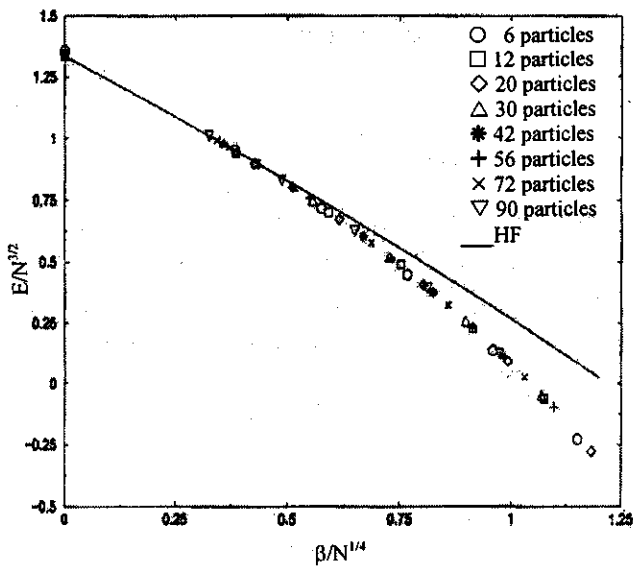


Figura 2. Energías de sistemas multiexcitónicos estimadas a partir del método BCS.

Los coeficientes v_j se han parametrizado en términos de los Δ_j así:

$$v_j = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_j^{\text{HF}} - \mu}{\sqrt{\Delta_j^2 + (\epsilon_j^{\text{HF}} - \mu)^2}} \right) \quad (7)$$

Las ecuaciones (5) se resuelven iterativamente y muestran muy buenas propiedades de convergencia.

Debido a que la función BCS no conserva el número de partículas se hace necesario un procedimiento de proyección. En el trabajo se empleó una proyección aproximada propuesta por Lipkin y Nogami [15]. Al resultar evidente que esta proyección era insuficiente se creó un método estocástico basado en el algoritmo de Metropolis que ofreció muy buenos resultados. En la Figura 2 mostramos un ejemplo de estos resultados.

III. METODO ESTOCASTICO PARA PROYECTAR LA FUNCION DE ONDA BCS

El método de proyección estocástica mencionado en la sección anterior no sólo nos permitió hallar mejores valores para la energía en el caso de sistemas de excitones, sino que de vuelta a la Física Nuclear se calculó la energía de apareamiento en diversos modelos de estructura nuclear y en el isótopo de Zr con masa atómica 100. Los resultados nuestros son comparables en exactitud con los mejores cálculos cuánticos por Monte Carlo de esta magnitud.

Por su valor metodológico, este trabajo fue publicado independientemente [3].

La proyección de la función BCS sobre el sector de N pares se escribe

$$|\Psi_{\text{BCS}}^N\rangle = C_N \sum_{j_1, \dots, j_N} \left(\prod_{k=j_1}^{j_N} \frac{v_k}{u_k} a_k^+ a_k^+ \right) |0\rangle, \quad (8)$$

donde

$$C_N = \sum_{j_1, \dots, j_N} \left(\frac{v_{j_1}^2 \dots v_{j_N}^2}{u_{j_1}^2 \dots u_{j_N}^2} \right)^{-1/2} \quad (9)$$

El estimado para la energía se obtiene de

$$E_{\text{BCS}}^N = \langle \Psi_{\text{BCS}}^N | H | \Psi_{\text{BCS}}^N \rangle = \sum_{j_1, \dots, j_N} W(j_1, \dots, j_N) \epsilon(j_1, \dots, j_N), \quad (10)$$

donde $\epsilon(j_1, \dots, j_N)$ tiene interpretación de energía cuando los N estados j_1, \dots, j_N , están ocupados y los coeficientes

$$W(j_1, \dots, j_N) = C_N \frac{v_{j_1}^2 \dots v_{j_N}^2}{u_{j_1}^2 \dots u_{j_N}^2}, \quad (11)$$

que son explícitamente mayores que cero, pueden interpretarse como factores de peso. La expresión (10) permite una evaluación por Monte Carlo, donde el conjunto de estados (j_1, \dots, j_N) se generan según Metropolis con peso $W(j_1, \dots, j_N)$.

En la Figura 3 se muestran algunos resultados en un modelo de estructura nuclear.

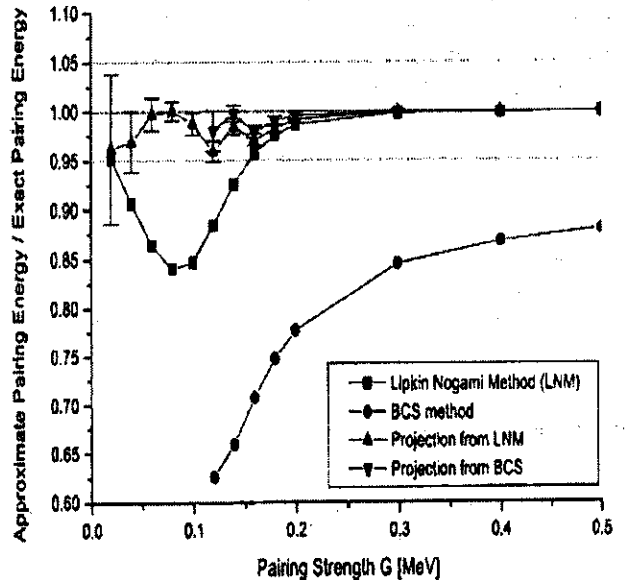


Figura 3. Energía de apareamiento entre nucleones en un modelo de dos niveles degenerados.

IV. APLICACION DE LA ECUACION DE BETHE-GOLDSTONE A SISTEMAS DE EXCITONES

La ecuación de Bethe-Goldstone es la base de la denominada aproximación de pares independientes en núcleos [14]. Significa una mejora apreciable sobre los métodos de Hartree-Fock o de partículas independientes en el sentido que se consideran las correlaciones de pares en la función de onda del núcleo. Ha sido utilizada extensivamente en Física Nuclear para el cálculo de la energía de cohesión de la materia nuclear y de la energía (masa) de núcleos intermedios.

En el trabajo [4], la ecuación de Bethe-Goldstone fue reformulada para sistemas de excitones confinados en puntos cuánticos y empleada para el cálculo de la energía de estos sistemas. Se investigaron sistemas desde el biexcitón (2 electrones - 2 huecos) hasta conglomerados de 12 pares, considerando además sistemas cargados, $4e - 2h$ y $6e - 2h$. La diferencia $E_{N+1} - E_N$ entre las energías de $N + 1$ y N excitones permite evaluar cómo depende la frecuencia del laser que crea un nuevo par con el número de pares presentes en el punto cuántico. De nuestros resultados se dedujo además la aparente inestabilidad del sistema $4e - 4h$ en un pozo cuántico.

La ecuación de Bethe-Goldstone describe el movimiento de un par de fermiones que ocupan los estados α y γ por debajo del nivel de Fermi y se dispersan hacia estados por encima del nivel de Fermi. Dicha ecuación se escribe:

$$(T_1 + T_2 + Q_{\alpha\gamma}V)\psi_{\alpha\gamma} = E_{\alpha\gamma}\psi_{\alpha\gamma} \quad (12)$$

donde T son los operadores de energía de partículas libres en un campo externo y V es la interacción entre pares de partículas. $Q_{\alpha\gamma}$ realiza la proyección sobre los estados disponibles

$$Q_{\alpha\gamma} = |\alpha\gamma\rangle\langle\alpha\gamma| + \sum_{\mu',\lambda' > \mu_F} |\mu',\lambda'\rangle\langle\mu',\lambda'|. \quad (13)$$

Escribiendo:

$$\psi_{\alpha\gamma} = |\alpha\gamma\rangle + \sum_{\mu',\lambda' > \mu_F} C_{\mu'\lambda'}^{\alpha\gamma} |\mu',\lambda'\rangle, \quad (14)$$

obtenemos para $C_{\mu'\lambda'}^{\alpha\gamma}$ y $E_{\alpha\gamma}$:

$$\begin{aligned} (\epsilon_{\mu'}^{(0)} + \epsilon_{\mu'}^{(0)} - E_{\alpha\gamma})C_{\mu'\lambda'}^{\alpha\gamma} + \sum_{\mu'',\lambda'' > \mu_F} \langle\mu',\lambda'|V|\mu'',\lambda''\rangle C_{\mu''\lambda''}^{\alpha\gamma} \\ = -\langle\mu',\lambda'|V|\mu,\lambda\rangle, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} E_{\alpha\gamma} = \epsilon_{\alpha}^{(0)} + \epsilon_{\gamma}^{(0)} + \langle\alpha,\gamma|V|\alpha,\gamma\rangle \\ + \sum_{\mu',\lambda' > \mu_F} \langle\alpha,\gamma|V|\mu',\lambda'\rangle C_{\mu'\lambda'}^{\alpha\gamma}. \end{aligned} \quad (16)$$

Las ecuaciones (15) constituyen un sistema lineal de donde se obtiene $C_{\mu'\lambda'}^{\alpha\gamma}$ como función de $E_{\alpha\gamma}$, después sustituyendo en (16) obtenemos una ecuación trascendente para $E_{\alpha\gamma}$. La energía total se halla de:

$$E = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha}^{(0)} + \sum_{\alpha < \gamma} (E_{\alpha\gamma} - \epsilon_{\alpha}^{(0)} - \epsilon_{\gamma}^{(0)}). \quad (17)$$

En la Figura 4 mostramos la energía de N excitones ($2 \leq N \leq 12$) calculadas por este método.

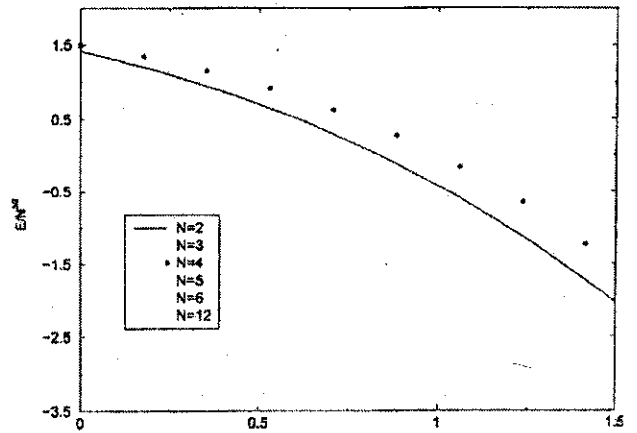


Figura 4. Energías de sistemas de N excitones calculadas a partir de la ecuación de Bethe-Goldstone.

V. ABSORCION Y LUMINISCENCIA INTER-BANDA EN PUNTOS CUANTICOS DE ELECTRONES

En el trabajo [5] se calculó el coeficiente de absorción, la luminiscencia y el perfil de densidades de electrones y huecos en puntos cuánticos pequeños (de 0 a 3 electrones) en presencia de campos magnéticos muy intensos, entre 8 y 50 Teslas. Experimentos de luminiscencia en pozos cuánticos (donde existen infinitos electrones confinados en una región cuasi-bidimensional) bajo campos magnéticos tan altos, han sido reportados recientemente [16].

Los estados finales de un proceso de absorción e iniciales en uno de luminiscencia contienen un par electrón-hueco adicional. El sistema más grande considerado fue, por tanto, el $4e-1h$. Las funciones de onda de los estados iniciales y finales fueron obtenidas por diagonalización exacta de la ecuación de Schrödinger en bases de aproximadamente 5,000 funciones.

Se obtuvieron resultados interesantes como la reestructuración de los estados de mas baja energía al variar el campo magnético, dando como resultado el corrimiento de los picos de absorción y de luminiscencia, así como variaciones abruptas del coeficiente de absorción o de la luminiscencia para valores de campos correspondientes a los llenados 1/3, 1/5, etc del efecto Hall cuántico.

En la Figura 5 mostramos los máximos de luminiscencia correspondientes a multiexcitones con un exceso de carga N_e , es decir la recombinación desde sistemas con $N_e + 1$ electrones y un hueco.

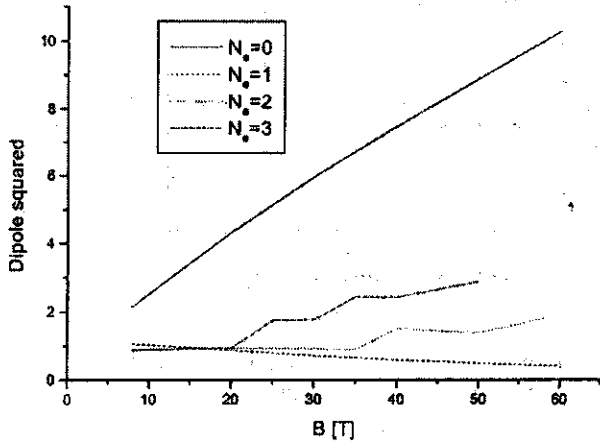


Figura 5. Intensidad del pico principal de luminiscencia correspondiente a excitones múltiplemente cargados.

VI. RESONANCIAS DIPOLARES GIGANTES EN PUNTOS CUANTICOS

Las resonancias dipolares gigantes (GDR) son excitaciones colectivas de núcleos [17] que juegan un importante papel en la foto-absorción y en otras reacciones nucleares. En el trabajo [6] se muestra que estados muy similares existen en sistemas de electrones y huecos en puntos cuánticos semiconductores.

Las energías de excitación y los elementos de matriz del operador de dipolo son calculados a partir de la denominada aproximación de fase aleatoria (RPA) en sistemas de hasta 110 pares e - h, concluyéndose que en las GDR se concentra aproximadamente el 98 % de la absorción de luz infrarroja en estos sistemas.

La RPA requiere como paso previo que el estado base sea obtenido en la aproximación de Hartree-Fock (HF), por lo que se implementó la solución iterativa de las ecuaciones de HF

$$\sum_t \left\{ E_{es}^{(0)} \delta_{st} + \beta \sum_{\gamma \leq \mu \neq t} \sum_{u,v} [\langle s, u | 1/r | t, v \rangle - \langle s, u | 1/r | v, t \rangle] C_{\gamma, u}^e C_{\gamma, v}^e \right. \\ \left. - \beta \sum_{\gamma \leq \mu \neq t} \sum_{u,v} \langle s, u | 1/r | t, v \rangle C_{\gamma, u}^h C_{\gamma, v}^h \right\} C_{\alpha, t}^e = E_{\alpha, s} C_{\alpha, s}^e, \quad (18)$$

donde los orbitales electrónicos ocupados se expresan en términos de las funciones de oscilador a través de los coeficientes $C_{\alpha, s}$. Ecuaciones análogas a (18) se pueden escribir para la descomposición de los orbitales correspondientes a los huecos. Note que los $E^{(0)}$ son las energías del oscilador en 2D

$$E_{es}^{(0)} = \hbar \sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2 / 4} \{ 2k_s + |l_s| + 1 \} + \frac{\hbar \omega_c}{2} l_s + g_e \mu_B B S_z^e, \quad (19)$$

$$E_{hs}^{(0)} = \frac{m_e}{m_h} \hbar \sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2 / 4} \{ 2k_s + |l_s| + 1 \} \\ - \frac{m_e}{m_h} \frac{\hbar \omega_c}{2} l_s - g_h \mu_B B S_z^h, \quad (20)$$

Por otro lado, en la RPA el estado base $|RPA\rangle$ se supone que contiene correlaciones entre las partículas y los estados excitados se buscan en la forma

$$|\Psi\rangle = Q^+ |RPA\rangle, \quad (21)$$

donde el operador Q^+ viene dado por la expresión

$$Q^+ = \sum_{\sigma, \lambda} (X_{\sigma\lambda}^e e_{\sigma}^+ e_{\lambda} + X_{\sigma\lambda}^h h_{\sigma}^+ h_{\lambda} - Y_{\lambda\sigma}^e e_{\lambda} e_{\sigma} - Y_{\lambda\sigma}^h h_{\lambda} h_{\sigma}). \quad (22)$$

El índice λ corre sobre estados ocupados de HF, mientras que σ corre sobre estados desocupados (por encima del nivel de Fermi). Los coeficientes X, Y se determinan por ecuaciones del tipo:

$$\sum_{\tau, \mu} \{ A_{\sigma\lambda, \tau\mu}^{ee} X_{\tau\mu}^e + A_{\sigma\lambda, \tau\mu}^{eh} X_{\tau\mu}^h + B_{\sigma\lambda, \mu\tau}^{ee} Y_{\mu\tau}^e \\ + B_{\sigma\lambda, \mu\tau}^{eh} Y_{\mu\tau}^h \} = \hbar \Omega X_{\sigma\lambda}^e, \quad (23)$$

en las cuales $\hbar \Omega$ son las energías de excitación y las matrices A y B vienen dadas por

$$A_{\sigma\lambda, \tau\mu}^{ee} = (E_{\sigma\sigma} + E_{\mu\mu}) \delta_{\sigma\tau} \delta_{\lambda\mu} + \beta (\langle \sigma, \mu | 1/r | \lambda, \tau \rangle - \langle \sigma, \mu | 1/r | \tau, \lambda \rangle), \\ A_{\sigma\lambda, \tau\mu}^{eh} = -\beta \langle \sigma, \mu | 1/r | \lambda, \tau \rangle, \quad (24)$$

$$B_{\sigma\lambda, \mu\tau}^{ee} = \beta (\langle \sigma, \tau | 1/r | \lambda, \mu \rangle - \langle \sigma, \tau | 1/r | \mu, \lambda \rangle),$$

$$B_{\sigma\lambda, \mu\tau}^{eh} = -\beta \langle \sigma, \tau | 1/r | \lambda, \mu \rangle.$$

Usualmente, energías de excitación positivas (físicas) y negativas (no físicas) aparecen como soluciones de (23). Las soluciones físicas aniquilan el estado base

$$Q|RPA\rangle = 0 \quad (25)$$

y satisfacen la condición de normalización

$$1 = \sum_{\sigma,\lambda} \left\{ |X_{\sigma\lambda}^e|^2 + |X_{\sigma\lambda}^h|^2 - |Y_{\lambda\sigma}^e|^2 - |Y_{\lambda\sigma}^h|^2 \right\}. \quad (26)$$

Las ecuaciones (23) dan directamente las energías de excitación de los estados excitados. Los elementos de matriz del operador dipolar, que causa la transición del estado base a los estados excitados, se expresan en términos de los coeficientes X e Y. La posición de la GDR, es decir del estado que absorbe casi toda la fortaleza de la transición, como función del número de pares electrón-hueco se muestra en la Figura 6.

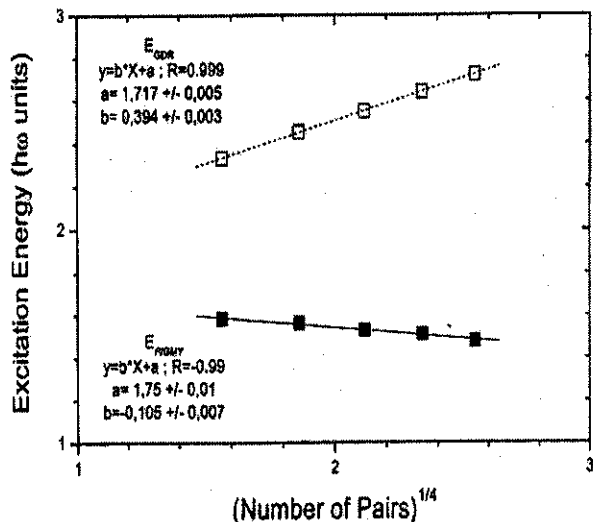


Figura 6. Posición de las resonancias gigantes y pigmeas como función del número de pares en el punto cuántico.

VII. LAS DENOMINADAS RESONANCIAS PIGMEAS

En fecha reciente, se ha observado experimentalmente [18], que el 2 % de la foto-absorción en núcleos se concentra en estados de más baja energía de excitación. Por contraposición a las GDR, a estos estados se les ha llamado "resonancias pigmeas".

Los resultados del trabajo [7] muestran que la analogía con núcleos es casi perfecta pues los cálculos de la absorción en sistemas de electrones y huecos también dan como resultado una concentración del 2 % restante en estados de baja energía de excitación. (Ver Figura 7).

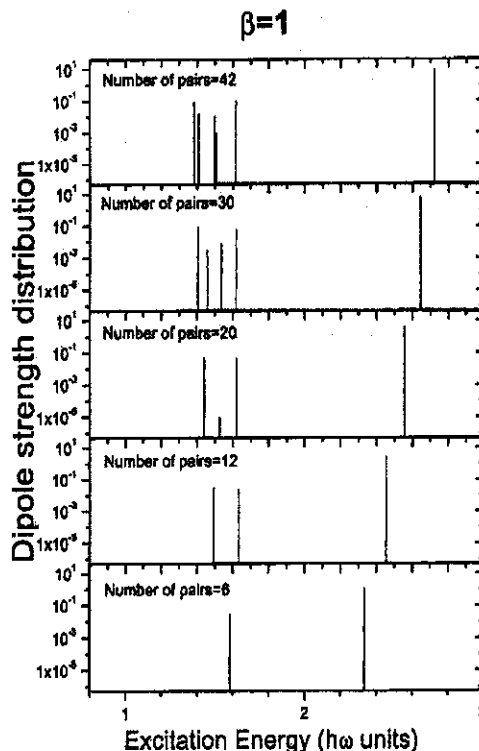


Figura 7. Intensidades de las resonancias gigantes y pigmeas en puntos cuánticos.

El número de resonancias pigmeas, al igual que en núcleos, aumenta con el número total de partículas. La posición de la GDR y del promedio de las resonancias pigmeas también depende del número N de pares e - h en el punto cuántico. Esta dependencia es cualitativamente similar a la de núcleos, es decir la GDR se desplaza hacia energías más altas al aumentar N, mientras que las resonancias pigmeas se desplazan hacia más bajas energías.

VIII. TUNELAMIENTO RESONANTE A TRAVÉS DE UN PUNTO CUÁNTICO

Experimentos recientes han mostrado la factibilidad de controlar el número de electrones en un punto cuántico (desde uno hasta cuarenta), a la vez que reportan mediciones de la conductancia en los mismos [19].

En el trabajo [8] se tomaron parámetros que reprodujeran aproximadamente las condiciones de los experimentos en [19] y se calculó exactamente la conductancia y la densidad de niveles para un punto de 6 electrones. Hay que resaltar que el punto cuántico se halla separado de los electrodos por barreras de potencial, por lo que la conducción a través del mismo se realiza por medio de un proceso de tunelamiento resonante.

Las energías y funciones de onda de 6 y 7 electrones en el punto fueron obtenidas a partir de la diagonalización de la ecuación de Schrödinger en

bases de hasta 40,000 funciones utilizando el método de Lanczos para tratar matrices tan grandes.

Nuestros cálculos revelan que a partir de una medición precisa de la conductancia se puede obtener la densidad de estados excitados en sistemas de pocos electrones. Esta afirmación se ilustra en la Figura 8, donde la densidad de estados obtenida por diagonalización exacta es comparada con la que se obtiene a partir de la conductancia (coeficiente de transmisión) calculada para un punto con 6 electrones.

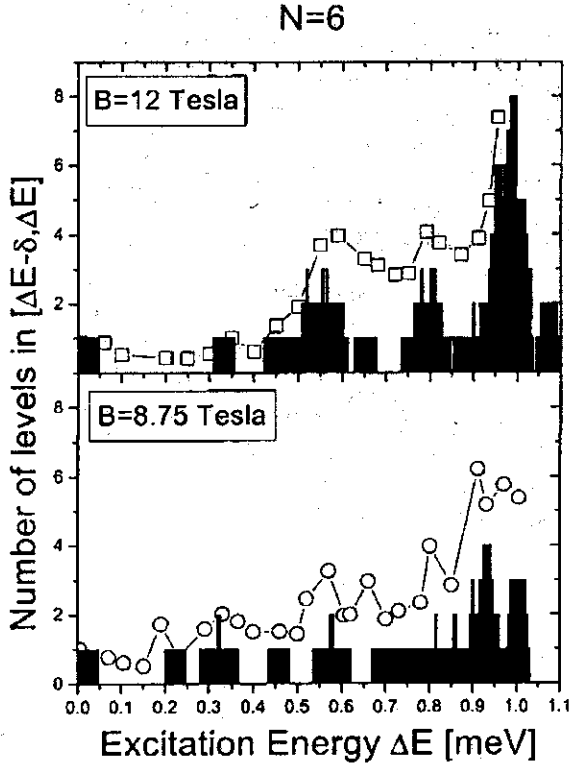


Figura 8. Densidad de niveles de energía para un punto cuántico con 6 electrones. Las barras representan los resultados de la diagonalización exacta del hamiltoniano, mientras que los símbolos son estimados a partir del coeficiente de transmisión.

El método de Lanczos hace uso del algoritmo de Graham-Schmidt para ortogonalizar una base de vectores que es creada por la propia matriz hamiltoniana (que se supone simétrica). Debido a que la base es creada por la propia matriz, las propiedades de convergencia ante truncamiento son muy buenas. Quiere decir que para obtener los primeros 30 autovalores con buena aproximación basta representar la matriz en el subespacio de los primeros 500 vectores de Lanczos, aun cuando la dimensión de la matriz sea 40,000.

Sea \vec{e}_1 un vector arbitrario. La primera iteración de Lanczos consiste en lo siguiente:

$$\text{Calculamos } a_1 = \vec{e}_1 \cdot H\vec{e}_1, \vec{v}_2 = H\vec{e}_1 - a_1\vec{e}_1, b_2 = |\vec{v}_2|$$

y definimos $\vec{e}_2 = \vec{v}_2 / b_2$. Tenemos entonces:

$$H\vec{e}_1 = a_1\vec{e}_1 + b_2\vec{e}_2. \quad (27)$$

En la segunda iteración calculamos: $a_2 = \vec{e}_2 \cdot H\vec{e}_2$, $\vec{v}_3 = H\vec{e}_2 - a_2\vec{e}_2 - b_2\vec{e}_1$, $b_3 = |\vec{v}_3|$ definimos $\vec{e}_3 = \vec{v}_3 / b_3$.
Tenemos

$$H\vec{e}_2 = b_2\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + b_3\vec{e}_3. \quad (28)$$

Las siguientes iteraciones se hacen de manera análoga. Nótese que en la base $\{\vec{e}_i\}$ el operador H se representa por una matriz tridiagonal.

IX. POLARIZACION DEL ESPIN Y LUMINISCENCIA EN SISTEMAS DE EXCITONES

En el trabajo [9] se analizaron los efectos combinados de la energía de confinamiento del punto cuántico, la energía Zeeman, la interacción de Coulomb y de campos magnéticos intensos sobre la polarización de los espines electrónicos y la luminiscencia coherente en sistemas de hasta 40 pares e-h.

El esquema teórico ya había sido utilizado en [3], es decir una función de onda BCS con proyección aproximada a lo Lipkin-Nogami. La bondad de este método en el caso de campos magnéticos grandes consiste en que la función BCS reproduce el estado básico exacto – un condensado de excitones [20]– en el límite de campos infinitos.

Mediciones de la luminiscencia en pozos cuánticos como función de la intensidad y polarización de la luz que crea los excitones habían sido reportadas en [21].

Nuestros cálculos arrojan sólo un 10 % de polarización neta de los espines electrónicos, aun a campos tan altos como 20 Teslas, debido a la fuerte interacción entre electrones y huecos. Además, se predice un corrimiento hacia el azul del pico de luminiscencia coherente con el aumento del número de pares e - h presentes en el punto (o lo que es equivalente, aumento de la intensidad del laser).

X. TRANSICIONES OPTICAS INTRA-BANDAS EN EL BIEXCITON

Las transiciones entre estados electrónicos internos, causadas por absorción de fotones en el infrarrojo (5-10 meV), han sido estudiadas recientemente por medio de una técnica, conocida como ODR, consistente en observar sus efectos en las líneas de luminiscencia [22]. Los experimentos han sido realizados en pozos cuánticos y la línea de luminiscencia tomada como referencia es la línea fundamental del excitón.

En el trabajo [10], se calculan los niveles de energía, funciones de onda y elementos matriciales del operador dipolar para el biexcitón. Campos magnéticos entre 0 y 5 Teslas son considerados. Los parámetros utilizados (masas de las partículas, etc.) corresponden a los de los experimentos [22]. La mezcla de sub-bandas de valencia se consideró aproximadamente. El método de cálculo fue la diagonalización directa de la ecuación de Schrödinger en bases de hasta 10,000 funciones.

Se hicieron predicciones para las posiciones e intensidades de las transiciones internas en el biexcitón, las cuales deben ser observadas siguiendo la línea biexcitónica en la ODR. Se obtuvieron resultados interesantes sobre anticruzamiento de niveles y transferencia de fuerza de oscilador entre estados que colisionan. Un ejemplo de estos resultados se muestra en la Figura 10.

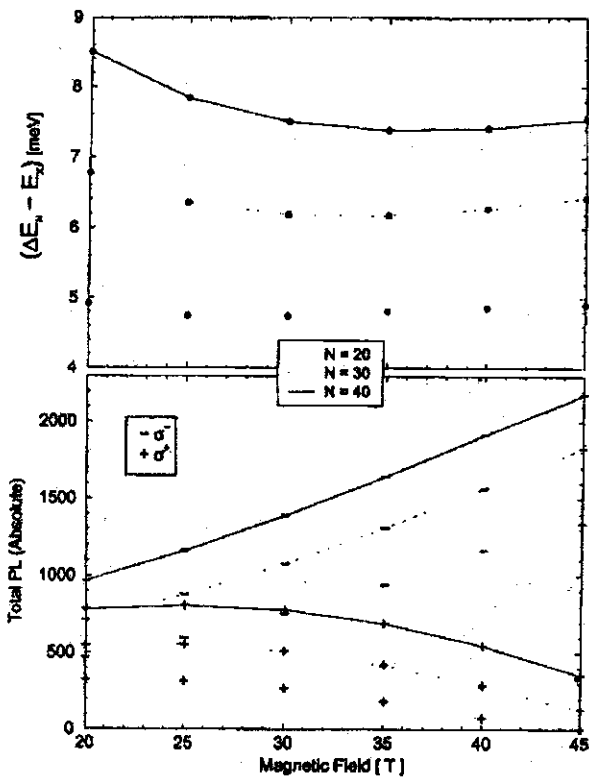


Figura 9. Posición e intensidad de la línea de luminiscencia como función del campo magnético y el número de excitones en el punto. E_x es la energía del excitón.

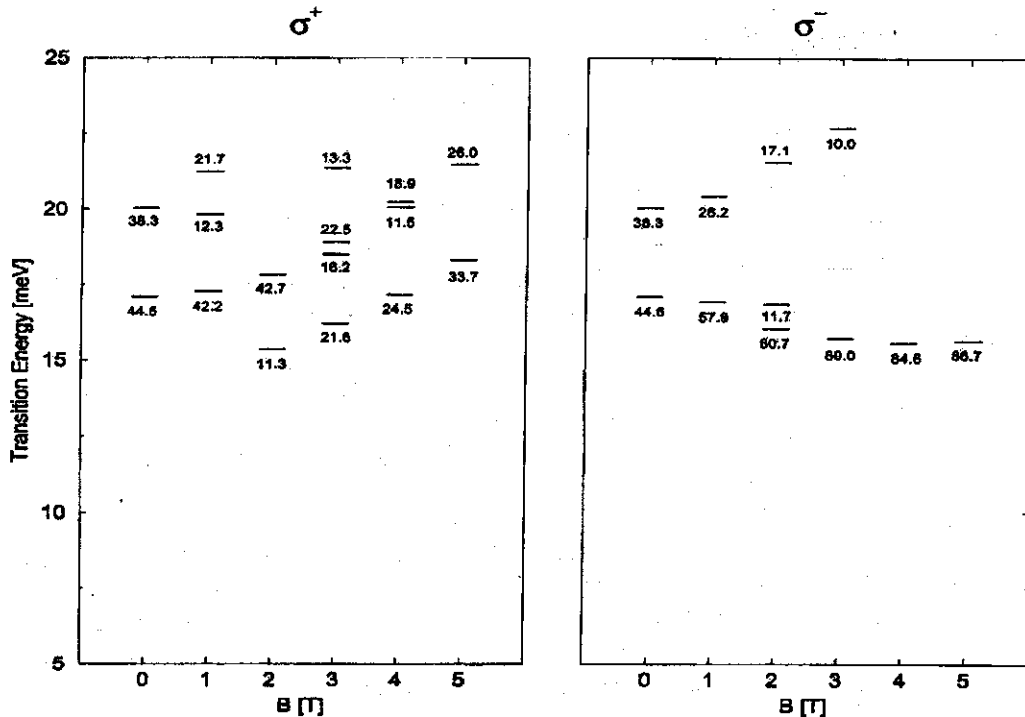


Figura 10. Energías de los estados de llegada y probabilidades relativas de absorción (sólo las superiores al 10 % se representan) como función del campo magnético.

XI. CONCLUSIONES

Se han presentado resultados sobre propiedades físicas de sistemas confinados del estado sólido en que intervienen decenas o cientos de partículas. Se ha puesto de manifiesto la gran analogía de estos sistemas con los núcleos atómicos, lo cual fundamenta la aplicación de métodos de la Física Nuclear en la investigación de los mismos.

XII. AGRADECIMIENTOS

Los resultados reportados corresponden a trabajos conjuntos con:

R. Capote, R. Pérez,
B. Rodríguez, A. Delgado,
E. Menéndez, B. Partoens,
A. Matulis, F.M. Peeters,
L. Quiroga y F.J. Rodríguez.

REFERENCIAS

1. GONZALEZ, A.; B. PARTOENS; A. MATULIS and F. M. PEETERS (1999): **Phys. Rev. B** 59, 1653-1656.
2. RODRIGUEZ, BA.; A. GONZALEZ; L. QUIROGA; F.J. RODRIGUEZ and R. CAPOTE (2000): **Int. J. Mod. Phys. B** 14, 71-83.
3. CAPOTE, R. and A. GONZALEZ (1999): **Phys. Rev. C** 59, 3477-3480.
4. PEREZ, R. and A. GONZALEZ (2000): **Physica E** 8, 91-98.
5. GONZALEZ, A. and E. MENENDEZ (2000): **Physica E** 8, 333-341.
6. DELGADO, A.; L. LAVIN; R. CAPOTE and A. GONZALEZ (2000): **Physica E** 8, 342-348.
7. CAPOTE, R.; A. DELGADO and A. GONZALEZ (2001): **Mod. Phys. Lett. B** 15, 81 - 87.
8. GONZALEZ, A. and R. CAPOTE (2001): **Physica E** 10, 528 - 534.
9. RODRIGUEZ, B. and A. GONZALEZ (2001): **Phys. Rev. B** 63, 205324, 6 p.
10. PEREZ, R. and A. GONZALEZ (2001): **J. Phys.: Condens Matter** 13, L539 - L544.
11. Mac DONALD, A.H. and D.S. RICHTIE (1986): **Phys. Rev. B** 33, 8336.
12. CEPERLEY, D.M. (1997) : Lectures on Quantum Monte Carlo, ICTP, Trieste.
13. ANDERSON, M.H. et al. (1995): **Science** 269, 198.
14. RING, P. and P. SCHUCK (1980): The nuclear many-body problem, Springer-Verlag, New York.
15. PRADHAM, H.C. et al. (1973) : **Nucl. Phys. A** 201, 357. J. DOBACZEWSKI et al. (1993) : **Phys. Rev. C** 47, 2418.
16. KIM, Y. et al. (2000): **Phys. Rev. B** 61, 4492.
17. SPETH, J. (Ed.) (1991): "Electric and magnetic giant resonances in nuclei", **World Scientific**, Singapore.
18. HERZBERG, R.D. et al. (1999) : **Phys. Rev. C** 60, 051307(R).
K. GOVAERT et al. (1998) : **Phys. Rev. C** 57, 2229.
R.D. HERZBERG et al. (1997) : **Phys. Lett. B** 390, 49.
J. REIF et al. (1997): **Nucl. Phys. A** 620,1.
F. BAUWENS et al. (2000): **Phys. Rev. C** 62, 024302.
19. TARUCHA, S.; D.G. AUSTING and T. HONDA (1996): **Phys. Rev. Lett.** 77, 3613.
T.H. OOSTERKAMP; J.W. JANSSEN and L.P. KOUWENHOVEN et al. (1999): **Phys. Rev. Lett.** 82, 2931.
L.P. KOUWENHOVEN; T.H. OOSTERKAMP and M.W.S. DANOESASTRO et al. (1997): **Science** 278, 1788.
S. SASAKI; S. DE FRANCESCHI and J.M. ELZERMAN et al. (2000): **Nature** 405, 764.
S. DE FRANCESCHI; S. SASAKI and J.M. ELZERMAN et al. (2001): **Phys. Rev. Lett.** 86, 878.

20. LERNER, I.V. and YU E. LOZOVIK (1981): **Zh. Eksp. Teor. Fiz.** 80, 1488 [Sov. Phys. JEPT 53, 763 (1981)].
21. DAMEN, T.C.; L. VIÑA, J.E. CUNNINGHAM, J. SHAH and L.J. SHAM (1991): **Phys. Rev. Lett.** 67, 3432.
22. NICKEL, H.A.; G. KIOSEGLOU and T. YEO et al. (2000): **Phy. Rev. B.** 62, 2773.

GOUGE EARTHQUAKES

Oscar Sotolongo-Costa^(1,2) y A. Posadas^(2,3,4)

⁽¹⁾Department of Theoretical Physics, Havana University, Habana 10400, Cuba

⁽²⁾Henri Poincaré Chair of Complex Systems, Havana University.

⁽³⁾Department of Applied Physics, Almería University, Almería, Spain

⁽⁴⁾Andalusian Institute of Geophysics and Seismic Disasters Prevention, Almería University, Almería, Spain

ABSTRACT

By using the maximum entropy principle with Tsallis entropy and under the assumption that the gouge plays an active role in the triggering of earthquakes, we obtain a functional dependence for energy distribution function for earthquakes which fits very well with observations in the region of small energies. This distribution function is related to the size distribution function of fragments in the gouge.

RESUMEN

Mediante el principio de máxima entropía con la entropía de Tsallis, y asignando un papel activo al gouge en la generación de terremotos, se obtiene una dependencia funcional que describe la distribución de terremotos por energía que exhibe muy buena correspondencia con las observaciones en la región de bajas energías. Esta distribución está relacionada con la distribución de fragmentos existente entre las placas tectónicas.

INTRODUCTION

The Gutenberg-Richter law (1) has motivated a mass of research. This is due to the importance of the knowledge of the energy distribution of earthquakes and its physical and practical implications. Some famous models like those of Burridge-Knopoff (2) and Olami-Feder-Christiansen (3) have focused in the mechanical phenomenology of earthquakes through simple images which capture essentials of the nature and genesis of a seism: the relative displacement of tectonic plates or the relative movement of the hanging wall and footwall in a fault and also, the existence of a threshold for a catastrophic release of energy in the system.

The irregular geometry of the profiles of the tectonic plates was highlighted in (4) using a geometric viewpoint to deduce the power law dependence of earthquake energy distribution with good results. The importance of a geometric viewpoint for this phenomenon has been also highlighted in (5), where an idealized representation of the fragmented core of a fault (gouge) was presented.

Today it is widely accepted that most earthquakes are originated by relative motion of fault planes, whereas the images to model this energy release are diverse. The standard earthquake picture usually assigns the cause of an earthquake to some kind of rupture or some stick-slip mechanism in which the friction properties of the fault play the determinant role. A review of these viewpoints and some generated paradoxes can be found in (6).

Though the gouge has been recognized as an important factor in the dynamics of the earth's crust,

we think that its role is more active in small faults and we intend to corroborate this viewpoint in this paper.

In (5) the gouge was idealized to be medium formed by circular disk-shaped pieces filling the space between two planes acting like bearings. Here, we present a more realistic approximation, considering that the surfaces of the tectonic plates are irregular and the space between them contains fragments of very diverse shape.

We will present the geometric image of what we will call a "gouge earthquake" and we will justify the attempt in next sections to find the size distribution function of the fragments. Finally, we will compare our theoretical results with the earthquakes registered in the South of the Iberian Peninsula (Spain). The Andalusian Seismic Network collects data and the analysis is extended for more than 20000 earthquakes ($m < 5.5$). In this study we analyze about 12000 earthquakes ranging from 0 magnitude to 2.5.

IMAGE FOR EARTHQUAKES IN THE GOUGE

The abundance of models that manifest the catastrophic mechanical nature of earthquakes is expected since the mechanism of earthquake triggering, although not well known, reveals itself as a catastrophic one.

The irregularity of the profiles of the tectonic plates has been pointed out as a main cause of earthquakes and in (4) the Gutenberg-Richter law for large earthquakes was obtained on the basis of assuming a Brownian shape of the profiles and the

hypothesis that energy release is proportional to the overlap interval between profiles. This is a very appealing explanation, but in this as in many other models the material between the fault planes is not considered. When it is, as in (5), it is considered more to deaden than to trigger earthquakes. Nevertheless, the irregularities of the fault planes can be combined with the distribution of fragments between them to develop a mechanism of triggering earthquakes, which can be essentially the same as in (4) owing to the irregular shape of the profiles and fragments.

Let us start from the situation illustrated in the Figure 1: two irregular profiles (no predetermined shape is assumed) are able to slip as shown in the figure. The motion can be hindered not only by the overlapping of two irregularities of the profiles, but also by the eventual relative position of several fragments as illustrated in the figure between the points "a" and "b".

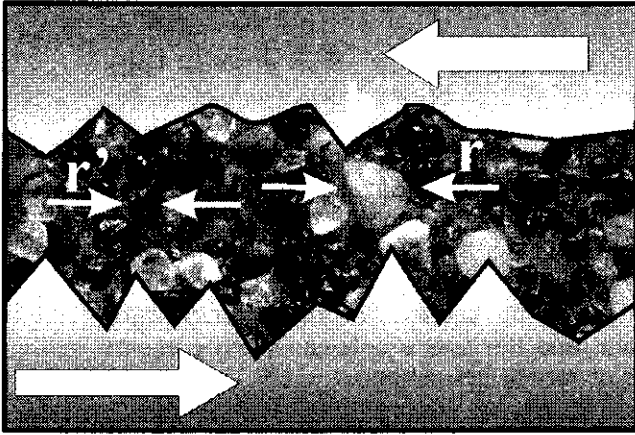


Figure 1. An illustration of the relative motion of two irregular faults in the presence of material filling the space between them. Observe that this material may play the role of bearing or also of particles that hinder the relative motion of the plates as seen in the figure between the points a and b.

Tensions in the resulting structure accumulated until a displacement of one of the asperities or even its breakage in the point of contact with the gouge fragment leads to a relative displacement of the fault planes of the order of the size of the hindering fragment "r". Then, the eventual release of tensions, whatever be the cause, leads to such a displacement to the subsequent liberation of energy.

We assume this energy "ε" to be proportional to "r", so that the size distribution of the fragments in the gouge can reflect the energy distribution of earthquakes generated by this mechanism. It seems natural to accept the energy release by this mechanism should be smaller than that related with the collision and breakup of the rough surface of the

tectonic plate or a large fault, which is a tougher mechanism, i.e. "small earthquakes" should be well described by this model.

THE MODEL

As already pointed out, the size distribution function of fragments in the gouge should reflect the energy distribution function of the "gouge earthquake". We can assume that the constant interaction and local breakage of the fault planes produce the fragments. So, a fragmentation process produces them. To deduce the size distribution function of the fragments we make consider a two-dimensional frame as the one illustrated in Figure 1. Then, our problem is to find the distribution of fragments by area.

The maximum entropy principle has proved to be useful in the study of the fragmentation phenomena (7), though in that work an important feature of fragmentation i.e. the presence of scaling in the size distribution of fragments was not obtained. We will also apply the maximum entropy principle but now with recourse to the Tsallis entropy instead of the Boltzmann one. The Tsallis entropy for our problem has the form:

$$S_q = k \frac{1 - \int p^q(\sigma) d\sigma}{q - 1} \quad (1)$$

where $p(\sigma)$ is the probability of finding a fragment of relative surface σ referred to characteristic surface of the system, and q is a real number. k is Boltzmann's constant. It is easy to see that entropy reduces to the Boltzmann's one when $q \rightarrow 1$. The sum by all states in the entropy is here expressed through the integration in all sizes of the fragments up to the largest surface Σ of the collection of fragments.

The Tsallis formulation involves the introduction of at least two constraints. The first one is the normalization of $p(\sigma)$:

$$\int_0^{\Sigma} p(\sigma) d\sigma = 1 \quad (2)$$

and the other is the "ad hoc" condition about the q -mean value, which in our case can be expressed as:

$$\int_0^{\Sigma} p^q(\sigma) d\sigma = \langle\langle \sigma \rangle\rangle_q \quad (3)$$

This condition reduces to the definition of the mean value when $q \rightarrow 1$. More information concerning the constraints that can be imposed in the formulation can be seen in (9).

This formulation of the statistical physics, known as "non extensive" formulation, since this entropy is not additive, has proved to be very useful to describe phenomena in which Boltzmann statistics fails to give a correct explanation, specially when the spatial correlations cease to be short ranged (10). Fracture is a paradigm of such long-range interaction phenomenon, and we gave a formulation in terms of Tsallis statistics very recently (11). Then the problem

is to find the extreme of $\frac{S_q}{k}$ subject to the conditions given by formulas 2 and 3. To simplify we will assume $\langle\langle\sigma\rangle\rangle_q = 1$. As will be seen this has no effect in the final result. Application of the method of Lagrange multipliers gives:

$$p(\sigma) = \frac{[1 + (1-q)\beta\sigma]^{1/(1-q)}}{Z(q, \Sigma)} \quad (4)$$

where β is one of the Lagrange multipliers to be determined from the conditions 2 and 3. $Z(q, \Sigma)$ is some kind of partition function given by:

$$Z(q, \Sigma) = \int_0^{\Sigma} [1 + (1-q)\beta\sigma]^{1/(1-q)} d\sigma \quad (5)$$

If we now introduce the proportionality of the released relative energy ε with the linear dimension r of the fragments, as σ scales with r^2 , the resulting expression for the energy distribution function of the earthquakes due to this mechanism is:

$$p(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{Z(q, \Sigma) [1 + (1-q)\beta\varepsilon^2]^{1/(1-q)}} \quad (6)$$

Hence, we have obtained an analytic expression which can be fitted to the energy distribution of earthquakes through $Z(q, \Sigma)$, β and q . This was obtained from a simple model starting from first principles. No *ad hoc* hypothesis was introduced but the proportionality of " ε " and " r ", which seems justified.

DATA AND APPLICATION OF THE MODEL

The Andalusian Institute of Geophysics and Seismic Disaster Prevention compiled the earthquake catalogue used in this study. The earthquakes were observed by the Andalusian Seismic Network of the Andalusian Institute of Geophysics and Seismic Disaster Prevention that consists of more than 20 observational stations (12, 13). The analyzed area is the rectangular region between 35° and 38° North Latitude and between 0° and 5° West Longitude, hereinafter called the South of the Iberian Peninsula region. Figure 2 shows the epicenters of the earthquakes of the South of the Iberian Peninsula region catalogue (more than 20000 events). Error of the hypocenters' location in the x, y and z directions are more or less ± 1 km, ± 1 km and ± 2 km, respectively (12). The seismicity during the

period from 1985 to 2000 may be considered normal, i.e., without major seismic events. The Gutenberg-Richter relation is satisfied in this data set, at least for earthquakes with magnitude greater than 2.5. The data is assumed to be free of observational bias and abnormal seismicity. The formula 6 was used to fit the result of about 12000 earthquakes with magnitude less than 2.5.

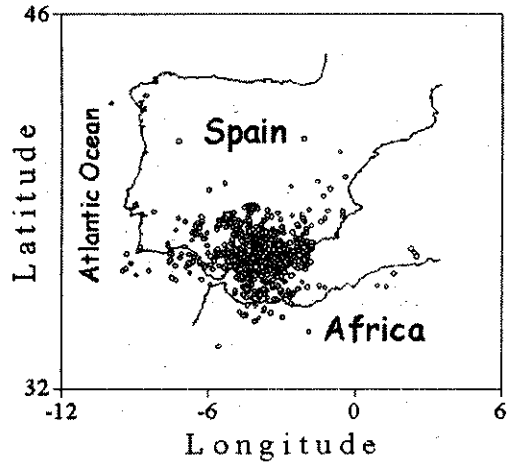


Figure 2. The Andalusian Institute of Geophysics and Seismic Disaster Prevention compiled the earthquake catalogue used in this study. The earthquakes were observed by the Andalusian Seismic Network of the Andalusian Institute of Geophysics and Seismic Disaster Prevention that consists of more than 20 observational stations. More than 20000 earthquakes occurred between 1985 and 1999 with magnitude less than 5.5.

In the Figure 3, it is shown the cumulative number of earthquakes of magnitude " m " (earthquakes with a magnitude equal or larger than " m ", being " m " the logarithm of the relative energy " ε ") in the region of small energy vs. " m ".

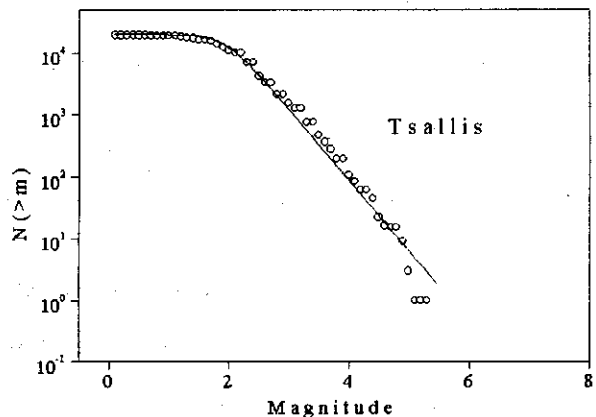


Figure 3. Cumulative number of earthquakes vs. magnitude on a logarithmic scale. About 12000 earthquakes of low magnitude (less than 2.5) were used in this study. Data is represented by squares. The line is the cumulative number calculated from 6.

The cumulative number was calculated as the integral from " ε " to " ∞ " of the formula 6 as $\frac{a'\varepsilon}{(1+b'\varepsilon^2)^{c'}}$

with a' , b' and c' constants. On the other hand $m \propto \log(\varepsilon)$ where m is the magnitude, so easily we get:

$$\log(N(> m)) = a + b \cdot \log(1 + c \cdot 10^m) + m \quad (7)$$

With a , b and c as parameters to fit the data. A good fitting can be seen with the integral of formula 6, showing that the functional dependence here obtained is correct. This is a very interesting fact since it is known that the Gutenberg-Richter's law fails to describe small earthquakes (14) and large earthquakes (15). The above-obtained expression gives a good fitting precisely in the region of small and medium energies. This is an argument in favor of the proposed image from previous sections: small earthquakes seem thus to be closely related with the interactions in the gouge.

Work in the region of large earthquakes is in progress and will be published elsewhere.

CONCLUSIONS

A functional dependence was obtained for the distribution of earthquakes produced by interactions in the gouge, starting from a non-extensive formulation of the maximum entropy principle (the Tsallis formulation). The active role of the material between the tectonic plates was in evidence with this model that seems to relate some earthquakes with the material of the gouge. Tsallis formulation is, as can be seen, determinant to obtain the energy distribution of small and medium earthquakes. No a priori assumption about the fault profile or shape of the fragments was needed.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was partially supported by the CICYT projects AMB97-1113-C02-02 and AMB99-1015-C02-02, DGESIC project HF1999-0129, the Alma Mater contest, Havana University.

REFERENCES

- [1] GUTENBERG, B. and C.F. RICHTER (1956): **Ann. Geophys.** 9, 1.
- [2] BURRIDGE, R. and L. KNOPOFF (1967): **Bull. Seism. Soc. Am.** 57, 341.
- [3] OLAMI, Z.; H.J.S. FEDER and K. CHRISTENSEN (1992): **Phys. Rev. Lett.**, 68, 1244.
- [4] RUBEIS, V. De, et al. (1996): **Phys. Rev. Lett.** 76, 2599.
- [5] HERRMANN, H.J.; G. MANTICA and D. BESSIS (1990): **Phys. Rev. Lett.** 65, 3223.
- [6] SORNETTE, D. (1999): **Phys. Reports**, 313:5, 328-292.
- [7] ENGLMAN, R.; N. RIVIER and Z. JAEGER (1987): **Phyl. Mag.** 56, 751.
- [8] TSALLIS, C. (1988): **J. Stat. Phys.** 52, 479.
- [9] TSALLIS, C.; R.S. MENDES and A.R. PLASTINO (1998): **Physica A**, 261, 534.
- [10] TSALLIS, C. (1999): **Braz. J. Phys.** 29, 1.
- [11] SOTOLONGO-COSTA, O. et al. (2000): Cond-mat/0002339, **Entropy** 2, 176, www.mdpi.org/entropy.
- [12] POSADAS, A.M. et al.: (1993): **J. Geophys. Res.** 98, B2, 1923-1932.
- [13] POSADAS, A. et al.: Accepted in **Phys. Earth Planet. Int.**
- [14] TRIFU, C.; T. URBANCIC and P. YOUNG (1993): **Geophys. Res. Lett.**, 20, 6, 427-430.
- [15] LOMNITZ-ADLER, J. and C. LOMNITZ (1979): **Bull. Seism. Soc. Am.**, 69, 4, 1209-1214.

ESTUDIO TEORICO DE UNA SUCESION TERNARIA NO FIBONACCI

Y. Mutomba, G. Tichadini, and R. Pérez-Alvarez

Departamento de Física Teórica, Universidad de La Habana, Cuba

RESUMEN

Analizamos una Sucesión Ternaria No-Fibonacci, y estudiamos el carácter del espectro para problemas simples. Se demuestra el carácter Pisot, así como que los espectros de todos estos problemas son singulares continuos. Se reportan resultados numéricos para el caso de electrones en el marco de la Teoría de Masa Efectiva.

ABSTRACT

We analyze a Ternary Non-Fibonacci Sequence and analyse the character of the spectrum for simple problems. We prove the Pisot character of this sequence. It is shown that the spectra of all these problems are singular continuous. A numerical test is given for the case of electrons in the framework of the Effective Mass Theory.

INTRODUCCION

En los últimos 30 años se ha desarrollado ampliamente el estudio de los sistemas a muchas capas [1-5], tanto de materiales dieléctricos para propagación de ondas electromagnéticas, como de semiconductores, para dispositivos electrónicos. Esto se debe por una parte a las posibilidades que hoy día existen para obtener tales sistemas con muy buena calidad y control de todos sus parámetros. Por otro lado este auge es debido a las singulares propiedades y su posible uso práctico en dispositivos microelectrónicos, nanoelectrónicos y optoelectrónicos. Entre estos sistemas se destacan los Pozos Cuánticos, con unas pocas capas, las Superredes, teóricamente con infinitas capas, etc.

Más recientemente el interés se ha centrado en las llamadas Heteroestructuras Cuasiregulares (QH: *Quasiregular Heterostructures*) [6-8]. Estas consisten en una sucesión de capas construida de acuerdo con cierta regla de sustitución, de manera que resulta un sistema no periódico pero con un algoritmo preciso de secuenciación de las distintas capas (QS: *Quasiregular Sequences*). Entre las QS más estudiadas están las de Fibonacci, Thue Morse, Rudin-Shapiro, etc. La de Fibonacci, por ejemplo, se forma según la regla de sustitución

$$\xi_{\text{FIBO}}(A) = BA$$

$$\xi_{\text{FIBO}}(B) = A$$

Si partimos por ejemplo de una sola capa de material A, tendremos la primera generación $A_1 = A$. Aplicando la regla sucesivamente tendremos

$$A_2 = BA,$$

$$A_3 = ABA,$$

$$A_4 = BAABA,$$

$$A_5 = ABABAABA,$$

etc.

La QH de Fibonacci es A_n . Se están investigando con bastante énfasis los posibles usos de las QHs en dispositivos [7]. Una de las propiedades más cautivantes de estos sistemas es que muchas excitaciones elementales tienen espectro singular continuo. Bajo condiciones bastante generales esta propiedad se ha demostrado en varias de estas QSs; la demostración no es válida para la Rudin Shapiro [6].

Con la vista fija en la posibilidad de obtener nuevas propiedades, en el presente trabajo analizamos una QS ternaria no-Fibonacci (TNFS: *Ternary Non-Fibonacci Sequence*). La elección específica se debe a que es una de las sucesiones ternarias más simples y que no ha sido estudiada hasta el momento. Demostramos su carácter Pisot. Seguidamente argumentamos teóricamente el hecho de que los espectros de problemas simples sobre tales estructuras son singulares continuos. Reportamos entonces resultados numéricos para espectros de electrones de conducción que ratifican esta conclusión. Por último formulamos algunas conclusiones.

QS Ternaria No-Fibonacci

La sucesión que nos interesa se define por las siguientes reglas de sustitución:

$$\xi(A) = AB$$

$$\xi(B) = BC$$

$$\xi(C) = A$$

O sea que se trata de la sucesión Ternaria que no es del tipo Fibonacci más simple. Las primeras generaciones son:

$$A_1 = A,$$

$$A_2 = AB,$$

$$A_3 = ABBC,$$

$$A_4 = ABBCBCA,$$

$$A_5 = ABBCBCABCAAB,$$

etc.

La matriz asociada a esta QS es

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{array}$$

El determinante característico es

$$f(\lambda) = \lambda^3 - 2\lambda^2 + \lambda - 1$$

Los ceros de este polinomio son los autovalores de la matriz, a saber:

$$\lambda_1 = 1,754888\dots$$

$$\lambda_2 = 0,12\dots + 0,74\dots i$$

$$\lambda_3 = 0,12\dots - 0,74\dots i$$

Este resultado parcial significa que nuestra secuencia tiene la propiedad Pisot ya que λ_1 es real y mayor que la unidad mientras que las dos restantes raíces tienen módulo menor que uno. Una consecuencia inmediata de la propiedad Pisot es que esta QS puede obtenerse por el método de corte y proyección (*cut and project*) [9,10].

Mapa de Trazas de la TNFS

Supongamos que estudiamos algún problema simple sobre nuestra QS, es decir el espectro de una excitación elemental que se describa por matrices de transferencia unimodulares 2×2 . Un ejemplo de estas excitaciones elementales puede ser el de los electrones descritos en el marco de la Teoría de Masa Efectiva.

La regla de sustitución induce una relación de recurrencia entre las distintas generaciones A_n , B_n y C_n , y entre las matrices de transferencia que caracterizan a estas generaciones (A_n , B_n , C_n). No es difícil llegar a que estas últimas son:

$$A_{n+1} = B_n A_n$$

$$B_{n+1} = C_n B_n$$

$$C_{n+1} = A_n$$

Por comodidad, y como es costumbre, estamos usando la misma letra para la generación y para su matriz de transferencia. Para los propósitos actuales estas matrices pueden ser la llamada *Full Transfer Matrix* M , la *Associated Transfer Matrix* T , o incluso la *Coefficient Transfer Matrix* K (vea [6] y las referencias que allí se dan); basta con que sean unimodulares y orden 2. Estas relaciones de recurrencia permiten definir relaciones de recurrencia entre las trazas de matrices de distintas palabras. Introduzcamos con ese objetivo las siguientes notaciones:

$$x_n = \text{Tr}[A_n]$$

$$y_n = \text{Tr}[B_n]$$

$$z_n = \text{Tr}[C_n]$$

$$r_n = \text{Tr}[B_n A_n]$$

$$s_n = \text{Tr}[C_n B_n]$$

$$v_n = \text{Tr}[A_n C_n]$$

$$w_n = \text{Tr}[B_n C_n A_n]$$

Un cálculo algo tedioso pero directo permite llegar al siguiente mapa de trazas de nuestra sucesión:

$$x_{n+1} = r_n$$

$$y_{n+1} = s_n$$

$$z_{n+1} = x_n$$

$$r_{n+1} = y_n w_n - v_n$$

$$s_{n+1} = w_n$$

$$v_{n+1} = x_n r_n - y_n$$

$$w_{n+1} = x_n y_n w_n - y_n s_n - x_n v_n + z_n$$

De aquí que el Léxico de esta QS sea el conjunto $L = \{A, B, C, AB, BC, CA, BCA\}$, de cardinal 7.

Aplicación del Teorema de Bovier-Ghez

Si tomamos A como letra generadora, entonces $\xi^2(A) = ABBC$, que contiene el cuadrado de la palabra B . Entonces el teorema de Bovier-Ghez [11,12] se aplica y el espectro de los problemas simples sobre esta QS resultan singulares continuos. El mapa de trazas reducido (f en [11,12]) está dado por:

$$x \rightarrow r$$

$$y \rightarrow s$$

$$z \rightarrow x$$

$$r \rightarrow y w$$

$$s \rightarrow w$$

$$v \rightarrow x r$$

$$w \rightarrow x y w$$

Este mapa de trazas puede verse directamente como la sustitución ϕ [11,12] con $C = \{x, y, r, s, w\}$. Es fácil probar que esta sustitución es semiprimitiva ya que ϕ mapea C en C^* $\phi^5(C)$ sólo contiene elementos de C , y para todo β del Léxico L $\phi^5(\beta)$

contiene todas las letras del Léxico. Además $\xi_5^2(A)$ tiene la letra cuadrada BB, como elemento del Léxico L. En resumidas cuentas, tenemos todas las hipótesis de los Teoremas 1 y 3 de BovierGhez [11,12].

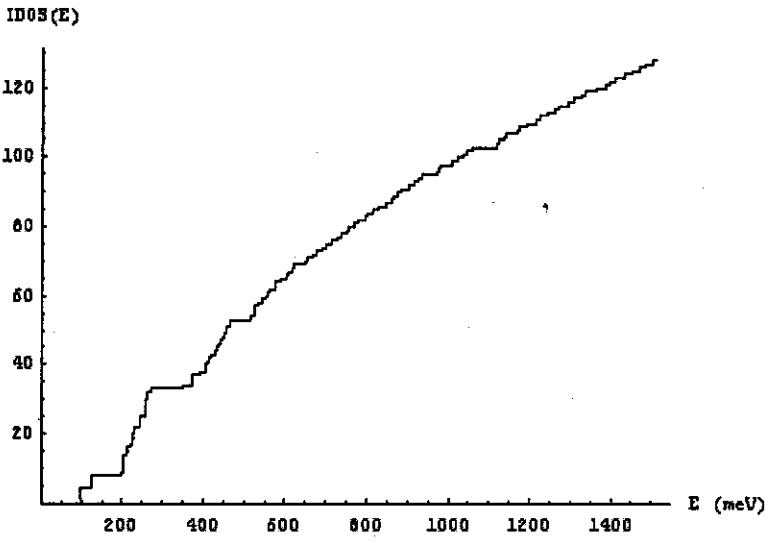
de 16,8 Å de GaAs, B es una capa de 8,4 Å de $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$, y C es una capa de 16,8 Å de $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$. Los datos de los materiales y demás parámetros del cálculo se pueden ver en [6].

Espectro de electrones en una TNFS

Usando el mapa de trazas o la regla de sustitución para las matrices de transferencia es relativamente fácil calcular el espectro [6]. En la Figura 1 se presenta la IDOS (*Integrated Density of States*) de electrones de conducción para una décima generación de una TNFS donde A es una capa

Este espectro tiene aspecto de escalera del Diablo. Para comprobar su fractalidad calculamos su dimensión $D(q)$ para varios valores del índice q . En la Tabla adjunta se pueden ver los resultados.

| q | D(q) |
|----|------|
| -2 | 1,00 |
| -1 | 1,00 |
| 0 | 0,85 |
| 2 | 0,78 |
| 3 | 0,65 |
| 4 | 0,53 |
| 5 | 0,53 |
| 10 | 0,53 |
| 20 | 0,53 |



CONCLUSIONES

Hemos analizado la QS ternaria no Fibonacci más simple. Hemos demostrado que goza de la propiedad Pisot lo que la hace derivable de una red en una dimensión superior por el método de corte y proyección [6-10]. Reportamos su mapa de trazas y los principales momentos de la aplicación del teorema de Bovier-Ghez. De aquí se deriva sin más que el espectro de problemas simples sobre esta QS es singular continuo. Este resultado fue verificado en un ejemplo numérico de electrones en Teoría de Masa Efectiva donde se obtiene un espectro multifractal. Esto último implica que el espectro no es exactamente autosimilar ya que tiene una distribución no constante de exponentes de escalado.

REFERENCIAS

1. ESAKI, L. (1984): *J. Physique Colloques*, 45, C5-3.
2. BASTARD, G. (1989): "Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures", Éditions de Physique, Paris.
3. VINTER, B. and C. WEISBUCH (1991): "Quantum Semiconductor Structures", Academic Press, San Diego.
4. GARCIA-MOLINER, F. y otros (1994): "Electrones y Fonones en Pozos Cuánticos", editado por la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), Madrid, España.
5. GELLER, M.R. (2001): "Quantum phenomena in low-dimensional systems", <http://www.arXiv:cond-mat/0106256>.
6. PEREZ-ALVAREZ, R. and F. GARCIA-MOLINER (2001): "Quasiregular Heterostructures", capítulo invitado en "Contemporary Problems of the Condensed Matter Physics", Nova Science Publishers, ed. por S. Vlaev y M. Gaggero-Sager.
7. MACIA, E. and F. DOMINGUEZ-ADAME (2000): "Electrons, phonons and excitons in low dimensional aperiodic systems", Madrid, Editorial Complutense.
8. International Workshop on Aperiodic Crystals, March 11-20, (1986): Les Houches, France. Edited by D Gratias and L Michel. *Journal de Physique*, 47, Colloque C3, supplément au No 7 (Juillet 1986).

9. BOMBIERI, E. and J.E. TAYLOR (1986): "Which distributions of matter diffract? An initial investigation", **J. de Physique**, 47, Colloque C3, supplément au n° 7, C3-19-c3-28.
10. _____ (1987): "Quasicrystals, tilings, and algebraic number theory; some preliminary connections", **Contemporary Mathematics** 64, 241-264.
11. BOVIER, A. and J.M. GHEZ (1993): **Commun. Math. Phys.** 58(1), 45.
12. _____ (1995): **J. Phys. A:Math. Gen.** 28, 2313.

DIFRACCION DE UNA ONDA ESCALON EN UNA PARED DE ALTURA H EN UN FLUIDO ROTATORIO Y COMPRESIBLE

José Marín Antuña, Departamento de Física Teórica, Facultad de Física, Universidad de La Habana, Ciudad de La Habana, Cuba

RESUMEN

Este trabajo presenta el cálculo analítico del cuadro de difracción de una onda escalón sobre una barrera finita sumergida en un fluido rotatorio y compresible. El resultado obtenido contiene, como caso particular, el reportado anteriormente en otro artículo previo y permite una comprensión más exacta de los procesos estudiados.

ABSTRACT

This work presents the analytic calculation of the diffraction picture of a step-like wave in a finite wall, submerged in a compressible rotating fluid. The obtained result contents, as a particular case, the reported in a previous paper one and allows us to have a more exact understanding of the studied processes.

1. INTRODUCCION

Desde hace varios años venimos investigando los procesos de propagación y difracción de ondas en fluidos rotatorios y compresibles [1-5]. Específicamente en [3], [4] y [5] se abordó el problema de la difracción de distintas ondas en paredes semi-infinitas sumergidas en el fluido rotatorio y compresible, donde dichas ondas son susceptibles de propagarse. Dichos problemas de difracción constituyeron modelos ideales que permitían formar una idea clara de las características físicas del proceso de difracción de tales ondas en obstáculos más reales. En el presente trabajo hemos logrado resolver de forma analítica el problema de la difracción de una onda escalón en una pared finita sumergida en un fluido rotatorio y compresible. El resultado obtenido contiene al reportado en [1] como caso particular límite, cuando la altura h de la pared tiende a infinito.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Supongamos que en un fluido rotatorio y compresible que ocupa todo el espacio se encuentra sumergida una pared Γ de altura h dirigida a lo largo del eje de rotación del fluido. Sea $\alpha/2$ la velocidad angular de rotación del fluido. Referiremos el estudio de las oscilaciones pequeñas en nuestro fluido a un sistema de coordenadas cartesianas (x_1, x_2, x_3) que gira junto con el fluido y cuyo eje Ox_3 coincide con el eje de rotación del fluido. Las pequeñas oscilaciones lineales de la presión dinámica y de las componentes

v_1, v_2 y v_3 del vector de velocidades de las partículas del fluido se describen por la ecuación [1]:

$$L[u] \equiv \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla^2 u + \alpha^2 u \right] - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} = 0 \quad (1)$$

En (1) hemos considerado, al igual que en [1], una escala tal que la velocidad del sonido $c = 1$ y la posición de equilibrio de la densidad del fluido $\rho = 1$. Considerando movimientos bidimensionales, es decir, aquellos para los que $\partial u / \partial x_2 = 0$, el laplaciano en (1) será $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x_1^2 + \partial^2 / \partial x_3^2$ y en tal caso, como fue demostrado en [1] y [2], en la dirección del eje Ox_3 puede propagarse la onda plana tipo escalón:

$$u_0(x, t) = \theta(t - x_3) \quad (2)$$

donde $\theta(t)$ es la función paso unitario de Heaviside y u_0 por su sentido físico es la componente v_1 en la dirección del eje Ox_1 de la velocidad de las partículas del fluido.

Supongamos que la onda (2) se propaga en nuestro fluido y llega al borde inferior de la pared $\Gamma = \{x \in (x_1, x_3): x_1 = 0, 0 < x_3 < h\}$ en el instante $t = 0$ y comienza el proceso de difracción. Si representamos por

$$U(x, t) = u_0(x, t) + u(x, t) \equiv \theta(t - x_3) + u(x, t) \quad (3)$$

al campo ondulatorio total, entonces, como $U|_{\Gamma} = 0$, para el campo difractado $u(x, t)$ tendremos el siguiente problema [1,2,3]:

¹E-mail:marin@ff.oc.uh.cu

$$L[u] \equiv \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla^2 u + \alpha^2 u \right] - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} = 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^2 \Gamma, t > 0$$

$$\frac{\partial^k u}{\partial t^k} \Big|_{t=0} = 0 \quad \forall k = 0, 1, 2, 3$$

(4)

$$u|_{\Gamma} = -\theta(t - x_3)$$

que es nuestro problema de frontera a resolver.

3. SOLUCION DEL PROBLEMA

Siguiendo el esquema desarrollado en los trabajos ya referidos, proponemos la solución de (4) en la forma del potencial:

$$u(x, t) = \int_0^t \int_0^\infty \mu(s, t - \tau) W(x - y(s), \tau) ds d\tau \quad (5)$$

donde $x = (x_1, x_3)$, $y(s) = (0, s)$ y $W(x, t)$ es la solución fundamental del operador $L[u]$, [1]:

$$W(x, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\theta(t - |x|)}{\sqrt{t^2 - |x|^2}} \cos \left(\alpha \frac{x_1}{|x|} \sqrt{t^2 - |x|^2} \right) \quad (6)$$

Aquí, $|x| = \sqrt{x_1^2 + x_3^2}$. Por construcción (5) satisface la ecuación y las condiciones iniciales del problema (4). Exijamos que cumpla, también, la condición de frontera:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^t \int_0^\infty \mu(s, t - \tau) \frac{\theta(\tau - |x_3 - s|)}{\sqrt{\tau^2 - |x_3 - s|^2}} ds d\tau = \\ = -\theta(t - x_3) \theta(h - x_3) \quad \forall x_3 > 0 \end{aligned} \quad (7)$$

De tablas [6] se conoce:

$$\frac{\theta(t - a)}{\sqrt{t^2 - a^2}} \xrightarrow{L} K_0(pa), \theta(t - b) \xrightarrow{L} \frac{e^{-pb}}{p}$$

donde $K_0(z)$ es la conocida función cilíndrica de MacDonal de argumento imaginario y \xrightarrow{L} significa que la función de la derecha es la transformada de Laplace de la función de la izquierda. Por lo tanto, aplicando a (7) la transformada de Laplace y denotando por $M(s, p)$ a la transformada de Laplace de la función incógnita $\mu(s, t)$, obtenemos:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty M(s, p) K_0(p |x_3 - s|) ds = -\theta(h - x_3) \frac{e^{-px_3}}{p}, \quad x_3 > 0 \quad (8)$$

La ecuación integral (8) se resuelve por el método de Wiener-Hopf [1-5]. Para ello proponemos:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty M(s, p) K_0(p |x_3 - s|) ds = f_+(x_3) + f_-(x_3) \quad (9)$$

con

$$f_+(x_3) = \begin{cases} -\theta(h - x_3) \frac{e^{-px_3}}{p} \quad \forall x_3 > 0; \\ 0 \quad \forall x_3 < 0 \end{cases}$$

$$f_-(x_3) = \begin{cases} 0 \quad \forall x_3 > 0 \\ e(x_3) \quad \forall x_3 < 0 \end{cases} \quad (10)$$

Aquí y en lo adelante consideramos que las funciones $\mu(s, t)$, $M(s, p)$ y $e(x_3)$ cumplen los siguientes requisitos:

$$|\mu(s, t)| < \frac{C(t)}{\sqrt{s}}, |M(s, p)| < \frac{C(p)}{\sqrt{s}}, |e(x_3)| < B$$

Aplicando a (9) la transformada de Fourier, obtenemos:

$$\frac{1}{2} \frac{M_+^F(k, p)}{\sqrt{k^2 + p^2}} = F_+(k) + F_-(k) \quad (11)$$

donde

$$F_+(k) = \frac{1}{ip(k + ip)\sqrt{2\pi}} \left[1 - e^{i(k+ip)h} \right] \quad (12)$$

es la transformada unilateral de Fourier de $f_+(x_3)$, $F_-(k)$ es la transformada unilateral de Fourier de $f_-(x_3)$ y hemos tenido en cuenta [6] que:

$$K_0(p |x_3 - s|) \xleftarrow{F} \rightarrow \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{k^2 + p^2}}$$

Aquí, $\xleftarrow{F} \rightarrow$ significa que la función de la derecha es la transformada de Fourier de la función de la izquierda. En (11), $M_+^F(k, p)$ representa la transformada unilateral de Fourier de $M(s, p)$. El proceso usual de factorización nos permite escribir (11) en la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{M_+^F(k, p)}{\sqrt{k^2 + p^2}} - \frac{\sqrt{-2ip}}{ip(k + ip)\sqrt{2\pi}} \left[1 - e^{i(k+ip)h} \right] = \\ = \frac{\sqrt{k - ip} - \sqrt{-2ip}}{ip(k + ip)\sqrt{2\pi}} \left[1 - e^{i(k+ip)h} \right] + F_-(k) \sqrt{k + ip} \end{aligned} \quad (13)$$

En (13) tenemos a la izquierda una función analítica para $\text{Im } k > -\text{Re } p$ y a la derecha una función analítica para $\text{Im } k < \text{Re } p$. Por el teorema de unicidad

de las funciones analíticas, ambas funciones son iguales en la franja $-\text{Re } p < \text{Im } k < \text{Re } p$ a una función analítica única que, como tiende a cero para $k \rightarrow \infty$, por el teorema de Liouville es idénticamente nula. Por lo tanto:

$$M_+^F(k, p) = -\frac{2e^{i\pi/4}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{1}{\sqrt{k+ip}} [1 - e^{i(k+ip)}] \quad (14)$$

Aplicando la transformada inversa de Fourier a (14), se obtiene:

$$M(s, p) = -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi p}} \left[\frac{\theta(s)}{\sqrt{s}} - \frac{\theta(s-h)}{\sqrt{s-h}} \right] \quad (15)$$

y, aplicando la fórmula de Mellin, finalmente se obtiene:

$$\begin{aligned} \mu(s, t) &= -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{\theta(s)\theta(t-s)}{\sqrt{s}\sqrt{t-s}} + \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{\theta(s-h)\theta(t-s)}{\sqrt{s-h}\sqrt{t-s}} = \\ &= \mu_\infty(s, t) - \mu_h(s, t) \end{aligned} \quad (16)$$

donde

$$\mu_\infty(s, t) = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{\theta(s)\theta(t-s)}{\sqrt{s}\sqrt{t-s}} \quad (17)$$

es la función que aparece (ver [1]) en la solución del problema de la difracción de la onda escalón en una barrera semiinfinita ($h = \infty$) y

$$\mu_h(s, t) = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{\theta(s-h)\theta(t-s)}{\sqrt{s-h}\sqrt{t-s}} \quad (18)$$

es el aporte dado a dicha función por la presencia del borde superior de la barrera en el punto $x = h$.

La solución del problema de difracción viene dada por la fórmula (3) donde $u(x, t)$ se expresa por (5) en la que $\mu(s, t)$ es (16).

4. ANALISIS FISICO DEL RESULTADO

Como puede apreciarse de un análisis detallado de la expresión analítica de la solución obtenida, para tiempos $t < h$, el aporte en (5) de $\mu_h(s, t)$ es nulo y la solución coincide con la reportada en [1] para la difracción en la barrera semiinfinita. Ello significa que, como era de esperar, para tiempos tales que el frente de la onda escalón no ha rebasado aún el borde superior de la barrera de altura h , la onda se difracta sólo en el borde inferior, igual que si la pared fuera semiinfinita. Sin embargo, para $t > h$, el frente de la onda escalón ha rebasado el borde superior de la pared finita y, por lo tanto, este borde comienza a influir en el cuadro de difracción que ya comienza a ser completamente distinto: al aporte de $\mu_\infty(s, t)$ en la solución, empieza a añadirse el aporte de $\mu_h(s, t)$ que, físicamente, significa la segunda difracción en el borde superior de la pared.

A fin de ganar mayor claridad en el proceso de difracción arriba descrito, en la actualidad estamos realizando el cálculo numérico de las integrales aquí reportadas.

El autor quiere agradecer al exalumno Ricardo Díaz Llanes su colaboración en la realización de este trabajo mediante el cual pudo realizar y defender su Trabajo de Diploma para graduarse como Licenciado en Física de la Universidad de La Habana.

REFERENCIAS

- MARIN ANTUÑA, J. (1984): "Sobre una ecuación para ondas bidimensionales en un líquido giratorio y compresible", **Revista Cubana de Física**, IV(3).
- _____ (1985): "Sobre la excitación de ondas en un líquido giratorio y compresible", **Revista de Ciencias Matemáticas**, VI(1).
- _____ (1987): "Difracción de ondas planas en líquidos giratorios compresibles", **Revista Cubana de Física**, VII(2).
- _____ (1990): "Difracción del paquete de Bessel en un líquido giratorio y compresible", **Revista Cubana de Física**, X(1).
- _____ (1990): "Estudio de la difracción de una onda no estacionaria en un fluido giratorio y compresible", **Revista Cubana de Física**, X(2).
- BATEMAN, HARRY and ARTHUR ERDWLYI (1954): **Tables of Integral Transforms**, McGraw-Hill Book Company Inc. New York, Toronto, London.

ECUACION DE LORENTZ

J.H. Caltenco, J. López-Bonilla¹, Marco A. Martínez y A.S. Xequé-Morales

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, México DF

RESUMEN

Se muestra que la ecuación de Lorentz admite integración exacta cuando el campo electromagnético externo es constante. Para este fin se emplean los eigenvectores del tensor de Faraday y una ecuación diferencial de segundo orden para el vector tangente a la línea universo, originándose así un método más simple comparado con los procesos de Plebański [1], Synge [2] y Piña [3].

ABSTRACT

We show that the Lorentz equation admits exact integration when the external electromagnetic field is constant. For such aim we employ the Faraday tensor and a 2th order differential equation for the tangent vector to world line, which is a process more simple than the methods of Plebański [1], Synge [2] and Piña [3].

1. INTRODUCCION

La trayectoria de una partícula en el espacio de Minkowski está dada por una sucesión de eventos $x_r(s)$:

$$x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z, x_4 = it, i = \sqrt{-1} \quad (1)$$

donde s es el tiempo propio y la velocidad de la luz en el vacío se ha reducido a la unidad. Entonces las correspondientes velocidad, aceleración y super aceleración nos quedan (emplearemos las cantidades y notación de Synge [2,4,5]):

$$\lambda_r = \frac{dx_r}{ds}, \mu_r = \frac{d\lambda_r}{ds}, \nu_r = \frac{d\mu_r}{ds} \quad (2)$$

$$\lambda_r \lambda_r = -1, \mu_r \lambda_r = 0, \lambda_r \nu_r = -\mu_r \mu_r$$

Si la partícula tiene una carga e , entonces la ecuación de Lorentz [4,6,7]:

$$\mu_r = bF_{rj}\lambda_j, \quad b = \frac{e}{m} \quad (3)$$

proporciona su interacción con un campo electromagnético externo caracterizado por el tensor de Faraday [4,8]:

$$(F_{ab}) = \begin{pmatrix} 0 & B_3 & -B_2 & -iE_1 \\ -B_3 & 0 & B_1 & -iE_2 \\ B_2 & -B_1 & 0 & -iE_3 \\ iE_1 & iE_2 & iE_3 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

donde \vec{E} y \vec{B} son los vectores eléctrico y magnético,

respectivamente. En la Sección 2 introducimos el tensor dual de Faraday, esto permite construir la clasificación de F_{ab} propuesta por Synge [2] y Piña [3], de fundamental relevancia en el estudio de las soluciones de (3).

Nuestro problema consiste en integrar la ecuación de Lorentz cuando F_{ac} es constante, lo cual puede hacerse mediante los enfoques:

a) Algebraico

Synge [2,9-11] demuestra que las curvaturas K_r , $r = 1,2,3$ de la línea universo son constantes, y de las fórmulas de Frenet-Serret [10-12] obtienen una ecuación diferencial de cuarto orden para la velocidad λ_r :

$$\frac{d^4}{ds^4} \lambda_r + (k_2^2 + k_3^2 - k_1^2) \frac{d^2}{ds^2} \lambda_r - k_1^2 k_3^2 \lambda_r = 0 \quad (5)$$

cuya solución se apoya en el análisis algebraico de la correspondiente ecuación característica de Euler. Por lo tanto,

$$x_r(s) = x_r(0) + \int_0^s \lambda_r(\theta) d\theta \quad (6)$$

proporciona la curva en términos de las condiciones iniciales $x_a(0)$ y $\lambda_a(0)$.

b) Tensorial

La integración de (3) es inmediata:

$$\lambda_r(s) = \exp(bsF_{rc}) \lambda_c(0) \quad (7)$$

¹E-mail: lopezbjl@hotmail.com

así Plebański [1] y Piña [3] indican cómo calcular la función exponencial de una matriz (o tensor) antisimétrica. Esto determina a $\lambda_r(s)$, y nuevamente de (6) puede obtenerse la trayectoria.

En la Sección 3 exponemos un nuevo proceso (que hemos llamado método algebraico-tensorial) para resolver (3), el cual se apoya en los eigenvectores y valores propios del tensor de Faraday.

2. CLASIFICACION ALGEBRAICA DE F_{ab}

Mediante el símbolo ϵ_{acmn} totalmente antisimétrico de Levi-Civita podemos construir el tensor dual de Faraday [4,8]:

$${}^*F_{ac} = \frac{i}{2} \epsilon_{acmn} F_{mn} \quad (8)$$

con expresión matricial:

$$({}^*F_{ac}) = \begin{pmatrix} 0 & E_3 & -E_2 & iB_1 \\ -E_3 & 0 & E_1 & iB_2 \\ E_2 & -E_1 & 0 & iB_3 \\ -iB_1 & -iB_2 & -iB_3 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Todo tensor antisimétrico y su dual satisfacen las identidades [1,3,8,13-15]:

$$F_{ra}F_{rc} - {}^*F_{ra}{}^*F_{rc} = \frac{I_1}{2} \delta_{ac}, \quad {}^*F_{ra}F_{rc} = \frac{I_2}{4} \delta_{ac} \quad (10)$$

en donde:

$$I_1 = F_{ac}F_{ac} = 2(E^2 - B^2), \quad I_2 = {}^*F_{ac}F_{ac} = 4\vec{E} \cdot \vec{B} \quad (11)$$

son los únicos invariantes (bajo transformaciones de Lorentz) de F_{ij} , los cuales conducen a la clasificación del campo electromagnético introducida por Synge [2,8,10]:

Tipo A: $I_2 \neq 0$

Tipo B: $I_1 < 0, I_2 = 0$

Tipo C: $I_1 = 0, I_2 = 0$ campo Nulo

Tipo D: $I_1 > 0, I_2 = 0$.

Los casos indicados en (12) son de interés porque las características de la línea universo dependen del Tipo de F_{ac} y de las condiciones iniciales.

También podemos escribir (11) en la forma de Piña [3]:

$$I_1 = 2H \cos \gamma, \quad I_2 = 2H \sin \gamma, \quad H \geq 0, \quad 0 \leq \gamma < 2\pi, \quad (13)$$

así (12) nos queda:

$$\begin{aligned} \text{Tipo A: } \gamma \neq 0, \pi, & \quad \text{Tipo B: } \gamma = \pi, \\ \text{Tipo C: } H = 0, & \quad \text{Tipo D: } \gamma = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

El campo electromagnético es no-nulo si al menos uno de sus invariantes es distinto de cero, en este caso existen [4, 13, 16-18] dos eigenvectores nulos γ_r y η_r con valores propios $\pm \lambda$:

$$F_{rc}\gamma_c = \lambda\gamma_r, \quad F_{rc}\eta_c = -\lambda\eta_r, \quad \gamma_r\gamma_r = \eta_r\eta_r = 0, \quad (15)$$

$$\tilde{\lambda} = \frac{1}{4} (I_1^2 + I_2^2)^{1/2} = \frac{H}{2} > 0,$$

$$\lambda = \left(\tilde{\lambda} - \frac{I_1}{4} \right)^{1/2} = \sqrt{H} \sin \frac{\gamma}{2} > 0,$$

lo cual permite expresar a F_{ij} y su dual en términos de sus direcciones principales nulas:

$$F_{rc} = \frac{1}{\gamma_a \eta_a} [\lambda (\gamma_r \eta_c - \gamma_c \eta_r) + i\beta \epsilon_{rcmn} \gamma_m \eta_n],$$

$${}^*F_{rc} = \frac{1}{\gamma_a \eta_a} [-\beta (\gamma_r \eta_c - \gamma_c \eta_r) + i\lambda \epsilon_{rcmn} \gamma_m \eta_n], \quad (16)$$

$$\beta = \epsilon \left(\tilde{\lambda} + \frac{I_1}{4} \right)^{1/2} = \epsilon \sqrt{H} \cos \frac{\gamma}{2} \geq 0, \quad \epsilon = \pm 1.$$

Nótese que siempre se tendrá $\gamma_a \eta_a \neq 0$ debido a la independencia lineal de dichos eigenvectores nulos.

3. METODO ALGEBRAICO-TENSORIAL

Este método no se ha localizado en la literatura y consideramos que es más simple y elemental que los procesos de [1-3] porque sólo involucra relaciones muy conocidas de álgebra tensorial.

En efecto, al emplear (10) en (3) resulta una ecuación diferencial de segundo orden para la aceleración de la carga:

$$\frac{d^2}{ds^2} \mu_r + \frac{b^2}{2} I_1 \mu_r = -\frac{b^3}{4} I_2 {}^*F_{rc} \lambda_c \quad (17)$$

lo cual permite estudiar con facilidad los tipos B, C y D porque para ellos $I_2 = 0$, y una integración da:

$$\frac{d^2}{ds^2} \lambda_r + \frac{b^2}{2} I_1 \lambda_r = v_r(0) + \frac{b^2}{2} I_1 \lambda_r(0) \quad (18)$$

de mayor simplicidad que (5). La naturaleza de las raíces α características de (18) depende del invariante I_1 , por tanto:

Tipo B

$$\alpha = \pm b\lambda, \lambda = \sqrt{-\frac{I_1}{2}} > 0.$$

Entonces la 4-velocidad solución de (18) es:

$$\lambda_r(s) = \lambda_r(0) - \frac{1}{b^2\lambda^2} v_r(0) + A_r e^{b\lambda s} + B_r e^{-b\lambda s} \quad (19)$$

donde las constantes de integración A_r y B_r se determinan en función de las condiciones iniciales:

$$\mu_r(0) = bF_{rc}\lambda_c(0), \quad v_r(0) = b^2F_{rc}F_{cn}\lambda_n(0) \quad (20)$$

Si recordamos que $e^{\pm b\lambda s} = \text{Cosh}(b\lambda s) \pm \text{Senh}(b\lambda s)$, entonces (19) adquiere la forma:

$$\lambda_r(s) = \lambda_r(0) + \frac{1}{b\lambda} \mu_r(0) \text{Senh}(b\lambda s) + \frac{1}{b^2\lambda^2} v_r(0) (\text{Cosh}(b\lambda s) - 1),$$

y así (6) conduce a la trayectoria:

$$x_r(s) = x_r(0) + \left[s \delta_m + \frac{1}{b^2\lambda^2} (\text{Cosh}(b\lambda s) - 1) F_m + \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{1}{b\lambda} \text{Senh}(b\lambda s) - s \right) F_{rc} F_{cn} \right] \lambda_n(0) \quad (21)$$

Tipo C

En estos casos $I_1 = 0$ y es trivial resolver la ecuación (18):

$$\lambda_r(s) = \lambda_r(0) + \mu_r(0)s + v_r(0)\frac{s^2}{2},$$

entonces (6) implica la línea universo:

$$x_r(s) = x_r(0) + \left(s \delta_m + \frac{bs^2}{2} F_m + \frac{b^2s^3}{6} F_{rc} F_{cn} \right) \lambda_n(0) \quad (22)$$

Tipo D

$$\alpha = \pm i\beta\lambda, \quad \beta = \sqrt{\frac{I_1}{2}} > 0.$$

Aquí (18) tiene la solución

$$\lambda_r(s) = \lambda_r(0) + \frac{1}{b\beta} \mu_r(0) \text{Sen}(b\beta s) - \frac{1}{b^2\beta^2} v_r(0) (\text{Cos}(b\beta s) - 1)$$

de donde:

$$x_r(s) = x_r(0) + \left[s \delta_m - \frac{1}{b^2\beta^2} (\text{Cos}(b\beta s) - 1) F_m - \frac{1}{\beta^2} \left(\frac{1}{b\beta} \text{Sen}(b\beta s) - s \right) F_{rc} F_{cn} \right] \lambda_n(0) \quad (23)$$

Ahora sólo nos resta considerar el tipo A y para este fin debemos analizar un poco más el miembro derecho de (17). Las expresiones (16) permiten escribir al tensor de Faraday en función de su dual si en ellas eliminamos el símbolo de Levi-Civita, en efecto:

$$*F_{rc} = \frac{\lambda}{\beta} F_{rc} - \frac{1}{\gamma_a \eta_a} \left(\beta + \frac{\lambda^2}{\beta} \right) (\gamma_r \eta_c - \gamma_c \eta_r)$$

que al sustituir junto con (3) en (17) implica

$$\frac{d^2}{ds^2} \mu_r + b^2 H^2 \text{Cos}^2 \frac{\gamma}{2} \mu_r = f_r(s) \quad (24)$$

en donde

$$f_r(s) = \frac{b^3 \lambda \tilde{\lambda}}{\gamma_a \eta_a} (\gamma_r \eta_c - \gamma_c \eta_r) \lambda_c \quad (25)$$

Sin embargo de (3) y (15) es fácil ver que:

$$\gamma_c \lambda_c = \lambda_c(0) \gamma_c e^{-b\lambda s}, \quad \eta_c \lambda_c = \lambda_c(0) \eta_c e^{b\lambda s}$$

que en unión de (15) y (16) determinan $f_r(s)$ vía (25):

$$f_r(s) = M_r \text{Cosh}(b\lambda s) + N_r \text{Senh}(b\lambda s),$$

$$M_r = b^3 \left(\lambda^2 F_{rc} - \frac{I_2}{4} F_{rc} \right) \lambda_c(0), \quad (26)$$

$$N_r = b^3 \lambda \left[\left(\tilde{\lambda} + \frac{I_1}{4} \right) \delta_{rc} - F_m F_{cn} \right] \lambda_c(0).$$

Sustituyendo (26) en (24) se logra la solución:

$$\mu_r(s) = B_r \text{Cosh} \left(bHs \cdot \text{Cos} \frac{\gamma}{2} \right) + C_r \text{Sen} \left(bHs \cdot \text{Cos} \frac{\gamma}{2} \right) + \frac{1}{2b^2 \tilde{\lambda}} f_r(s),$$

$$B_r = \mu_r(0) - \frac{1}{2b^2\tilde{\lambda}} M_r, \quad (27)$$

$$C_r = \frac{1}{bH\cos\frac{\gamma}{2}} \left(v_r(0) - \frac{\lambda}{2b\tilde{\lambda}} N_r \right),$$

generándose así la trayectoria:

$$x_r(s) = x_r(0) - \frac{1}{bH\cos\frac{\gamma}{2}} \left[\left(\cos\left(bHs \cdot \cos\frac{\gamma}{2}\right) - 1 \right) B_r - \right. \\ \left. - \sin\left(bHs \cdot \cos\frac{\gamma}{2}\right) C_r \right] + \frac{1}{2b^4\lambda^2\tilde{\lambda}} (f_r(s) - M_r) \quad (28)$$

en donde se ha empleado la identidad:

$$\lambda_r(0) + \frac{1}{bH\cos\frac{\gamma}{2}} C_r - \frac{1}{2b^3\lambda\tilde{\lambda}} N_r = 0 \quad (29)$$

con $\mu_r(0)$ y $v_r(0)$ dadas por (20).

Así queda completamente resuelto el movimiento de una carga puntual bajo los diversos tipos de campos electromagnéticos constantes. Nuestras expresiones (21), (22), (23) y (28) coinciden con las relaciones (4.6), (4.7), (4.8) y (4.9) de Piña [3].

REFERENCIAS

1. J. PLEBAŃSKI, J. (1961): **Bull. Acad. Polon. Sci. Cl.** 9, 587-593.
2. SYNGE, J.L. (1967): **Proc. R. Irish Acad.** A65, 27.
3. PIÑA, E. (1967): **Rev. Mex. Fis.** 16, 233.
4. SYNGE, J. L. (1965): *Relativity: The special theory*, North Holland Pub; Amsterdam, Chap.9
5. _____ (1970): **Ann. Mat. Pura Appl.** 84, 33.
6. INFELD, L. and P.R. WALLACE (1940): **Phys. Rev.** 57, 797.
7. ANDERSON, J.L. (1967): *Principles of relativity Physics*, Academic Press, NY.
8. LOPEZ -BONILLA, J. (1985): **Rev. Colomb. Fis.** 17, 1.
9. HONIG, E.; E.L. SCHUCKING and C.V. VISHVESHWARA (1974): **J. Math Phys.** 15, 774.
10. LOPEZ- BONILLA, J.; G. OVANDO and J. RIVERA (1997): **Proc. Indian Acad. Sci. (Math. Sci.)**, 107, 43
11. LOPEZ - BONILLA, J.; G. OVANDO. and J. RIVERA (1999): **J. Moscow Phys. Soc.** 9, 83.
12. LANCZOS, C. (1970): *Space through the ages*, Academic Press, London (1970)
13. RAINICH, G.Y. (1925): **Trans. Am. Math. Soc.** 27, 106.
14. WHEELER, J.A. (1962): *Geometrodynamics*, Academic Press NY.
15. PENNEY, R. (1964): **J. Math. Phys.** 5, 1431.
16. SYNGE, J.L. (1935): *Univ. Toronto Stud. Appl. Math. Ser.*, 1.
17. LUDWIG, G. (1969): **Am. J. Phys.** 37, 1225.
18. SINGH, K. P. and S.R. ROY (1972): **Indian J. Pure Appl. Math.** 3, 532.

40 AÑOS DE LA CARRERA DE FÍSICA EN LA UNIVERSIDAD DE LA HABANA: PREGRADO Y POSTGRADO

O. de Melo, Facultad de Física, Universidad de La Habana

RESUMEN

Se hace un recuento crítico de algunos aspectos relacionados con la Carrera de Física en la Universidad de La Habana. En particular se analiza el comportamiento de las matrículas y los egresados durante los 40 años transcurridos desde su creación y se hace un esbozo de los resultados obtenidos en los estudios de postgrado. Se proponen algunas consideraciones que pueden ayudar al establecimiento de estrategias para el desarrollo de la Física cubana

ABSTRACT

A critical report is done of some aspects related to the Career of Physics in the University of Havana. In particular the behavior of the number of matriculated and graduated students is analyzed during the 40 years elapsed since its creation. An outline of the graduate studies results is done. Some considerations are proposed that can help to the elaboration of strategies for the development of Cuban Physics

1. INTRODUCCION

La carrera de Física nació a raíz de la Reforma Universitaria de 1962. Se empezó a estudiar en la Escuela de Física adscrita a la Facultad de Ciencias que comprendía también las escuelas de Matemática, Química, Ciencias Biológicas, Geografía y Psicología.¹ El grado de licenciado había sustituido al de Bachiller desde 1880 pero las especialidades relacionadas con la Física eran desde entonces y hasta ese momento las Ciencias Físico-Matemáticas y las Ciencias Físico-Químicas.² La escuela se formó con dos departamentos: el de Física General y Experimental y el de Física Teórica y Estructura de la Materia. De las múltiples aristas que presenta el análisis histórico del desarrollo de la carrera de Física, nos detendremos en este trabajo a analizar algunos aspectos de los estudios de pregrado y el postgrado durante estos 40 años. Otros aspectos tan importantes como el desarrollo de las investigaciones científicas y la influencia de la colaboración internacional en la Física cubana quedan pendientes por las limitaciones de tiempo tal vez para una ocasión posterior.

2. ESTUDIOS DE PREGRADO

El plan de estudios de la Reforma de 1962 (ver Figura 1) contemplaba en lo que a Física se refiere 4 semestres de Física Superior, 2 semestres de Mecánica Racional, 2 semestres de Física atómica y nuclear, 5 semestres de prácticas de Física, 2 semestres de prácticas de Física Atómica y Nuclear, 2 semestres de Electrónica (uno llamado Circuitos Eléctricos y otro Radioelectrónica) y 6 semestres de Física Teórica. Aparte de los avances

realizados en Electrónica y Computación hay que decir que 40 años de Física han cambiado poco, tanto el esquema como los temas que persisten de forma muy similar en nuestro plan de estudios actual (el cuarto después de aquel de la Reforma). Es justo decir también que este plan que ya contemplaba asimismo 5 semestres de Filosofía, 3 de Idioma extranjero y 2 de Química General fue llevado a efecto de una forma más bien relajada y muchas de las asignaturas en él previstas se incluyeron realmente varios años después. Esta cercanía entre las estructuras de los planes (el actual y el de la reforma) tiene que ver primero con que el plan del 62 era un buen proyecto, y en segundo lugar a una cierta falta de actualización de nuestro plan actual.

En los 40 cursos transcurridos desde entonces 3 284 estudiantes matricularon en la carrera y 866 se graduaron como licenciados en Física. Descontando de la matrícula total la de los últimos cuatro años (153 matriculados) nos queda un índice de 28 % de egresados respecto de la matrícula. Esta cifra global, sin embargo representa un promedio de un valor que ha tenido grandes altas y bajas; por esta razón es conveniente realizar un análisis más detallado del comportamiento de las matrículas y de los egresados. En la Figura 2 se muestra la matrícula de nuevo ingreso para cada uno de los 40 cursos escolares transcurridos desde 1962. Estos datos que fueron obtenidos a partir de diferentes fuentes tienen un determinado grado de incertidumbre particularmente en los primeros años pero aún así sirven de guía para analizar las variaciones sufridas por la matrícula. El incremento brusco que se observa en el curso 1977-1978 coincide con el interés por el desarrollo de la física nuclear y en el caso particular

ESCUELA DE FISICA

Licenciatura en Fisica

PRIMER AÑO

| <i>Primer Semestre</i> | <i>H—S</i> | <i>Segundo Semestre</i> | <i>H—S</i> |
|---|------------|--|------------|
| 1.—Análisis Matemático 1 | 5 | 1.—Análisis Matemático 2 | 5 |
| 2.—Geometría Analítica 1 | 4 | 2.—Geometría Analítica 2 | 4 |
| 3.—Física Superior 1 | 6 | 3.—Física Superior 2 | 6 |
| 4.—Introducción a las Prácticas de Física | 2 | 4.—Prácticas de Física 1 | 4 |
| 5.—Química General 1 | 4 | 5.—Química General 2 | 4 |
| 6.—Dibujo Básico | 5 | 6.—Taller de Mecánica | 3 |
| 7.—Idioma Extranjero 1 | 3 | 7.—Idioma Extranjero 2 | 3 |
| 8.—Materialismo Dialéctico e Histórico 1 | 3 | 8.—Materialismo Dialéctico e Histórico 2 | 3 |
| | <hr/> | | <hr/> |
| | 32 | | 32 |

SEGUNDO AÑO

| <i>Primer Semestre</i> | <i>H—S</i> | <i>Segundo Semestre</i> | <i>H—S</i> |
|--|------------|------------------------------------|------------|
| 1.—Análisis Matemático 3 | 5 | 1.—Análisis Matemático 4 | 5 |
| 2.—Física Superior 3 | 6 | 2.—Física Superior 4 | 6 |
| 3.—Prácticas de Física 2 | 4 | 3.—Prácticas de Física 3 | 4 |
| 4.—Mecánica Racional 1 | 7 | 4.—Mecánica Racional 2 | 6 |
| 5.—Taller de Vidriería | 3 | 5.—Análisis Tensorial | 4 |
| 6.—Idioma Extranjero 3 | 3 | 6.—Idioma Extranjero 4 | 3 |
| 7.—Materialismo Dialéctico e Histórico 3 | 3 | | |
| | <hr/> | | <hr/> |
| | 31 | | 28 |

TERCER AÑO

| <i>Primer Semestre</i> | <i>H—S</i> | <i>Segundo Semestre</i> | <i>H—S</i> |
|---|------------|--|------------|
| 1.—Análisis Matemático 5 | 5 | 1.—Análisis Matemático 6 | 5 |
| 2.—Física Atómica y Nuclear 1 | 5 | 2.—Física Atómica y Nuclear 2 | 5 |
| 3.—Prácticas de Física 4 | 4 | 3.—Prácticas de Física Atómica y Nuclear 1 | 4 |
| 4.—Física Teórica 1 | 5 | 4.—Física Teórica 2 | 5 |
| 5.—Circuitos Eléctricos | 6 | 5.—Radioelectrónica | 6 |
| 6.—Economía Política 1 | 3 | 6.—Economía Política 2 | 3 |
| | <hr/> | | <hr/> |
| | 28 | | 28 |

CUARTO AÑO

| <i>Primer Semestre</i> | <i>H—S</i> | <i>Segundo Semestre</i> | <i>H—S</i> |
|--|------------|---|------------|
| 1.—Métodos Matemáticos de la Física 1 | 5 | 1.—Métodos Matemáticos de la Física 2 | 5 |
| 2.—Física Teórica 3 | 4 | 2.—Física Teórica 4 | 4 |
| 3.—Prácticas de Física Atómica y Nuclear 2 | 4 | 3.—Física Teórica 5 | 6 |
| 4.—Asignaturas de la Especialidad | 12 | 4.—Asignaturas de la Especialidad | 10 |
| | <hr/> | | <hr/> |
| | 28 | | 28 |

QUINTO AÑO

| <i>Primer Semestre</i> | <i>H—S</i> | <i>Segundo Semestre</i> | <i>H—S</i> |
|---|------------|---|------------|
| 1.—Métodos Matemáticos de la Física 3 | 5 | 1.—Asignaturas de la Especialidad | 6 |
| 2.—Física Teórica | 6 | | |
| 3.—Asignaturas de la Especialidad | 13 | | |
| | <hr/> | | <hr/> |
| | 24 | | |

Figura 1

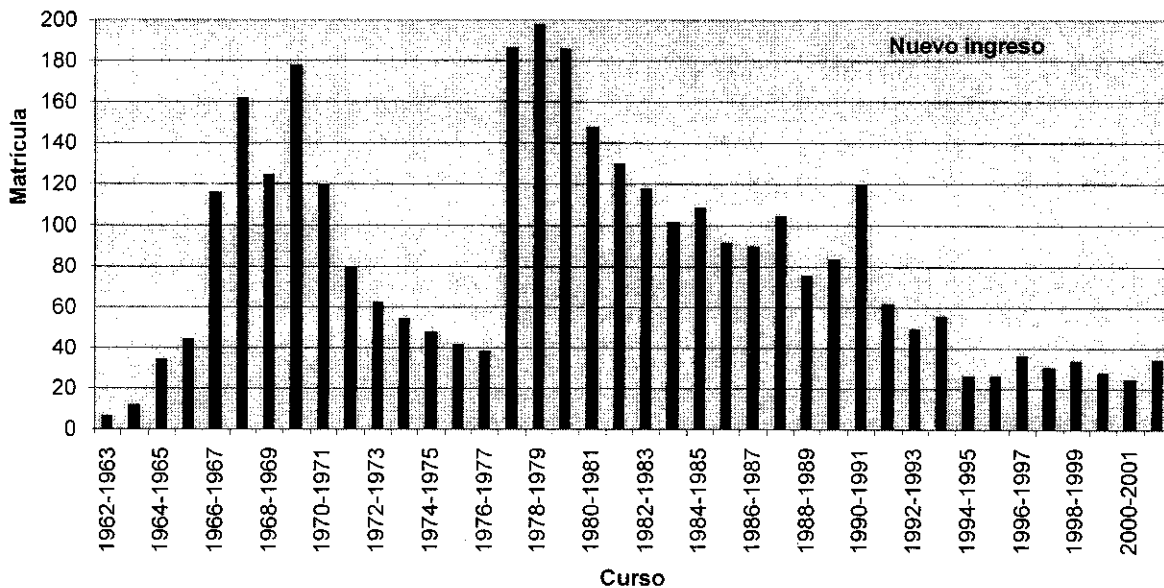


Figura 2

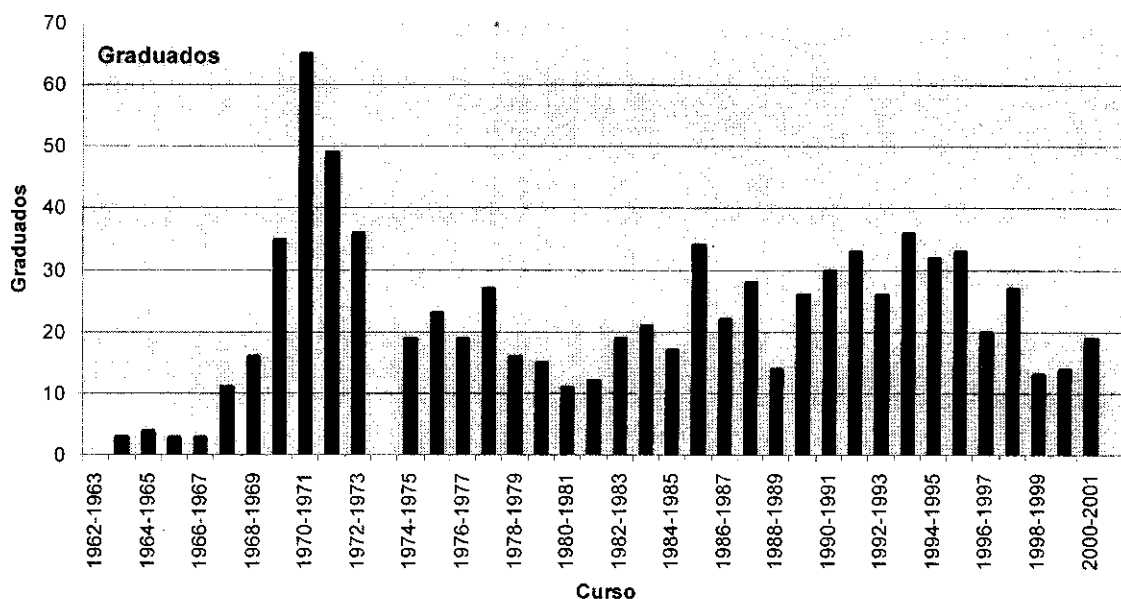


Figura 3

del curso 1978-1979 con la coincidencia de dos años terminales en la enseñanza media. A partir de este curso se observa un decrecimiento sistemático de las matrículas hasta una estabilización (en alrededor de 30 estudiantes) a partir del curso 1994-1995. En la Figura 3 se observa el comportamiento de los egresados. La ausencia de graduados en el curso 1973-1974 tiene que ver con el hecho de que durante tres años la carrera de Física tuvo una duración de cuatro años; en este curso volvió a implantarse el régimen de cinco años. De la comparación de estas figuras se puede observar que la cantidad de graduados no guarda la relación esperada con la matrícula. Para evidenciar este hecho, en la Figura 4 se presenta una comparación entre la matrícula y el número de graduados cinco años mas tarde (o cuatro durante los años en que duró la carrera de cuatro años). Aquí hay que tomar en cuenta que en

general los graduados al cabo de cinco años no son todos provenientes de la matrícula cinco años antes. Esto es debido a que los estudiantes que repitieron algún año (que no son pocos) provenían de matrículas anteriores a los cinco años y esto sobrestima el dato de promoción que pueda calcularse respecto a la matrícula inicial. Sin embargo, de los matriculados en cualquiera de los cursos, algunos iban a graduarse por la misma razón en algún año posterior a los cinco años; y esto subestima el número de graduados en un determinado curso. Si ambos efectos son de magnitudes similares podemos suponer con buena aproximación que el número de graduados de cada matrícula inicial es el que se reporta en la figura; que no debe confundirse con el número de graduados al cabo de cinco años. De este último dato no disponemos. De cualquier modo es evidente la relativa independencia del número de

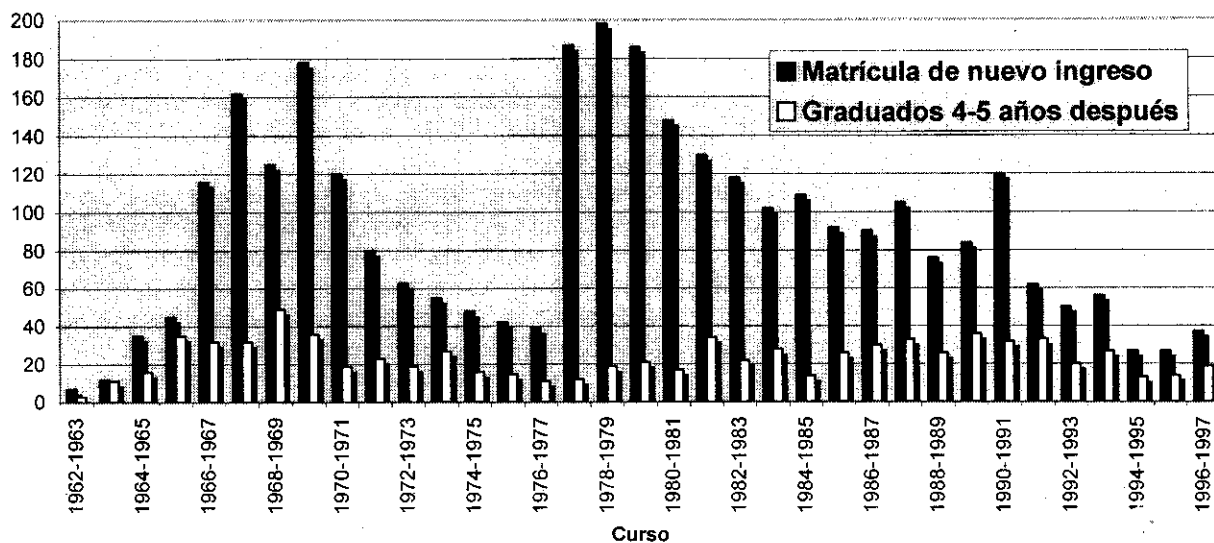


Figura 4

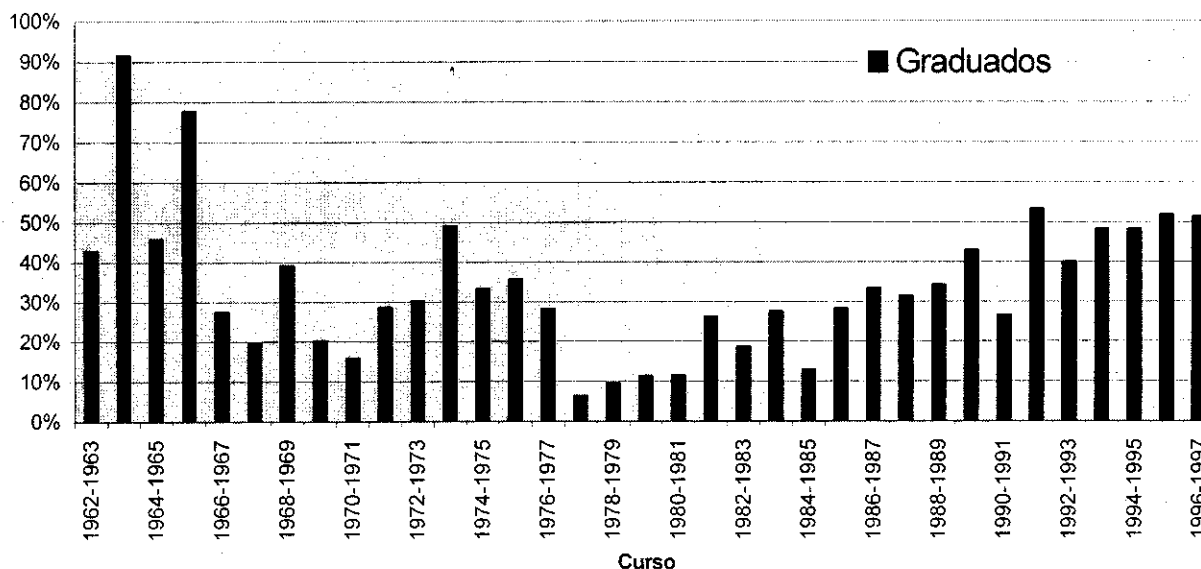


Figura 5

egresados respecto a la matrícula que los generó: mientras que las oscilaciones de las matrículas llegan a más de 100 estudiantes, las correspondientes variaciones de los egresados difícilmente sobrepasan los 15 estudiantes. Los casos extremos son las matrículas de los cursos 1978-1979 y 1996-1997. De esta figura se puede obtener el por ciento de estudiantes que se graduaron cada uno de los cursos, este por ciento es mostrado en la Figura 5. Según esto y considerando que estas cifras están de alguna manera relacionadas con la eficiencia, la mayor eficiencia (descartando algunas fluctuaciones) está en los grupos que matricularon a partir del curso 1991-1992. Esta poca influencia de la matrícula inicial sobre el número de graduados refleja en mi opinión que siendo la masa de jóvenes interesados y con reales aptitudes para la física realmente pequeña; una ampliación de la matrícula ha servido entonces, en muchos casos sólo para llenar las aulas de los primeros años sin una real contribución al número de egresados. Esto nos conduce a la conclusión de que

cualquier intento de aumentar las matrículas debe estar precedido de una fuerte labor de motivación hacia la física, y desde luego de un proceso de selección cuidadoso. Por cierto, según se ha evidenciado en recientes análisis de la situación de la Física y la Matemática en Cuba, el trabajo vocacional empieza en la escuela media pero para que sea efectivo requiere de llegar a los posibles empleadores y en general a amplios sectores de la sociedad. Creo que muchos estudiantes con aptitudes para la física no estudian esta carrera por razones diferentes al gusto o la vocación. La posibilidad de tener un buen empleo después de la graduación hace que otras carreras parezcan (y tal vez lo sean) más atractivas. En algunas regiones del país muchos estudiantes de enseñanza media ven la carrera de Física como un modo largo y difícil de convertirse en un profesor.

En relación con el pregrado debiera agregarse que el arsenal de físicos cubanos se ha formado también a partir de otras fuentes no consideradas en el

análisis anterior. La Licenciatura en Física existe también en la Universidad de Oriente desde 1970. Hasta el 2000 se habían graduado allí 334 físicos³. En la Universidad Central de las Villas se habían graduado 12 físicos antes de 1976⁴. También el Instituto Superior en Ciencia y Tecnología Nuclear ha graduado un número importante de Físicos Nucleares. Por último algunas decenas de físicos se formaron en el extranjero.

3. ESTUDIOS DE POSTGRADO

Un desarrollo ulterior de la enseñanza de la Física en Cuba fue el establecimiento de programas de postgrado. El programa de maestría en Física comenzó en la década de los 70 y luego de un periodo de interrupción, se reinició 1994. En esta segunda etapa se han graduado con una fuerte componente de investigación, 91 maestros en diversas ramas de la Física que incluyen la teoría de la materia condensada, la física de los materiales y dispositivos, la obtención y caracterización de distintos tipos de materiales, y más recientemente la Física de los sistemas complejos y la fotoacústica. De estos 91 graduados, 20 alcanzaron después el grado de Doctor. En un reciente informe³ para la acreditación del programa se reflejaron una serie de resultados que avalan su calidad. Entre ellos vale destacar que 7 de las tesis están relacionadas con premios anuales de la Academia de Ciencias, que el 100 % de los profesores del claustro son doctores y que estos doctores han acumulado más de 200 artículos y 50 premios a distintos niveles en los últimos 5 años.

Se defienden tesis de doctorado desde 1974. Un diagnóstico del estado de la Física en Cuba⁶ realizado en el año 2001 presenta datos recogidos de la Comisión Nacional de Grados Científicos (CNGC) que se resumen en las Figuras 6 y 7. Ellos son la cantidad de defensas por año y la distribución por temáticas. La cantidad de doctores recogida en estos datos es 187, habría que sumar aquellos que se graduaron en el extranjero y que no han homologado el título ante la CNGC. De todas maneras esta cifra representa uno de los per cápita más altos de América Latina. Esta última

consideración, sin embargo, no debe sobrevalorarse pues no da adecuadamente la medida de nuestras potencialidades reales: la inmensa mayoría de los doctorados han requerido y requieren de una contribución apreciable de programas, instituciones y laboratorios de otros países. Esto es debido fundamentalmente a la escasez de equipamiento con la consecuencia ulterior de un alargamiento más allá de lo razonable de la duración de los estudios de doctorado. Esto se refleja en que sólo 17 de los 187 doctores tienen edades por debajo de los 40 años.

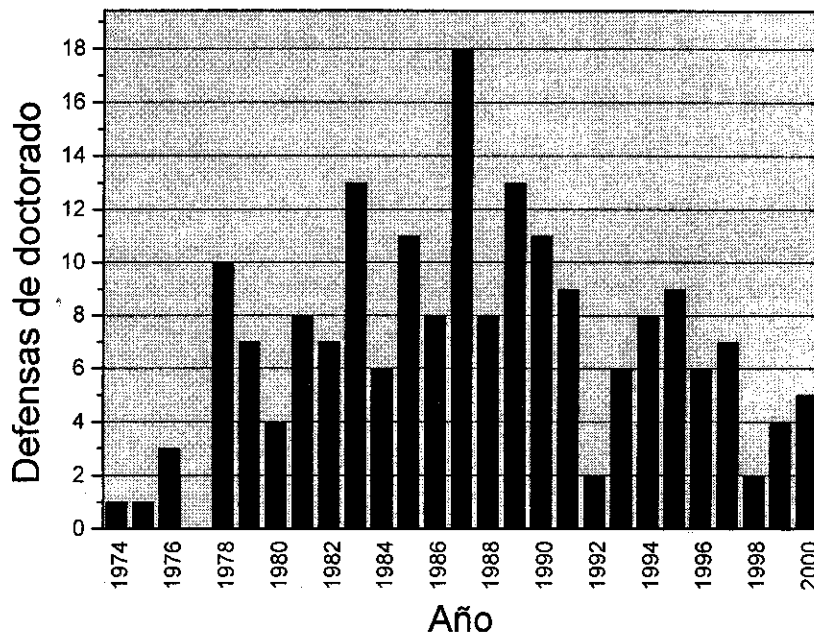


Figura 6.

Distribución de los doctorados por temáticas

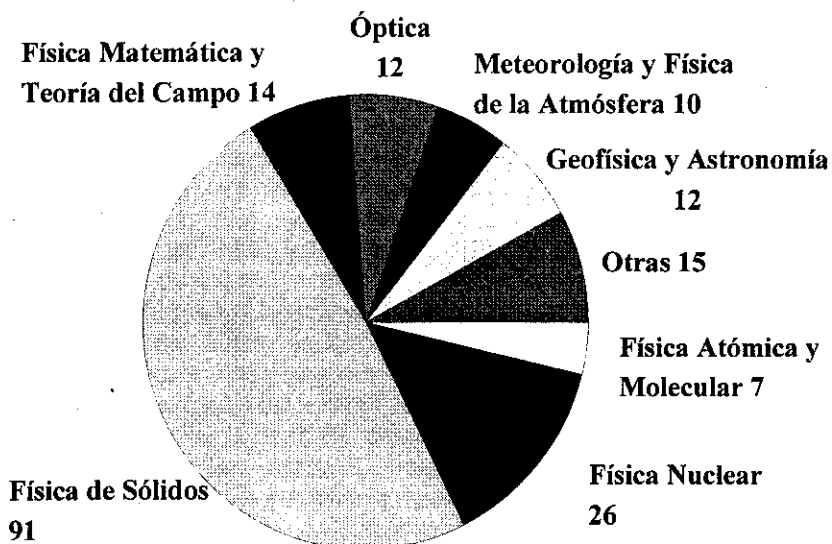


Figura 7.

4. CONCLUSIONES

Es importante establecer estrategias y prioridades en cuanto al desarrollo de la Física se refiere. Entre las diversas consideraciones que pudieran hacerse en distintos aspectos quiero señalar tres que me parecen realmente importantes. Es necesario incrementar mediante un fuerte trabajo vocacional (en el amplio sentido señalado arriba) la cantidad y la calidad de los estudiantes de pregrado de Física. Creo también que es necesario actualizar la carrera de modo que gane en enfoques modernos, temas novedosos, y una orientación multidisciplinaria. Hay que buscar también un mejor acople entre pregrado y

postgrado: muchos pensamos que 5 años de estudios de pregrado, dos de maestría y cuatro o más de doctorado es demasiado tiempo. Ojalá lo logremos para que el modo de pensar de los físicos y sus herramientas de trabajo características tengan en el futuro una mayor influencia en la sociedad, en la cultura y en la industria cubana.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a varios de mis colegas de la Facultad de Física por sus útiles sugerencias y comentarios. También a J. Almaral y A. Cedeño por la ayuda en la búsqueda de los datos de matrículas y egresados.

REFERENCIAS

1. HENRIQUES RODRIGUEZ, RUTH DAYSI (2001): **Revista Cubana de Educación Superior** XXI(8).
2. ALTSHULER, JOSE y ANGELO BARACCA (en imprenta).
3. MENDEZ PEREZ, LUIS y ANGELO BARACCA (2001): **Revista Cubana de Física** 18, 146.
4. BARACCA, ANGELO; VICTOR FAJER y VICTOR BRUNO HENRIQUEZ (en imprenta).
5. SANCHEZ, M. (2002): Informe presentado en defensa de la acreditación de la maestría, enero.
6. RODRIGUEZ, C. (2001): Diagnóstico del estado de la Física en Cuba (no publicado).

CONTROL DE LA CALIDAD EN LA TOMOGRAFIA POR EMISION DE FOTONES (SPECT)

Carlos A. Sánchez Catasús*, Oscar Díaz Rizo** y Angel Aguila Ruiz*

*Departamento de Medicina Nuclear, Centro Internacional de Restauración Neurológica

**Instituto Superior de Ciencia y Tecnología Nucleares

RESUMEN

En este trabajo se abordan los parámetros característicos de funcionamiento de un sistema de tomografía por emisión de fotones (SPECT) y los aspectos más importantes del control de la calidad. Además, se presentan algunas de las experiencias del Departamento de Medicina Nuclear del Centro Internacional de Restauración Neurológica (CIREN).

ABSTRACT

The functioning characteristic parameters of the Single Photon Emission Computerized Tomography (SPECT) and their quality control are afforded. Also, some of the experiences in this field, in the Department of Nuclear Medicine of the International Center for Neurological Restoration are presented.

INTRODUCCION

La tomografía por emisión de fotones (SPECT, del Inglés *Single Photon Emission Computed Tomography*) es un procedimiento de diagnóstico médico que permite la obtención de imágenes de la distribución tridimensional de un radiofármaco, previamente administrado a un paciente [1,2]. Este radiofármaco se distribuye de acuerdo a algún proceso bioquímico o fisiológico en un determinado órgano del cuerpo humano. Las imágenes se logran por medio de detectores especializados de radiación gamma (cámaras gamma rotatorias o sistemas anulares multidetectores) y métodos de reconstrucción tomográfica [2]. Las aplicaciones más importantes de este procedimiento diagnóstico se centran en el estudio del corazón y el cerebro [1-3].

El alto grado de sofisticación tecnológica de la SPECT hace imprescindible un estricto programa de control de la calidad, si se quiere que la información que genera dicho procedimiento sea confiable. En este trabajo se abordan los parámetros característicos de funcionamiento de un sistema SPECT y los aspectos más importantes del control de la calidad. Además, se presentan algunas de las experiencias del Departamento de Medicina Nuclear del Centro Internacional de Restauración Neurológica (CIREN).

Parámetros característicos de funcionamiento tomográfico

Básicamente, un sistema SPECT estándar es una cámara gamma rotatoria, de manera que el programa de control de la calidad debe incluir las pruebas que evalúan los parámetros de funcionamiento que caracterizan a la cámara gamma como sistema planar (parámetros planares, anexo A) [4],

así como las pruebas que evalúan los parámetros tomográficos. Además, hay algunos requerimientos adicionales para los sistemas de múltiples cabezas detectoras.

Estos parámetros pueden ser de carácter intrínseco, inherentes al funcionamiento del detector y su electrónica, o extrínseco, asociados al colimador empleado durante la utilización del instrumento en la práctica clínica, e incluyendo además, los factores introducidos por la interfase cámara-computadora. Se determinan sobre dos áreas del cristal, el campo central (CFOV, del Inglés, *central field of view*) y el campo útil (UFOV, del Inglés, *usefull field of view*).

En los sistemas de múltiples detectores, cada cabezal debe ser tratado como si fuera un sistema de cabeza única. De manera tal que los valores de los parámetros de funcionamiento deben medirse para cada cabezal por separado.

Los parámetros tomográficos más importantes, son: resolución espacial tomográfica, uniformidad tomográfica, contraste tomográfico, corrimiento del centro de rotación (COR, del Inglés *Centre of Rotation*) y tamaño del pixel. Varios de estos parámetros son versiones tridimensionales de los planares, siendo extremadamente sensibles a las variaciones de estos últimos. De aquí que las cámaras gamma que se emplean en tomografía deban tener parámetros planares especialmente optimizados y estrictamente controlados por el usuario, particularmente, la uniformidad, la resolución espacial y la resolución energética. Además, los parámetros tomográficos no tienen un solo valor, variando en función de la posición dentro del corte transaxial, en función del radio de rotación y con el método de reconstrucción tomográfica empleado.

Resolución espacial tomográfica

De forma análoga a la resolución espacial planar, se caracteriza mediante la función de respuesta espacial tomográfica, la cual se denomina en Inglés Point Spread Function (PSF) [5]. Debido a la tridimensionalidad de la PSF tomográfica, la resolución espacial tomográfica tiene dos componentes: el transaxial, correspondiente al plano transaxial perpendicular al eje de rotación; y el axial (dirección paralela al eje de rotación). En ambos casos, se cuantifica mediante el ancho a la semialtura de la PSF, o en Inglés *full width at half maximum* (FWHM).

El FWHM transaxial, tanto en X como en Y, depende de varios factores: resolución intrínseca del detector, resolución del colimador, parámetros de la adquisición o de muestreo (radio de rotación, tipo de órbita, tamaño del pixel y número de proyecciones), corrimiento del COR, alineación de los ejes, filtro de suavizamiento, radiación dispersa y matriz de visualización. Su valor numérico no debe exceder el 10 % de la resolución planar extrínseca a una distancia igual al radio de rotación y no es totalmente uniforme en todo el plano transaxial, empeorando radialmente en dirección al centro del corte, a causa de la dependencia de la resolución espacial del detector con la distancia a la fuente radiante.

En particular, en SPECT cerebral los hombros del paciente impiden acercarse al mínimo el detector sin excluir al cerebelo del campo de visión, cuando paralelamente se intenta tener un ancho de pixel de adquisición que cumpla con el criterio de muestreo lineal y que mantenga la relación señal/ruido tomográfica en un nivel aceptable.

Para resolver la dificultad anterior se han desarrollado detectores de forma rectangular o modificaciones en los detectores circulares que permiten evitar la interferencia de los hombros [6-10]. Sin embargo, pocos sistemas pueden utilizar estos desarrollos, particularmente las cámaras que tienen diez años o más de fabricación, aún en servicio en muchos países. En la referencia [11] se puede encontrar una solución alternativa a este problema desarrollada en nuestro departamento, a partir de un método no-estándar de adquisición de imágenes, con resultados comparables a otras soluciones más costosas. El método es aplicable en principio a cualquier sistema de cabeza detectora circular.

El componente axial, también llamado ancho del corte o resolución en el eje Z, depende de la resolución espacial en la dirección axial del detector. A diferencia del transaxial, no depende del muestreo lineal o angular (tamaño del pixel y número de proyecciones, respectivamente) y del filtro de suavizamiento. Su valor numérico debe ser cercano al componente transaxial.

Uniformidad tomográfica

Caracteriza la capacidad de un sistema SPECT para reproducir fielmente una fuente tridimensional de actividad de concentración uniforme. No existe un consenso general de cómo cuantificar este parámetro, aunque puede estimarse de forma similar a la uniformidad planar (Uniformidad integral y Uniformidad diferencial, ver anexo A), o a través del análisis de perfiles en los cortes transaxiales del volumen uniforme. La variabilidad de los valores en estos perfiles debe ser menor del 10 % del valor medio.

La uniformidad tomográfica depende de la uniformidad planar y de su variabilidad con la rotación del detector, la cual no debe ser mayor de ± 1 %. Las no uniformidades planares se amplifican considerablemente por el proceso de reconstrucción tomográfica, dando lugar a la aparición de artefactos circulares o anillos centrados en el eje de rotación. Si I_a es la intensidad del anillo (número de cuentas/pixel) y I_{nu} es la intensidad de la no uniformidad planar, entonces:

$$I_a = (I_{nu} / \bullet) \times (R \times m/r)^{1/2}$$

donde r es la distancia radial desde COR a la no uniformidad planar, y $m = [\text{área total de la imagen (de radio } R) / \text{área de la no uniformidad planar}]$.

De la expresión anterior se puede ver que mientras más cercana al COR es la no uniformidad planar, más intenso es el artefacto en la imagen tomográfica.

En los estudios clínicos pueden observarse zonas "calientes" o "frías" de forma redondeada hacia el centro de la imagen, en uno o en varios cortes, cuando la uniformidad no es buena. Estos artefactos pueden interpretarse erróneamente como una lesión.

Las cámaras gamma modernas poseen circuitos correctores de la uniformidad que son suficientes para los requerimientos planares. Pero debido a la alta sensibilidad de la uniformidad tomográfica a la presencia de pequeñas no uniformidades planares, se hace necesario, además, corregir la uniformidad planar a través de software.

Un método consiste en adquirir una imagen uniforme en el formato digital de matriz empleado en la práctica clínica y con un elevado número de cuentas, con el fin de reducir el error estadístico al 1 % (30 millones para un formato de 64 x 64 pixeles y de 120 millones para un formato de 128 x 128 pixeles). A partir de esta imagen, se crea una matriz de factores de corrección f_i , calculados de acuerdo a:

$$f_i = \frac{VM}{Ci}$$

Donde VM es el número de cuentas/píxel medio de la imagen uniforme y Ci es el valor de las cuentas acumuladas en cada píxel i.

Antes de realizar la reconstrucción tomográfica, cada proyección se multiplica por la matriz de corrección. La imagen para la matriz de corrección debe renovarse semanalmente. Para cámaras gamma con multidetectores, cada cabezal debe tener su propia imagen de referencia.

En nuestro departamento hemos alcanzado una uniformidad tomográfica media anual de 9,7 % (rango entre 8-11 %) en un sistema semidigital de una cabeza detectora circular fabricada en 1987 por la firma Siemens-Gammasonics (Alemania-USA). Como un ejemplo de lo dañado que pueden ser las no uniformidades tomográficas, en la Figura 1 se presenta una experiencia verificada con esta instrumentación en la que un artefacto en forma de anillo producido por una no uniformidad planar (Figura 1-a), provocó que al estudiar un paciente, se observara un acumulo aparente del radiofármaco interpretado erróneamente como una zona de lesión. En las Figuras 1-c y 12-d se presentan estas mismas imágenes después de la corrección de la uniformidad planar.

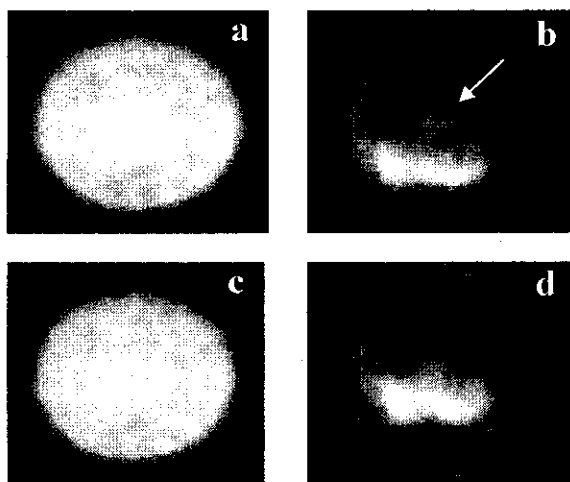


Figura 1. Uniformidad tomográfica:

- corte transaxial de un maniquí de uniformidad. Al centro de la imagen se observa un artefacto en forma de anillo provocado por una no uniformidad planar;
- corte transaxial de SPECT cerebral al nivel de los lóbulos temporales. La flecha indica la presencia de un acumulo aparente del radiofármaco debido a problemas de la uniformidad, que puede interpretarse erróneamente como una zona de lesión;
- imagen en (a) después de la corrección de la uniformidad planar; y
- imagen en (b) después de la corrección de la uniformidad planar.

Contraste tomográfico

Define la capacidad del sistema para reproducir fielmente, en la imagen tomográfica obtenida, las diferencias relativas de concentración de una distribución volumétrica de radioactividad no uniforme. Depende de la resolución energética del detector, la cual condiciona la cantidad de radiación dispersa presente en la imagen, del fondo radioactivo, de la resolución espacial, del método de reconstrucción y del filtro de suavizamiento. Además, disminuye cuando el tamaño del objeto es menor que el *volumen de resolución*, lo cual se debe al efecto de volumen parcial [5].

Una vía para calcular el contraste, consiste en colocar una esfera de tamaño conocido dentro de un volumen que contenga una concentración de actividad uniforme. Después de realizada la reconstrucción tomográfica, se determinan el número de cuentas/píxeles en una región dentro de la esfera no radiactiva (C_e) y en una región vecina que represente la región de actividad uniforme.

(C_v). Se define entonces como:

$$\text{Contraste tomográfico (\%)} = 100 \times \frac{(C_v - C_e)}{(C_v + C_e)}$$

Corrimiento del centro de rotación

La intersección del eje de rotación con la línea perpendicular al centro del detector se define como centro de rotación. En condiciones ideales, para cada posición angular deben coincidir el centro físico, el centro electrónico del detector y el centro de la matriz digital de adquisición de las proyecciones. Además, deben ser paralelos los ejes X e Y en los tres sistemas de referencias (físico, electrónico y digital).

Debido a la fuerza gravitatoria y a las limitaciones inherentes a la mecánica de la rotación del detector, se hace imposible que el detector al girar describa una órbita perfecta. Esto da lugar a cierto corrimiento del COR, el cual se define para cada proyección, como la distancia entre el punto central en la imagen (en píxeles) y el punto donde se interceptan el plano de la imagen y una línea perpendicular a dicho plano y que pasa por el COR verdadero. Esta distancia varía en función del ángulo del detector.

El corrimiento del COR degrada la resolución espacial y la detectabilidad de las lesiones, provocando que las fuentes puntiformes se reconstruyan como pequeños anillos. Este fenómeno se puede apreciar mejor al reconstruir una fuente puntual y encontrar que, en vez de un punto, se obtiene un anillo caliente cuyo radio depende del corrimiento

medio del COR. Otra de las causas del corrimiento del COR es cuando el colimador esta dañado o tiene imperfecciones (por ejemplo, cuando un colimador de orificios paralelos no tiene los septa o tabiques paralelos entre sí).

A pesar de que no es imprescindible que el COR se encuentre exactamente en el centro de la imagen, su corrimiento debe ser tenido en cuenta por el software de reconstrucción. El corrimiento medio del COR debe ser menor de 2 mm. Para la calibración del COR se deben seguir siempre las recomendaciones del fabricante. El corrimiento del COR junto a la uniformidad son de los parámetros más sensibles con relación a la calidad de la imagen tomográfica.

En nuestro departamento hemos alcanzado un corrimiento del COR medio anual de 1,7 mm (rango entre 1,4-2 mm). En la Figura 2 se presenta una experiencia verificada con la instrumentación disponible en nuestro departamento, en la que se observa un anillo caliente debido al corrimiento del COR (Figura 2-a) y como se transforma en una imagen puntual después de corregir el COR (Figura 2-b).

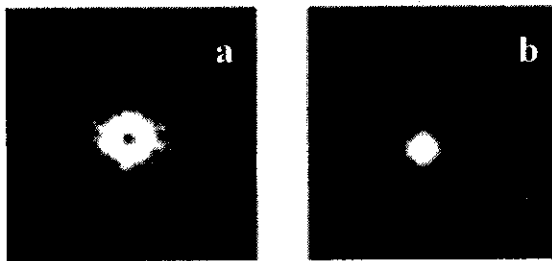


Figura 2. Reconstrucción tomográfica de una fuente puntual de Tc^{99m} ;

- a) anillo caliente debido al corrimiento del COR; y
- b) después de corregir el COR.

Evaluación de la calidad

La calidad de una imagen, en particular de un corte tomográfico de SPECT cerebral, no se puede evaluar a partir de sí misma. El hecho de que la imagen tenga una buena "aparición" no significa necesariamente que es una representación aceptable del objeto, el cual no se conoce a priori. Una confirmación de que la imagen tiene una calidad óptima sólo se logra demostrando que los parámetros de funcionamiento del sistema son estables y están dentro de límites aceptables, suponiendo óptimo el protocolo clínico de adquisición y procesamiento [12].

Para evaluar los parámetros de funcionamiento se debe seguir una metodología sencilla, teniendo en cuenta que varias de las pruebas se realizan frecuentemente y que sus ejecutores generalmente

no son personas especializadas en electrónica. En esta sección sólo se abordarán las pruebas que evalúan los parámetros tomográficos más importantes. El resto de las pruebas, así como las que evalúan los parámetros planares se pueden encontrar en las referencias [13-22].

Condiciones de operación durante las pruebas

Excepto en casos en que se especifiquen otras condiciones (particularmente las especificaciones del fabricante), las fundamentales, son:

- 1) parámetros planares óptimos para realizar tomografía;
- 2) ventana energética de un 20 % y simétrica;
- 3) tasa de cuentas no mayor de 20000 cuentas/seg.;
- 4) fondo radiactivo reducido al mínimo;
- 5) desactivados los controles para el factor de zoom y para el desplazamiento de la imagen;
- 6) interfase cámara-computadora debidamente ajustada;
- 7) plano del detector paralelo al eje de rotación;
- 8) radio de rotación conocido; y
- 9) disponer de software para la corrección de la uniformidad planar. Los resultados de las pruebas pueden variar de acuerdo al tipo de colimador y al radionúclido utilizado, o si se han realizado modificaciones eléctricas o mecánicas antes de la evaluación.

Materiales para las evaluaciones

Es necesario disponer de un fantoma de SPECT, fuentes puntuales y una fuente plana, preferiblemente de Co^{57} , soportes para las fuentes, regla milimetrada, nivel de burbuja, plomada, jeringas, frascos desechables y contenedores de plomo. Pueden ser útiles también otros dispositivos diseñados por el propio usuario. En particular, un fantoma de SPECT es de gran valor para la evaluación tomográfica del sistema. Este tipo de fantoma posee patrones de forma conocida y esferas de diferentes tamaños. Los más empleados con este propósito son el de Jaszczak, el de Phelps y el de Carlson [13].

Esquema general de evaluación

Cada prueba sigue un método o receta paso a paso para obtener los datos experimentales que se utilizarán para evaluar el parámetro correspondiente. Se deben llevar a cabo cuidadosamente y siguiendo siempre el mismo protocolo, reduciendo así al mínimo los errores sistemáticos y garantizando la

reproducibilidad de las mediciones. Los resultados se evalúan a partir de cálculos relativamente sencillos y la construcción de gráficos. Se interpretan teniendo en cuenta los resultados de las pruebas anteriores, si se han realizado reparaciones recientes en el sistema, el grado de envejecimiento del instrumento y el límite de aceptabilidad para el parámetro en cuestión. Finalmente, se archiva el resultado en el libro o documento donde se lleva un registro histórico de cada parámetro del equipo.

En caso de que el parámetro esté fuera del límite aceptable, muestre inestabilidad o una degradación superior a la observada durante un período anterior de tiempo de igual duración, se debe realizar un análisis crítico, en conjunto con las personas encargadas del mantenimiento, sobre las posibles causas y las acciones a seguir. Estas acciones pueden ser preventivas (limpieza de componentes, sustitución de una tarjeta o componente electrónico, etc.) o correctivas (calibraciones, sustitución de componentes más complejos, etc.). En casos de averías de mayor envergadura, puede ser necesaria la asistencia técnica de un experto de la compañía que fabricó el sistema. Además, debe considerarse la eventualidad de que el sistema ya no es apto para tomografía o que el costo de su reparación sea excesivo, sin eliminar la posibilidad de que se continúe empleando como sistema planar.

Pruebas fundamentales

Las más importantes son las que evalúan los parámetros siguientes: uniformidad tomográfica (Anexo B), corrimiento del COR (Anexo C), tamaño del pixel, resolución espacial tomográfica (en aire y con medio dispersor), y la variabilidad de la sensibilidad y de la uniformidad con la rotación.

En los sistemas de múltiples cabezas es fundamental que los parámetros de funcionamiento sean los mismos o muy similares para cada cabezal (una diferencia menor del 0.5 %), a menos que el software de reconstrucción tomográfica lo tenga en cuenta. En particular, se deben seguir las recomendaciones del fabricante para la calibración del alineamiento geométrico y electrónico de todos los detectores con respecto a cada uno por separado.

También existe la prueba de *funcionamiento total* la cual evalúa el funcionamiento del sistema como un todo, empleando un fantoma de SPECT (Anexo D). Esta prueba ofrece información directa o indirecta sobre varios parámetros simultáneamente. Es muy útil cuando inesperadamente se observan elementos extraños en las imágenes que hacen sospechar la presencia de artefactos o después de una acción correctiva de envergadura. En caso de que los resultados no sean aceptables, el usuario se puede orientar rápidamente sobre cuál o cuáles pruebas específicas realizar y esclarecer las causas del mal

funcionamiento en un corto tiempo. Por ejemplo: la presencia de anillos circulares indica problemas con la uniformidad; la poca detectabilidad de las lesiones simuladas indica posibles problemas con el COR o deterioro de la resolución espacial o que la ventana energética no es la adecuada; etc. Además, con esta prueba se puede calcular el contraste tomográfico.

La prueba de funcionamiento total se puede realizar también en condiciones similares a la práctica clínica. Variando los parámetros de la adquisición (matriz de adquisición, factor de zoom, número de proyecciones, tipo de órbita, etc.) y del procesamiento (método de reconstrucción, filtro, método de corrección de la atenuación, coeficiente de atenuación, etc.) se puede seleccionar la mejor combinación de estos parámetros. Constituye así una vía para optimizar el protocolo clínico de SPECT cerebral.

Programa de control de la calidad

Cada departamento debe seleccionar las pruebas a realizar y con qué frecuencia, considerando su situación particular con relación al estado de su instrumentación y a la estabilidad de los distintos parámetros de funcionamiento. En nuestra experiencia se recomienda lo siguiente: se deben evaluar diariamente, la uniformidad planar (con y sin corrección), el corrimiento del COR y el alineamiento; mensualmente, la resolución espacial, tanto planar como tomográfica, el tamaño del pixel, la uniformidad tomográfica, y la variabilidad de la sensibilidad y la uniformidad con la rotación; trimestralmente, la linealidad espacial, la resolución energética, la capacidad de conteo y la sensibilidad planar. Los parámetros planares han de evaluarse con y sin colimador. La prueba de funcionamiento total se recomienda realizar semanal o quincenal, incluyendo la evaluación del contraste tomográfico. La periodicidad de las evaluaciones se puede ajustar de acuerdo al comportamiento de la estabilidad de los distintos parámetros de funcionamiento medidos durante un cierto período de tiempo.

Finalmente, el control de la calidad del software es otro de los aspectos a considerar, ya que constituye un componente fundamental para el funcionamiento óptimo del sistema. Debido al recambio y desarrollo continuo del nuevo software, tanto el integrado al sistema como el desarrollado por el propio usuario, es imprescindible disponer de una metodología para asegurar que sus resultados son correctos. Las imágenes simuladas matemáticamente u obtenidas a través de fantasmas son algunas de las vías más eficaces para tales propósitos. De particular importancia es evaluar la calidad de los nuevos métodos de procesamiento (métodos de reconstrucción tomográfica, correcciones de atenuación y dispersión de la radiación, protocolos clínicos, etc.).

ANEXOS

ANEXO A. Parámetros planares de funcionamiento de la cámara gamma

Los parámetros planares más importantes, son: resolución espacial, uniformidad, linealidad espacial, resolución energética, capacidad de conteo y sensibilidad.

Resolución espacial

Describe la capacidad del detector para resolver como entidades distintas a dos fuentes radioactivas puntuales (o lineales) que estén muy cercanas, determinando así el grado de detalle espacial en la imagen. Se cuantifica mediante la *Point Spread Function* (PSF) del detector. La PSF es el perfil de actividad de una fuente puntual (figura-(a)). Convencionalmente, la resolución se define como la amplitud total a la mitad de la altura máxima de la PSF (FWHM, del Inglés, *full width at half maximum*).

Por otra parte, cada colimador tiene asociado una resolución espacial (R_c) que depende del tipo de material con que está fabricado, de la longitud y diámetro de sus orificios y de la distancia a la fuente. Entre la resolución del colimador (R_c), la resolución intrínseca (R_i) y extrínseca o del sistema (R_s), existe la relación:

$$R_s^2 = R_i^2 + R_c^2$$

La R_s se degrada a medida que aumenta la distancia de la fuente al detector, como resultado de la presencia del colimador. Además, depende de la R_c del colimador y de su integridad física.

Uniformidad

Caracteriza la variabilidad de la respuesta del detector cuando éste se irradia con un flujo uniforme de rayos gamma, reflejando su capacidad para reproducir fielmente una fuente de actividad uniforme (Figura A. 1-b). Se cuantifica a través de la uniformidad integral (UI) y de la uniformidad diferencial (UD).

La UI representa la máxima variación absoluta observada en las cuentas registradas sobre un área del detector (UFOV o CFOV). Se determina matemáticamente a través de la expresión:

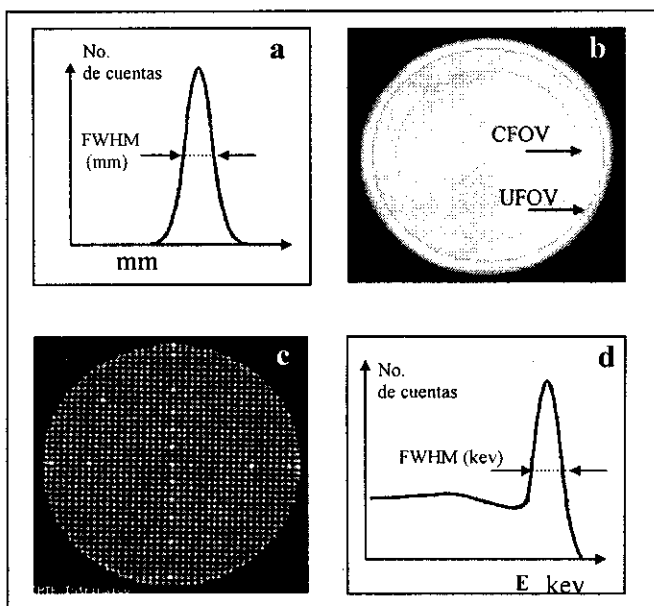
$$UI(\%) = \pm 100 \times \frac{(\text{Max} - \text{Min})}{(\text{Max} + \text{Min})}$$

Donde Max y Min son el máximo y el mínimo absolutos respectivamente, de las cuentas registradas en dicha área.

La UD representa la máxima variación local de las cuentas registradas a lo largo de cinco pixeles en las direcciones X e Y en la imagen de uniformidad. Barriando todas las filas y columnas, se determina la diferencia máxima local en cada conjunto posible de 5 pixeles contiguos. La UD se define entonces como:

$$UD(\%) = \pm 100 \times \frac{(\text{Max L} - \text{Min L})}{(\text{Max L} + \text{Min L})}$$

Donde Max_L y Min_L representan el máximo y mínimo local respectivamente, de la mayor diferencia máxima encontrada entre todos los conjuntos de 5 pixeles.



Linealidad espacial

Describe el grado de distorsión espacial introducida por el instrumento en la posición de incidencia de los fotones gamma que alcanzan el detector, caracterizando el grado de linealidad en la imagen de una fuente lineal (figura (c)). Se cuantifica a través de la linealidad absoluta (LA) y de la linealidad diferencial (LD).

La LA representa el desplazamiento espacial máximo (en milímetros) con respecto a una línea recta, observado en la imagen de una fuente lineal.

La LD expresa la variabilidad de la linealidad. Para calcular la LD, se necesita la imagen de al menos dos fuentes lineales paralelas separadas una distancia conocida, para las cuales se determina la separación entre los dos picos de todas las posibles PSF de ambas fuentes. La LD se define como la desviación estándar (expresada en milímetros) de esta separación.

La linealidad espacial y la uniformidad están estrechamente relacionadas. La uniformidad es mala en aquellas zonas donde ocurren grandes distorsiones espaciales. Los factores que deterioran la linealidad son los mismos que degradan a la uniformidad. Se deben incluir como otros factores degradantes, los relacionados con fallos de la interfase cámara-ordenador (no linealidades de los conversores análogo-digitales).

Resolución energética

La resolución energética (R_e) caracteriza al detector en su capacidad para distinguir entre dos fotones de energías diferentes, en particular entre la radiación primaria y la dispersa. Se cuantifica convencionalmente de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$R_e (\%) = (FWHM/E) \times 100$$

Donde FWHM es la amplitud total a la mitad de la altura máxima del fotopico (expresada en unidades de energía) y E es la energía de la radiación gamma del isótopo en cuestión (Figura A. 1-d). La R_e mejora con el aumento de la energía.

Capacidad de conteo

Describe el detrimento de la proporcionalidad lineal entre la tasa de cuentas registrada y la intensidad de la radiación gamma incidente, que se produce con el aumento de esta última. Este parámetro está asociado al hecho de que el detector tiene un *tiempo muerto*. Se cuantifica mediante dos parámetros, la *capacidad de conteo para una pérdida del 20 %*, que determina la tasa de cuentas para la cual el detector registra un 20 % menos de fotones gamma que los que verdaderamente llegan al cristal; y la *capacidad de conteo máxima*, que define la tasa de cuentas máxima que puede registrar el detector (estado de saturación), a partir de la cual esta comienza a decrecer a pesar del incremento de la intensidad de la radiación incidente.

Sensibilidad

Caracteriza la eficiencia del detector en el proceso de registro de la radiación incidente. Se expresa como el número de cuentas registradas por unidad de tiempo y por unidad de actividad de la fuente radiante. Se cuantifica a través de una fuente plana de actividad conocida, diámetro definido y para una energía determinada. La sensibilidad intrínseca aumenta con el espesor del cristal y con la amplitud de la ventana energética, y disminuye con la energía de la radiación incidente. Además de estos factores, la sensibilidad del sistema varía de acuerdo al tipo de colimador (geometría, espesor, número y diámetro de los orificios, etc.).

Los parámetros planares de las cámaras gamma actuales han mejorado considerablemente en los últimos años: la R_i oscila entre 3 y 4 mm, y la R_e entre 8 y 10 mm a la distancia de 10 cm para un colimador de resolución media; la UI y la UD entre el 1 y 2 %; la R_e entre 9 y 10 % para el Tc^{99m} , con una tasa de cuentas de 20 000 cuentas/seg.; la capacidad de conteo para una pérdida del 20 % entre 65 000 y 250 000 cuentas/seg., medida en aire y con una ventana energética del 20 %; y la sensibilidad entre 210 y 540 cuentas/min./ μ Ci para un colimador de resolución media. Todos estos valores son para el UFOV.

Los factores principales que deterioran los parámetros intrínsecos, son: falta de sintonía de las ganancias de los tubos fotomultiplicadores (TFM), deficiencia de uno o varios TFM, separación entre el cristal y el arreglo de los TFM y la guía de luz, defectos del cristal de centelleo, incorrecta selección de la posición y amplitud de la ventana energética, altas tasas de cuentas y componentes electrónicos defectuosos. Además de estos factores, los parámetros extrínsecos o del sistema se ven afectados por defectos o daños del colimador y los asociados con fallas en la interfase cámara-ordenador.

ANEXO B. Prueba para evaluar la uniformidad tomográfica

Materiales

Fantomas

- Fantoma de uniformidad tomográfica (fantoma cilíndrico rellenable o de Jaszczak)

Fuentes radiactivas

- Solución de ^{99m}Tc

Materiales auxiliares

- Jeringuillas desechables
- Papel absorbente
- Embudo
- Agitador
- Agua destilada
- Banda de Velcro o precinta adhesiva
- Nivel de burbuja

Procedimiento

Se deben seguir las normas de protección radiológica establecidas para el trabajo con fuentes abiertas. Utilizar dosímetro, delantal plomado y guantes desechables.

Para cámaras gamma de múltiples detectores esta prueba se debe realizar para cada detector por separado.

Preparación del fantoma

1. Si se emplea un fantoma de Jaszczak, desmontar todos sus elementos internos (esferas y columnas de acrílico).
2. Rellenar el fantoma con agua destilada hasta la mitad de su volumen.
3. Depositar 30 mCi de ^{99m}Tc en el interior del fantoma y agitar cuidadosamente la solución radiactiva.
4. Rellenar el resto del fantoma, minimizando el espacio de aire comprendido entre la superficie del líquido y el borde del orificio (emplear una jeringuilla para facilitar y asegurar la ejecución del procedimiento).
5. Esperar por un período de cuatro horas para lograr la homogeneidad de la solución.

Adquisición de las proyecciones

1. Realizar la adquisición con el colimador empleado en la SPECT.
2. Ajustar la inclinación del detector a 0° con respecto al piso de la habitación (emplear el nivel de burbuja).
3. Seleccionar una ventana energética del 20% simétrica para el ^{99m}Tc .
4. Colocar el fantoma sobre el soporte para la cabeza de la camilla de exploración y asegurarlo con una banda de Velcro o de precinta adhesiva.
5. Ubicar el fantoma en el centro del campo visual del detector y tratar de que su eje coincida con el eje de rotación.
6. Prefijar el número de proyecciones y el formato de matriz empleado en la SPECT.
7. Prefijar el tiempo de adquisición para acumular aproximadamente 250 Kcuentas por proyección para un formato de matriz de 64×64 o 500 Kcuentas para formato de 128×128 .
8. Emplear un radio de rotación de 15 cm.

Procesamiento del estudio

1. Corregir las proyecciones por no uniformidades planares y por decaimiento.
2. Reconstruir los cortes transaxiales utilizando el filtro rampa.
3. Corregir los cortes por atenuación.
4. Generar sobre el corte central un perfil de 5 pixeles de ancho y que pase por el centro de la imagen. Calcular la profundidad o altura de los artefactos que correspondan a anillos circulares, midiendo el contraste con respecto a la actividad circundante.

- Determinar sobre este perfil la diferencia porcentual entre las cuentas del contorno y las del pixel central.
- Sumar los cortes para generar secciones de espesor igual a la resolución del sistema a lo largo del eje axial. Determinar la uniformidad integral y diferencial sobre cada sección.

Análisis de los resultados

- Evaluar la presencia de artefactos anulares en los cortes y el contraste entre estos artefactos y el fondo uniforme.
 - Los artefactos anulares se asocian a la existencia de no uniformidades focales planares (el estado de la uniformidad planar del detector no debe ser mayor del 1%). Estas se visualizan en forma de anillos centrados respecto al centro de rotación. Los artefactos más cercanos se aprecian más reforzados. Los problemas de no uniformidades son más críticos en SPECT cuanto más cercanos al centro de rotación se localizan.
 - Frecuentemente, en los cortes se observa un punto caliente situado en el centro de rotación y que se repite en cortes consecutivos a lo largo del eje de rotación.
 - El contraste entre cualquier artefacto anular y el fondo uniforme no debe exceder el 10%.
- Las diferencias entre las cuentas del contorno y las del pixel central, determinados sobre el perfil generado para el corte central, no deben exceder el 10%.
 - Valores superiores al 10% pueden asociarse a errores en la determinación del coeficiente de atenuación o del contorno del fantoma utilizados para la corrección de la atenuación.
- Registrar en el libro del instrumento los resultados de la evaluación.

ANEXO C. Prueba para evaluar la estabilidad del Centro de Rotación (COR)

Materiales

Fuentes radiactivas

- Solución de ^{99m}Tc

Materiales auxiliares

- Jeringuillas desechables
- Precinta adhesiva

Procedimiento

Se deben seguir las normas de protección radiológica establecidas para el trabajo con fuentes abiertas. Utilizar dosímetro, delantal plomado y guantes desechables.

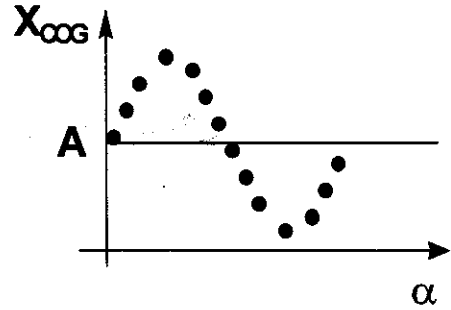
Para cámaras gamma de múltiples detectores esta prueba se debe realizar para cada detector por separado.

Adquisición de las proyecciones

- Preparar una fuente puntual de aproximadamente 500 μCi de ^{99m}Tc (se puede utilizar un volumen igual a 0.1-0.2 ml de solución de ^{99m}Tc en una jeringuilla desechable de 1ml).
- Ajustar la inclinación del detector a 0° con respecto al piso de la habitación (emplear el nivel de burbuja).
- Seleccionar una ventana energética del 20% simétrica para el ^{99m}Tc .
- Colocar la fuente puntual de ^{99m}Tc sobre el soporte para la cabeza de la camilla de exploración, a una distancia no mayor de 2cm del COR, y fijarla con precinta adhesiva.
- Prefijar una adquisición tomográfica de 32 proyecciones en órbita circular de 360° y un formato de matriz de 256x256.
- Prefijar el tiempo de adquisición adecuado para acumular 20 K cuentas por proyección.
- Emplear un radio de rotación de 15 cm.

Procesamiento del estudio

1. Crear el sinograma de la fuente puntual.
2. Determinar la coordenada X del Centro de Gravedad (X_{COG}) de la fuente puntual en cada proyección.
3. Ajustar los valores obtenidos a una función sinusoidal del tipo $X_{COG} = A + B \sin(\dots)$ (utilizar análisis de Fourier).



El valor de A es el valor medio del COR.

4. Determinar el desplazamiento medio del COR respecto al valor esperado, $(N+1)/2$, donde N es la dimensión del formato de matriz empleado expresado en pixeles.

$$\Delta COR = \frac{(N+1)}{2} - A$$

5. Determinar la curva de desplazamiento del COR durante la rotación, $R(\bullet)$, sustrayendo los valores obtenidos para la función sinusoidal de los valores de X_{COG} .
6. Determinar el desplazamiento máximo del COR, $\bullet \max_{COR}$.
7. Determinar el coeficiente de variación para el desplazamiento del COR.

Análisis de los resultados

1. El sinograma debe tener la forma de una senoide suave. La amplitud debe ser la misma en sus dos semiperiodos.
2. La curva de desplazamiento $R(\bullet)$ debe ser suave y plana. Evaluar sus fluctuaciones a través del coeficiente de variación.
3. El \bullet_{COR} debe ser menor de 2 mm y $\bullet \max_{COR}$ debe ser inferior a 6 mm.
4. El desplazamiento del COR en los extremos de la órbita debe ser similar.
5. Registrar en el libro del instrumento los resultados de la evaluación.

ANEXO D. Prueba para examinar el comportamiento total del sistema SPECT.

Materiales

Fantomas

- Fantoma de comportamiento total (de Jaszczak o de Carlson).

Fuentes radiactivas

- Solución de ^{99m}Tc

Materiales auxiliares

- Jeringuillas desechables
- Papel absorbente
- Agua destilada
- Embudo
- Agitador
- Banda de Velcro o precinta adhesiva
- Nivel de burbuja

Procedimiento

Se deben seguir las normas de protección radiológica establecidas para el trabajo con fuentes abiertas. Utilizar dosímetro, delantal plomado y guantes desechables.

Para cámaras gamma de múltiples detectores esta prueba se debe realizar para cada detector por separado.

3. Evaluar el contraste de las lesiones simuladas con la actividad circundante, sus dimensiones y la reproducibilidad de sus formas.
 - La pobre detección de las lesiones simuladas por el fantoma puede asociarse a la detección de radiación dispersa o a desplazamientos excesivos del COR.
4. Registrar en el libro del instrumento los resultados de la evaluación.
5. Si los resultados de la prueba no son satisfactorios, decidir qué pruebas específicas realizar.

REFERENCIAS

- [1] VAN HEERTUM, R.L. and R. TIKOFSKY (2000): **Functional cerebral SPECT and PET imaging**. Lippincott Williams and Wilkins, 3^{ra} ed., New York.
- [2] SANCHEZ CATASUS, C. y cols. (1998): "Reconstrucción tomográfica. Su aplicación para explorar el cerebro mediante radioisótopos y cámara gamma", **Rev. Cub. Física** 15(2), 120-129.
- [3] EMISSION COMPUTED TOMOGRAPHY (1981): **The Single Photon Approach**, HHS Publication FDA 81- 8177. US Dept of Health and Human Services/PHS/FDA/BRH, 1981.
- [4] SANCHEZ CATASUS, C y J. FRANQUIZ (1986): "Principios físicos de la cámara gamma y su control de la calidad", **Rev. Cub. Fis.** 6(1): 77-84.
- [5] SANCHEZ CATASUS, C. (2002): "Métodos para el mejoramiento de la cuantificación relativa del flujo sanguíneo cerebral mediante tomografía por emisión de fotones (SPECT)", Tesis de Doctorado.
- [6] LARSSON, S.A.; G. BERGSTRAND and H.A. BEFGSTEDT (1984): "A special cutoff gamma camera for high-resolution SPECT of the head", **J. Nucl. Med.** 25, 1013-1030.
- [7] TSUI, B.M.W. y col. (1990): "The geometric transfer function for conebeam and fanbeam collimators", **Phys. Med. Biol.** 35, 81-93.
- [8] MUELLER, S.P. y col. (1984): "SPECT imaging with the long bore collimator: Loss in sensitivity vs. improved contrast resolution", **J. Nucl. Med.** 25, 106.
- [9] ESSER, P.D. y col. (1984): "Angled-collimator SPECT(A-SPECT): An improved approach to cranial single photon emission tomography", **J. Nucl. Med.** 25, 805-809.
- [10] POLAK, J.F. y col. (1984): "Iodine-123 HIPDM brain imaging with a rotating gamma camera and slant hole colimator", **J. Nucl. Med.** 25, 495-498.
- [11] SANCHEZ CATASUS, C. y col. (1999): "A way to reduce radius of rotation in brain SPECT with a single-head system", **Nucl. Med. Commun.** 20(1), 99-103.
- [12] _____ (1994): "Phantom assesment of brain SPECT protocol for cerebral blood flow studies", **Phys. Med. and Biol.** 39a, 724.
- [13] IAEA-TECDOC 602 (1991): "Quality Control of Nuclear Medicine Instruments", **IAEA**, 121-266.
- [14] AAPM Report No.22. (1987): "Rotating Scintillation Camera SPECT Acceptance Testing and Quality Control", **American Association of Physicist in Medicine**, New York.
- [15] NEMA, Standards for Performance Measurements of Scintillation Cameras, Standards Publications, No. NU 1, Washington D.C., 1986.
- [16] MURPHY, P.H. (1987): "Acceptances Testing and Quality Control of Gamma Cameras, Including SPECT", **J. Nucl. Med.** 28(7):1221-1227.
- [17] HARKNESS, B.A.; W.L. ROGERS; N.H. CLINTHORNE and J.W. KEYES (1983): "SPECT: Quality control procedures and artifact identification", **J. Nucl. Med. Tech.** 11: 55.

- [18] GREER, K.; R. JASZCZAK; C. HARRIS and R.E. COLEMAN (1985): "Quality Control in SPECT", **J. Nucl. Med. Tech.** 13:76
- [19] TODD-POKROPEK, A.E.; S. ZUROWSKY and F. SOUSSALINE (1980): "Artefact creating and non-uniformity in tomography", **J. Nucl. Med.** 20: 23.
- [20] PUCHAL, R. (1995): "Control de calidad de las tomogammacámaras", **Rev. Esp. Med. Nucl.** 14(5): 257-260.
- [21] BUSEMANN, E. (1992): "Quality Assurance in Nuclear Medicine Imaging", **Hardware and Software Aspects**, Rodopi 2nd ed., Amsterdam.
- [22] HINES, H. y col. (2000): "National electrical manufacturers association recommendations for implementing SPECT instrumentation quality control", **J. Nucl. Med.**, 41, 383-389

EFECTOS DE LA RADIACION GAMMA DEL ^{137}Cs Y DEL ^{60}Co EN FIBRAS SUPERCONDUCTORAS TEXTURADAS DE BSCCO

A. Leyva y C. M. Cruz, Centro de Aplicaciones Tecnológicas y Desarrollo Nuclear (CEADEN), Cuba
J. Bouza, Instituto Superior de Ciencias y Tecnología Nucleares (ISCTN), Cuba
J.C. Diez, L. A. Angurel y M. Mora, Centro Politécnico Superior, Universidad de Zaragoza, España

RESUMEN

Se irradiaron con cuantos gamma de energías 1250 y 662 keV fibras superconductoras de $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_x$ sintetizadas mediante el método de reacción en estado sólido y texturadas por fusión zonal con láser. Fue estudiado el comportamiento con la dosis de exposición de algunas de las propiedades del estado superconductor del material, empleando para ello mediciones de susceptibilidad magnética dinámica. Se observó que para niveles de dosis diferentes según la energía de la radiación incidente, las fibras preservan sus propiedades superconductoras intragranulares evidenciando la elevada resistencia del material al daño radiacional. En todos los casos se verificó, que con el incremento de la dosis de exposición a las radiaciones gamma, la T_{inicial} de la transición de estado se fortalece. Dos posibles mecanismos que intervienen en este fenómeno son analizados en el texto. Las mediciones de $ac\chi$ permitieron observar también el incremento de la fracción volumétrica superconductoras de las muestras con la dosis de exposición.

ABSTRACT

$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_x$ superconducting fibers synthesized by solid state reaction and textured by the method of zonal laser ablation were irradiated with 1250 and 662 keV gamma rays. The behavior of some of its superconducting properties with the exposition dose was studied by the measurement of dynamic magnetic susceptibility. It was observed that, for different dose levels according to energy of the incident radiation, the fibers preserve its superconducting intragrain properties, evidencing the high resistance of the material to the radiational damage. In all the cases were verified that with the increase of the dose the T_{on} of the transition grows. Two possible mechanisms that take place in this effect are analyzed in the text. The $ac\chi$ measurements allowed observing the increasing behavior of the superconducting volume fraction in the sample with the exposition dose.

INTRODUCCION

Los superconductores de altas temperaturas críticas (SAT) constituyen uno de los materiales de avanzada más estudiados hoy en día, debido a la trascendencia que se prevé tendrá su introducción práctica en las más disímiles ramas de la ciencia y la técnica [1].

Muchas de estas aplicaciones serán explotadas en condiciones radiacionales agresivas como, por ejemplo, en aceleradores de partículas, reactores nucleares de fusión, investigaciones espaciales, etc., donde el efecto radiacional puede llegar a causar severos cambios en las propiedades del material. Predecir estos cambios y controlarlos constituye el interés fundamental de los especialistas dedicados a estudiar los efectos de las radiaciones sobre los superconductores.

La radiación también resulta ser un método idóneo para generar defectos estructurales de manera controlada y selectiva, que permiten realizar estudios experimentales y teóricos de fenómenos como el anclaje de flujo magnético, así como para crear nuevos materiales de propiedades mejoradas, o fortalecer las ya presentes.

En el caso de la radiación gamma, ésta es prácticamente omnipresente en cualquier instalación nuclear y su alto poder de penetración le permite atravesar con facilidad blindajes y recubrimientos protectores, y así llegar al superconductor, siendo capaz de provocar daños en la estructura cristalina y electrónica del material mediante mecanismos indirectos.

El objetivo principal de este trabajo es el estudio de los efectos de la radiación gamma emitida por dos isótopos comúnmente empleados en la ciencia y la técnica, sobre algunas de las propiedades de muestras SAT $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_x$ (BSCCO) en forma de fibras texturadas utilizando para ello mediciones de susceptibilidad magnética dinámica ($ac\chi$).

TECNICA EXPERIMENTAL

Las muestras de BSCCO fueron preparadas a partir de una fibra cilíndrica de 1.2 mm de diámetro, crecida por el método de "reacción en estado sólido" y texturada por la técnica de "fusión zonal asistida por láser" [2, 3].

Para determinar la susceptibilidad magnética dinámica del material con la temperatura se utilizó la técnica de inductancia mutua [4, 5].

La irradiación con Co^{60} (1.173 y 1.325 MeV) se realizó en un Irradiador Gamma modelo MPX- γ -25M, calibrado a una potencia de dosis de 2.49 kGy/h.

En el caso de la irradiación con Cs^{137} (0.662 MeV) las muestras protegidas se colocaron dentro del contenedor de la fuente que emitía con una potencia de dosis de 157 mGy/h.

El proceso de irradiación tuvo lugar a temperatura ambiente y para ello se colocaron las muestras en un recipiente de vidrio de paredes finas con el fin de protegerlas de la humedad y el CO_2 del medio.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

A partir de las mediciones de la dependencia de la señal de $ac\chi$ con la temperatura a diferentes valores de dosis de exposición se determinó la temperatura inicial de la transición (T_{inicial}) para cada muestra y cada nivel de dosis, tomando como criterio el punto en el cual comenzaba a manifestarse el efecto diamagnético, o sea, cuando ocurre el cambio de pendiente en la curva de caída de la $ac\chi$.

La dependencia de la T_{inicial} en función de la dosis de exposición se muestra en las Figuras 1 y 2 para la irradiación con cuantos gamma del ^{60}Co y del ^{137}Cs respectivamente.

Se puede apreciar que en todos los casos existe un manifiesto comportamiento monótono creciente. El aumento de la temperatura inicial de la transición estuvo entre 9 y 16 K con los valores más altos cuando se irradió con los cuantos gamma del ^{60}Co . El error de cada punto experimental resultó inferior al 0.35 % del valor señalado.

Utilizando los valores de $ac\chi(T_{\text{inicial}})$ y de $ac\chi(77\text{ K})$ se estimó la fracción relativa de volumen superconductor (fracción SAT), lo que permite seguir su dependencia con la dosis.

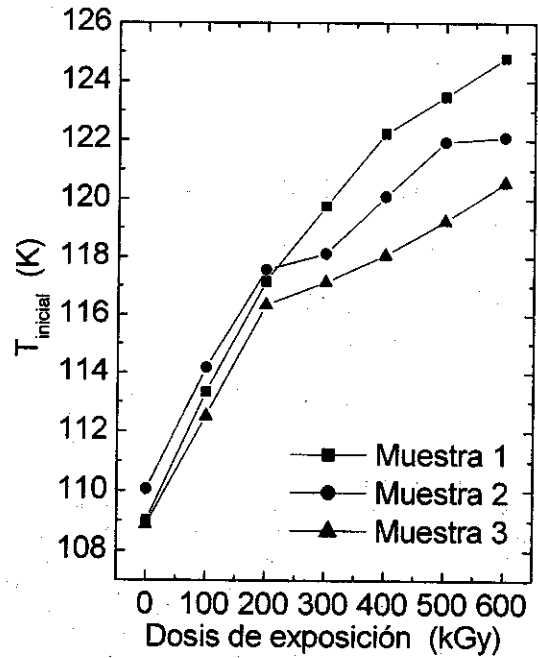


Figura 1. Dependencia de la T_{inicial} con la dosis de exposición para tres muestras en estudio irradiadas con los cuantos γ del ^{60}Co .

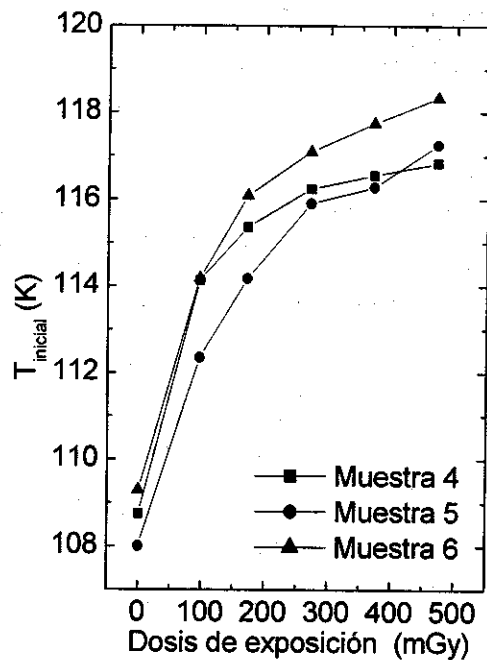


Figura 2. Dependencia de la T_{inicial} con la dosis de exposición para tres muestras en estudio irradiadas con los cuantos γ del ^{137}Cs .

Estos resultados aparecen reflejados en las Figuras 3 y 4 para los dos radioisótopos empleados como fuentes de rayos gamma. Los errores de estos puntos oscilaron entre el 0.1 y 0.22 %.

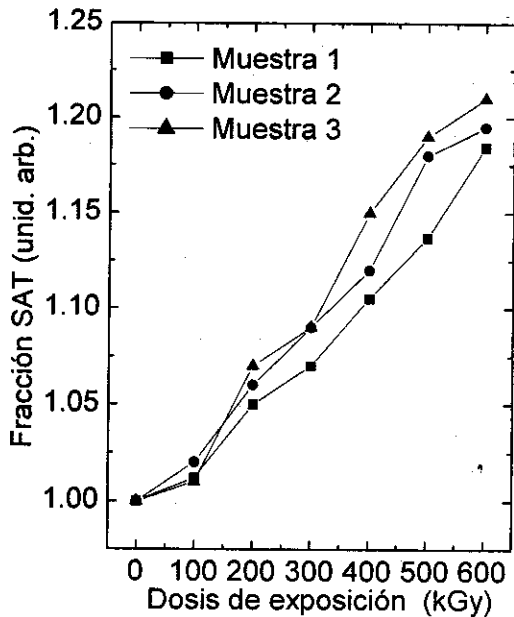


Figura 3. Dependencia de la fracción volumétrica SAT con la dosis de exposición para tres muestras en estudio irradiadas con los cuantos γ del ^{60}Co .

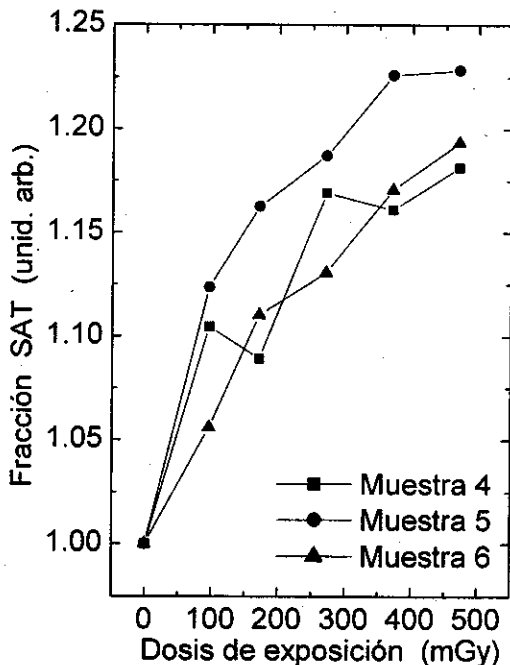


Figura 4. Dependencia de la fracción volumétrica SAT con la dosis de exposición para tres muestras en estudio irradiadas con los cuantos γ del ^{137}Cs .

Obsérvese que, independientemente a la fuente utilizada, el comportamiento de la fracción volumétrica SAT crece monótonamente en todo el intervalo de dosis de exposición.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

La conservación de la superconductividad en las fibras SAT de BSSCO irradiadas con cuantos gamma del ^{60}Co y del ^{137}Cs dentro de todo el rango de dosis experimentado, concuerda con los resultados reportados para compuestos de Bi en forma de capas delgadas, cintas y cables expuestos a los cuantos del ^{60}Co [6-11]. Esto evidencia la elevada resistencia del material al daño radiacional.

Los gráficos de T_{inicial} en función de la dosis mostraron que el inicio de la manifestación de la superconductividad intragranular se desplaza hacia temperaturas más altas con el avance del proceso de irradiación.

Existen dos mecanismos que pueden ser responsables del efecto observado.

El primero tiene lugar cuando los rayos γ y por medio de sus mecanismos de formación de pares y efecto Compton, provocan la excitación de electrones de la banda de valencia, induciéndose huecos y fonones de alta energía. Cuando los electrones y huecos interaccionan con la red fonónica, pueden formarse nuevas cuasipartículas portadoras de carga en el superconductor (pares de Cooper) cuyo vano energético (gap) será mayor que el existente hasta ese momento. Esto se refleja en el crecimiento de la T_{inicial} , pues: $T_c = \text{gap}(0 \text{ K}) / (1.77 k_B)$, donde k_B es la constante de Boltzmann [12].

El segundo mecanismo se relaciona con los daños por desplazamiento atómico causados por los rayos gamma a través de las mismas vías de interacción si la energía transmitida es mayor que la energía umbral (10, 17 y 20 eV para el O, Cu y Ca respectivamente para la cerámica de Bi). Cuando estos daños son incipientes pueden propiciar que se alcance la concentración óptima de oxígeno en las capas de Bi-O, como se ha sugerido en [8] para películas delgadas de BSSCO.

Ambos mecanismos ocurren simultáneamente, aunque consideramos que en el intervalo de dosis estudiado, el primero de ellos puede tener un mayor peso relativo. Para dosis mayores es de esperar que el sobredopaje de defectos provoque la ruptura del equilibrio óptimo alcanzado en los planos Bi-O y se inicie una caída en la T_{inicial} .

En la muestra irradiada con los cuantos gamma del ^{137}Cs resulta significativo que los efectos que se aprecian en las propiedades del material con la dosis de exposición son similares que se obtienen al emplear como fuente el ^{60}Co , pero en el primero estos se manifiestan a dosis de exposición mucho más bajas. Este fenómeno se relaciona con el hecho de que la energía de los cuantos gamma emitidos por el ^{137}Cs resulta lo suficientemente baja como para que el mecanismo de interacción predominante sea el fotoeléctrico, lo que conduce a que los cuantos gamma depositen toda su energía en el primer acto de interacción, aumentando así la dosis depositada dentro de la muestra. La pequeña atenuación que experimentan los cuantos gamma del ^{60}Co en el material, dada su elevada energía, hace que la probabilidad de que el fotón atraviese el blanco sin interactuar sea alta y que cuando interacciona, las primeras dispersiones ocurran mediante el mecanismo de Compton que sólo deposita una parte de la energía en el material, continuando el transporte de la mayor parte. Este fenómeno fue discutido en [13, 14].

El aumento monótono de la fracción SAT en las muestras irradiadas durante todo el intervalo de dosis se explica al considerar que, los desplazamientos atómicos tienen lugar preferentemente sobre los átomos de oxígeno (componentes más lábiles de la estructura) que sobredopan algunas zonas afectando su comportamiento superconductor.

Cuando se alcanza en esa región la densidad de vacancias óptima habrá un fortalecimiento del carácter superconductor del material.

Los átomos de oxígeno desplazados pueden quedar intersticialmente formando centros de anclaje del flujo, o bien pueden recombinarse con vacancias de modo tal que benefician la estructura de aquellos elementos de volumen, hasta ese momento no SAT por encima de 77 K al encontrarse empobrecidos en oxígeno. Todo esto conduce a un aumento de la cantidad de material superconductor en la muestra.

CONCLUSIONES

La superconductividad en fibras texturadas de BSCCO irradiadas con cuantos gamma del Co^{60} en el rango de dosis de exposición entre 0 y 600 kGy, y del Cs^{137} en el intervalo de dosis de exposición entre 0 y 500 mGy, no solo se conserva por encima de los 77 K, sino que la temperatura inicial de la transición superconductora se incrementa en hasta 16 K como resultado de los mecanismos de reacondicionamiento estructural estimulado por la irradiación y el aumento de la densidad de portadores con elevado vano energético.

La dependencia de la fracción SAT con la dosis de irradiación también se beneficia con la irradiación como consecuencia de la reorganización de la estructura del material.

REFERENCIAS

- [1] DANIEL, V. (1991), "Superconductivity Sourcebook", John Wiley & Sons, New York, 22.
- [2] YNDURAIN, F. (1993), "Superconductividad en España", Programa MIDAS, Madrid, 21.
- [3] ALFONSO, M. (1998), Ph. D. Thesis, University of Zaragoza, 54-58.
- [4] HEIN, R.A.; T.L. FRANCAVILLA and D.H. LIEBENBERG (1991), "Magnetic Susceptibility of Superconductors and other Spin Systems", Plenum Press, New York.
- [5] CASIMIR, H.B.G. (1940), "Magnetism and very low temperatures", Dover Publications, New York.
- [6] BOIKO, B.B. et al. (1989): *Phys. stat. sol. (a)*, 113, K235.
- [7] LEYVA, A. et al. (1992): *Phys. stat. sol. (a)*, 134, K29.
- [8] ISHIBASHI, T.; O. YODA and S. GODA (1994): *Physica C*, 238, 379.
- [9] ZHAO, X. et al. (2000): *Physica C*, 337, 234.
- [10] KAYED, T.S.; H. OZKAN; N.M. GASANLY and I. ERCAN (2000): *Supercond. Sci. Technol.*, 13, 1625.
- [11] FAIZ, M. and N.M. HAMDAN (2001): *J. Elect. Spectr. Rel. Fen.*, 114/116, 427.
- [12] NAVARRO, O. (1997): "Introducción a la Superconductividad", Universidad Autónoma de Sinaloa, México.

[13] LEYVA, A.; O. ALFONSO, O. and C. CRUZ, C. (2001): **Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B** 174, 222-224.

[14] _____ (2001): **Revista Mexicana de Física**, 47(4), 362-366.

DETERMINACION DE LA CONCENTRACION DE HIERRO EN HARINA DE MAIZ UTILIZANDO LA TECNICA FOTOACUSTICA

O. Delgado-Vasallo* y J. L. Peña, CICATA-IPN, México

E. San Martín Martínez, A. Calderón y G. Peña Rodríguez, CICATA - IPN, México D.F.

E. Marín, Facultad de Física-IMRE, Universidad de La Habana, Habana, Cuba

RESUMEN

En este trabajo se reporta el uso de la técnica fotoacústica (FA) para la determinación de la concentración de hierro en muestras de harina de maíz. La determinación de este elemento en los alimentos es de gran importancia hoy en día, ya que muchos alimentos son enriquecidos con hierro con el objetivo de aumentar la resistencia de las personas a enfermedades como la anemia. La técnica propuesta se basa en la configuración de celda fotoacústica abierta en conjunto con una técnica colorimétrica. La misma fue empleada en la medición de hierro total en muestras de harina de maíz. Los resultados de estas mediciones concuerdan muy bien con los obtenidos usando el método espectrofotométrico convencional, mostrando las posibilidades de la nueva metodología experimental basada en los métodos fototérmicos para la realización de este tipo de mediciones.

ABSTRACT

We report on the use of the photoacoustic technique for the determination of low concentrations of total iron in corn meal samples. This is of considerable interest because several foods are currently enriched with this element at proper levels in order to increase the resistance of people, after their consume, to several diseases such as anemia. The proposed technique is based in an open cell configuration in conjunction with a suitable colorimetric method. The results of the measurements agree very well with those obtained using a conventional spectrophotometric method, showing the possibilities of new photothermal experimental methodologies to perform this kind of studies.

1. INTRODUCCION

La anemia por deficiencia de hierro es uno de los problemas nutricionales más importantes en todo el mundo, afectando a la mayoría de las poblaciones pobres de los países en vías de desarrollo. La fortificación con hierro de alimentos como cereales es reconocida como una necesidad mundial debido a que la deficiencia de ese elemento en el organismo provoca diferentes desórdenes metabólicos. Es por ello que crece cada día la importancia de desarrollar métodos para medir bajas concentraciones de Fe en alimentos.

Los métodos fototérmicos ofrecen algunas ventajas sobre los métodos de espectroscopia óptica tradicional¹. Dentro de estos, las técnicas fotoacústicas² son especialmente apropiadas para estudios espectroscópicos de líquidos fuertemente absorbentes.

En este trabajo se reporta sobre el uso de la técnica fotoacústica para determinar la concentración de Fe en muestras de harina de maíz. En la siguiente sección se describen los fundamentos teóricos y experimentales del método propuesto para ello, mientras que en el epígrafe 3 se discuten los resultados de nuestros experimentos. En el 4 se esbozarán nuestras conclusiones.

2. INSTALACION EXPERIMENTAL Y METODO

El esquema básico de la instalación experimental propuesta se muestra en la Figura 1. Un haz de luz monocromático de una longitud de onda conocida (por ejemplo luz laser) es modulado en intensidad por un modulador mecánico OC-4000 a una frecuencia $w = 2\pi f$. El haz de luz es enfocado uniformemente sobre una ventana transparente de vidrio, de un espesor de 215 μm y un diámetro 8.0 milímetros. Sobre esta se coloca la muestra líquida con el auxilio de un anillo de teflón tal como se representa en la Figura 1. La radiación modulada atraviesa la ventana de vidrio incidiendo sobre la muestra. El sistema muestra-ventana cierra uno de los orificios de 5.5 mm de diámetro de una cavidad cilíndrica de 3 mm de longitud. Un vidrio ópticamente transparente cierra el otro orificio de dicha cavidad. El cuerpo de la celda fotoacústica está confeccionado de acrílico. El flujo luminoso que pasa a través de las ventanas de vidrio y de la cavidad fotoacústica es absorbido por la muestra líquida al incidir sobre ella. Como resultado de la absorción, tienen lugar en la muestra variaciones de temperatura provocadas por el calor generado, el cual se difunde a través de la ventana de vidrio en contacto con ella hacia el interior de la cámara fotoacústica, induciendo a su vez variaciones de presión que son detectadas por un micrófono

*Dirección permanente: Universidad de La Habana, IMRE, Cuba.

de condensador (Radio Shack) conectado a ella a través de un conducto de 1 mm de diámetro practicado en una de sus paredes laterales. Un amplificador sincrónico (SR-850) acoplado a una computadora personal es usado para medir la señal de respuesta del micrófono. Otros detalles experimentales aparecen descritos en las referencias 4-6.

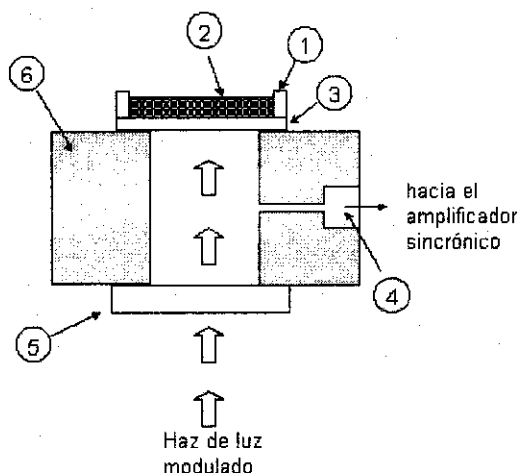


Figura 1. Esquema de la celda FA utilizada en el experimento.

1. Anillo de Teflón.
2. Muestra líquida.
3. Ventana transparente de Vidrio.
4. Micrófono.
5. Ventana transparente de Cuarzo.
6. Cuerpo de la Celda.

Aplicando el modelo de Rosencwaig y Gersho para la generación de la señal FA³ a la configuración experimental que se muestra en la Figura 1, hemos demostrado^{5,6} que la misma puede ser utilizada para la caracterización óptica de muestras líquidas y consecuentemente para la determinación de bajas concentraciones de elementos disueltos en la muestra.

En la siguiente sección describiremos como el método descrito fue aplicado a la medición de la concentración de Fe total en harina de maíz. Para ello fue empleada una curva de calibración obtenida para una serie de muestras patrones de concentración de Fe conocida, preparadas según un método colorimétrico estándar.

3. RESULTADOS Y DISCUSION

Para probar el método propuesto en la medición de la concentración de hierro en harina de maíz, se prepararon varias soluciones patrones según el método colorimétrico AACC 40-41A⁷. Todas las soluciones fueron preparadas utilizando reactivos de grado analítico y agua des-ionizada. El espectro de absorción óptica de las soluciones patrones fue

medido con un espectrofotómetro Varian Cary50Conc UV-Visible, revelando una banda de absorción con centro en los 510 nm. En nuestro experimento utilizamos una radiación de longitud de onda de 488 nm generada por un laser de Argón (Omnichrome 543-MAP), donde las muestras exhiben una fuerte absorción, como se observa en la Figura 2.

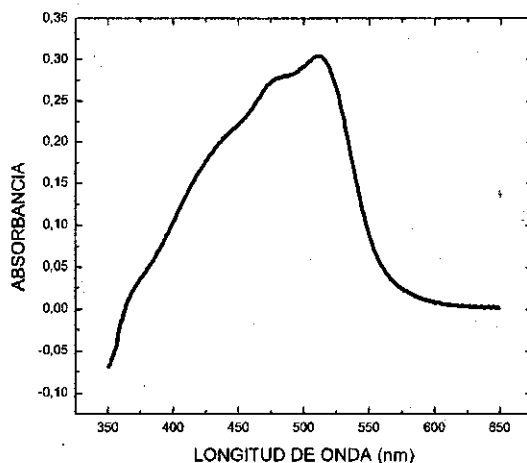


Figura 2. Espectro de absorción óptica de una de las soluciones patrón utilizada para calibrar.

En la Figura 3a, la absorbancia, a , medida ópticamente en los 510 nm, fue graficada en función de la concentración, C . La línea sólida representa el mejor ajuste de los datos experimentales a una función lineal, como es de esperar según la ley de Lambert-Beer. De manera análoga, la amplitud normalizada, Θ , de la señal obtenida por medición FA es representada en función de C en la Figura 3b. Aquí la curva sólida representa el mejor ajuste de los datos experimentales a la función^{5,6}

$$\Theta = \frac{\Gamma C}{\sqrt{(1 + \Gamma C)^2 + 1}} \quad (1)$$

que será utilizada como curva de calibración para determinar la concentración de Fe en una muestra dada. El parámetro Γ que aparece en dicha función, es una constante de proporcionalidad entre el producto de la longitud de difusión térmica, μ , por el coeficiente de absorción óptica, β , y la concentración, C , es decir, $\beta\mu = \Gamma C$ ^{5,6}. En nuestro caso la normalización fue realizada dividiendo la amplitud de la señal FA obtenida para cada muestra por aquella medida en una solución de tinta negra, para la cual se satisface la condición de opacidad $\beta\mu \gg 1$, como se describe por Helander².

Después de realizada la calibración, se efectuaron las mediciones en una muestra de harina de maíz

preparada mediante el método colorimétrico mencionado arriba. A partir de los resultados obtenidos fue posible determinar la concentración de Fe total en dicha muestra. El valor de la amplitud normalizada de la señal FA obtenido para la muestra fue de 0.005. Si interpolamos ese valor en la curva de calibración que muestra la Figura 3b, obtendremos el valor correspondiente de concentración C, que en este caso es (4.2 ± 0.4) PPM. Como puede apreciarse en la Figura 3a, un resultado similar es obtenido utilizando el valor de absorbancia medido por espectrofotometría, $a = 0.306$, observándose así una muy buena correspondencia entre los resultados obtenidos por ambas técnicas.

4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se reporta por primera vez la utilidad del método propuesto, basado en el efecto fotoacústico, para la realización de mediciones

espectroscópicas en alimentos, así como para la determinación del contenido de hierro total en los mismos. Esta técnica es relativamente simple y barata si se compara con otras ya tradicionales como las ópticas. Su alta precisión, demostrada en este trabajo por comparación con la espectroscopia óptica, hace que pueda ser utilizada como una valiosa herramienta en aplicaciones relacionadas con la industria alimenticia.

Actualmente hay una gran necesidad en la industria de un control cuidadoso de las concentraciones de diferentes vitaminas, compuestos salinos y minerales usados para enriquecer los alimentos. Entre estos, la adición de Fe a los cereales ha sido reconocida como una necesidad en todo el mundo, debido a los trastornos metabólicos que ocasiona su déficit en el organismo de las personas. Esto hace que el desarrollo de métodos experimentales para su control sea de vital importancia.

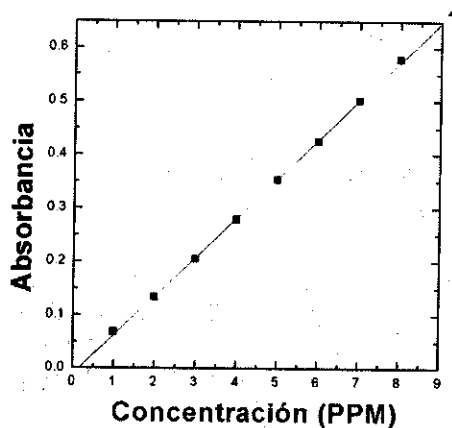


Figura 3a. Absorbancia óptica en función de la concentración de Fe en las soluciones de calibración.

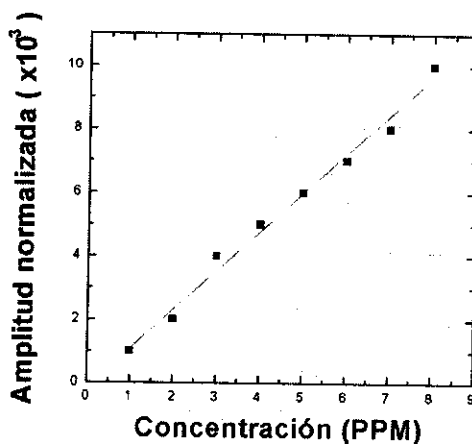


Figura 3b. Amplitud de la señal FA normalizada en función de la concentración de Fe en las soluciones de calibración.

REFERENCIAS

- ¹El lector puede consultar los numerosos textos aparecidos sobre el tema desde la publicación del primer libro en 1977 (Pao Y. H. *Optoacoustic Spectroscopy and Detection* (Academic, N.Y.). Una lista bibliográfica al respecto aparece en el Prólogo al libro *Life and Earth Sciences*, A. Mandelis y P. Hess (Eds) (SPIE Optical Engineering Press: Bellingham, Washington), publicado en 1997 como tercer Volumen de la serie: *Progress in Photothermal and Photoacoustic Science and Technology*.
- ²HELANDER, P. (1982): *J. Photoacoust.* 1, 103.
- ³ROSENCWAIG, A. and A. GERSHO (1976): *J. Appl. Phys.* 47, 64.
- ⁴DELGADO-VASALLO, O. and E. MARIN (1999): *J. Phys. D: Appl. Phys.* 32, 593.
- ⁵DELGADO-VASALLO, O. et al (2000): *Meas. Sci. Technol.* 11, 412.
- ⁶LIMA, J.A.P. et al. (2001): *Analytical Sciences* 17, 530.
- ⁷*Approved Methods of the American Association of Cereal Chemists Vol. I* (1983)

DEGRADACION POR PULSOS DE CORRIENTE DEL CONTACTO METAL-SEMICONDUCTOR DE CELDAS SOLARES DE SILICIO

I. Perez-Quintana, A. Martel y L. Hernández, Facultad de Física, Universidad de La Habana, Cuba

RESUMEN

Este trabajo reporta un estudio comparativo de la degradación del contacto metal-semiconductor en dos diferentes tipos de contactos de celdas solares de silicio: contactos de Ti/Pd/Ag depositados por evaporación térmica al vacío y contactos serigráficos de Al/Ag. Con el objetivo de acelerar la degradación, se emplearon ciclos térmicos de calentamiento-enfriamiento, los cuales se simularon experimentalmente por inyección de pulsos de corriente. Se midió a intervalos de tiempo regulares la característica volt-ampérica de cada celda y utilizando el modelo de doble exponencial, se calcularon los parámetros fundamentales de ambos tipos de celdas. Se demuestra con la aplicación de pulsos de corriente en el tiempo examinado, que excepto el V_{oc} todos los parámetros de la celda con contactos evaporados, se degradan en el tiempo examinado. Especial énfasis se hace en el estudio de los contactos: la celda con contactos serigráficos prácticamente no sufre degradación de sus parámetros.

ABSTRACT

This work accomplishes a comparative study of metal-semiconductor contact degradation on two different types of silicon solar cells contacts. One of them was a thermally vacuum-evaporated Ti/Pd/Ag contact, and the other one was a screen-printed contact of Al/Ag. An experimental and theoretical methodology was applied in order to study the degradation due to periodic hot/cool switching and knowledge about all fundamental parameters from I-V characteristics of both types of solar cells was obtained. The periodic hot/cool process was carried out by current pulses and the double exponential model of I-V characteristic was used to acquire all fundamental parameters of the solar cells. We found that except the V_{oc} all fundamental parameters of Ti/Pd/Ag contact cell, were degraded with the application of current pulses in the time studied. The screen-printed contacts were degraded more smoothly than the thermally vacuum-evaporated front contacts of Ti/Pd/Ag.

1. INTRODUCCION

En este trabajo, se aplica una metodología teórico-experimental que permite estudiar los mecanismos de falla que la degradación de los contactos metal/semiconductor provocan en celdas solares sometidas a procesos cíclicos de calentamiento-enfriamiento, que podrían ser en la práctica consecuencia de un día nublado. Debido a las diferencias entre los coeficientes de dilatación térmica del semiconductor y del metal, estos ciclos térmicos provocan la pérdida de la calidad de los contactos en el dispositivo, limitando con ello la potencia de salida del mismo y la eficiencia de la conversión fotovoltaica.

Una descripción bastante completa de la característica I-V se puede representar mediante el modelo de dos diodos. En este modelo, la corriente de difusión y la corriente de recombinación en la región de carga espacial, se representan por medio de dos diodos con comportamientos exponenciales diferentes y resulta estar más estrechamente relacionado con los fenómenos físicos internos de las celdas solares. También se incluyen las resistencias series y paralelo más la corriente inducida por la luz. El modelo expresa la relación I-V, para una temperatura e intensidad luminosa dadas, mediante la ecuación implícita:

$$I(V) = I_L - I_d \left[\exp \frac{q(V + I R_s)}{n_d k T} - 1 \right] - I_r \left[\exp \frac{q(V + I R_s)}{n_r k T} - 1 \right] - \frac{V + I R_s}{R_{sh}} \quad (1)$$

La fotocorriente I_L es generada por una fuente de corriente y fluye a través de los diodos, de la resistencia paralelo R_p , de la resistencia serie R_s y de la carga. En este modelo, I_d es la corriente de difusión de Shockley que incluye la recombinación y arrastre de portadores en las regiones casi-neutrales de la juntura y la corriente I_r corresponde a la recombinación de portadores vía niveles profundos en la zona de carga espacial de la juntura y en la superficie del dispositivo. Los otros parámetros clásicos, n_d y n_r , son los factores de idealidad de los diodos para la corriente de difusión y la corriente de recombinación, respectivamente.

Se ha demostrado que los valores de los parámetros de la celda solar calculados mediante un modelo de doble exponencial, se corresponden bien con los medidos [1-3].

En trabajo precedente [4,5], nosotros desarrollamos una metodología para degradar los contactos metal-semiconductor por medio de pulsos de corriente y buscar la influencia de las resistencias serie y paralelo en el marco de diferentes modelos analíticos. En particular, aplicamos el modelo de doble exponencial junto con la técnica para la determinación de la resistencia serie sugerida por Rajkanan y Schewchum [6]. Esta técnica, emplea los resultados de las mediciones en condiciones de oscuridad e iluminación, para obtener el valor de la resistencia serie. La determinación de la resistencia paralelo, se hace empleando las expresiones reportadas en la referencia [7].

2. DETALLES EXPERIMENTALES

Se procesaron dos tipos de celdas solares de silicio monocristalino con las siguientes características en los contactos:

- celda solar con contactos depositados por evaporación térmica al vacío (Celda1).
- celda solar con contactos serigráficos de Al/Ag (Celda 2).

La celda solar con contactos depositados por evaporación térmica al vacío, fue una celda tipo $n^+ - p$, a partir de una oblea típica de silicio monocristalino de tres pulgadas de diámetro, con resistividad de $1.5 \Omega\text{-cm}$.

La celda solar con contactos serigráficos, también fue una celda tipo $n^+ - p$, elaborada a partir de una oblea típica de silicio de $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ de área, con resistividad de $1 \Omega\text{-cm}$.

Para evitar los efectos de los factores ambientales sobre las corrientes de fuga, se hizo un aislamiento eléctrico de la celda solar, sellando las celdas con etil-vinil-acetato luego de fijarla sobre fibra de vidrio como soporte, donde se colocaron también los bornes para los contactos frontal y posterior de la celda. Ambos tipos de celdas fueron así encapsuladas de modo tal que, para monitorear la temperatura, se colocó un termopar de cromel-alumel en buen contacto térmico con la superficie posterior de cada una de las celdas.

Para aplicar los pulsos de corriente a las celdas, se hizo circular con polarización en directa, una corriente equivalente a 10 veces la corriente de corto circuito a 100 mW/cm^2 , condición que se mantuvo todo el tiempo de estudio. Estos pulsos se obtuvieron aplicando corriente al circuito durante 5 minutos, seguidos de otros 5 minutos sin corriente. Para esto se utilizó un dispositivo **On/Off** o **Timer** con periodo de 5 minutos. En este régimen de pulsos, la temperatura estacionaria se incrementaba en $30^\circ\text{C}/3^\circ\text{C}$ por encima de la temperatura ambiente en condición de on/off, respectivamente.

De manera sistemática, se midieron las dependencias funcionales entre la corriente y el voltaje (características I-V) en la celda bajo condiciones de iluminación.

Una medición completa se alcanzaba dentro del rango de tiempo de un minuto y la temperatura de la celda se mantuvo constante en un rango de $\pm 0.5^\circ\text{C}$. Las características I-V en oscuridad, se obtuvieron polarizando la celda en directa con una fuente reguladora de potencia. Se realizaron mediciones sistemáticas de la eficiencia cuántica interna espectral de cada celda, usando una lámpara GS0895 a 100 mW/cm^2 , un amplificador lock-in y filtros interferenciales para longitudes de onda desde 350 nm hasta 1100 nm .

Se empleó un método iterativo para resolver la ecuación 1 con el objetivo de estudiar la correspondencia entre los valores que se obtienen ajustando esta ecuación a los parámetros experimentales. Los valores medidos del voltaje a circuito abierto (V_{ca}), la corriente de cortocircuito (I_{cc}) y las condiciones de potencia óptima (P_o), fueron utilizados en la solución iterativa. Además, se supuso $n_d = \text{const.}$ y $n_r = \text{const.}$, por lo que fueron necesarias sólo cinco ecuaciones iterativas para resolver la ecuación 1. Cuatro de ellas son las expresiones explícitas para I_L , I_d , R_p y R_s y la quinta ecuación a partir de:

$$I(I_r, V_o) - I_o = 0 \quad (2)$$

Donde V_o , I_o son los valores experimentales de voltaje y corriente en el punto de máxima potencia (P_o). Se simuló una curva I-V con el propósito de reproducir los valores experimentales. Se extrajeron los parámetros I_r , I_d , n_r y n_d , los que se usaron para generar el conjunto de curvas I-V que permitió encontrar los valores ajustados para cada parámetro. En todos los casos, los valores de los parámetros medidos de R_s , V_{ca} , I_{cc} y el factor de llenado FF no discrepan más del 1 % de aquellos obtenidos por el ajuste de la curva.

En la evaluación de estos parámetros ajustados, I_L se mantuvo constante dado que la eficiencia cuántica interna espectral de ambas celdas, no varió con la aplicación de los pulsos en todo el tiempo examinado.

3. RESULTADOS Y DISCUSION

De la Figura 1 vemos que la característica I-V de la celda1 no se modificó por la acción de los pulsos de corriente. La celda 2 hasta los 7000 pulsos aplicados no cambia su característica I-V, pero cuando los pulsos superan este valor, se reduce la pendiente de la curva a altos valores de voltaje (incremento de R_s), el área bajo la curva (decrece el FF) y la I_{cc} .

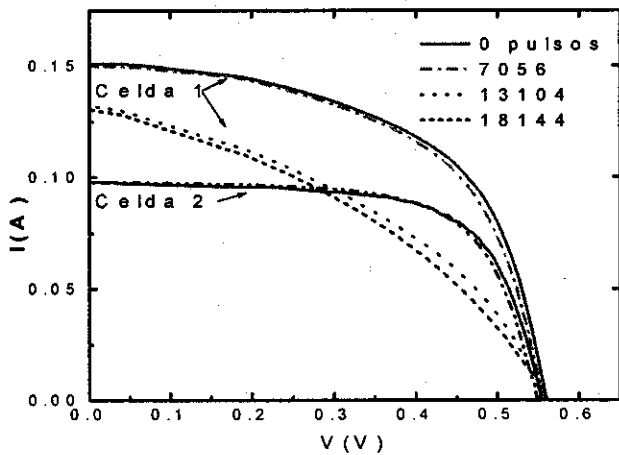


Figura 1. Variación de las características I-V como función del número de pulsos de corriente aplicados a ambas celdas solares: Celda1 con contacto de Ti/Pd/Ag y Celda2 con contactos serigráficos de Al/Ag.

De la Figura 2 vemos que la máxima diferencia en el V_{ca} , antes y después de los pulsos, en ambas celdas no supera el 1%, es decir, los pulsos de corriente no afectan las propiedades físicas del volumen, lo que está apoyado en que la eficiencia cuántica interna espectral de ambas celdas, no varió con la aplicación de los pulsos en todo el tiempo examinado. La I_{cc} de la celda2 no se modificó por la acción de los pulsos de corriente: Para la celda1, por encima de los 7000 pulsos aplicados el valor de I_{cc} se reduce en un 15% y arriba de los 13000 pulsos la disminución es menos fuerte, tendiente a una saturación. El incremento de la resistencia serie asociado a la pérdida de adherencia de los contactos, provoca la reducción de la I_{cc} .

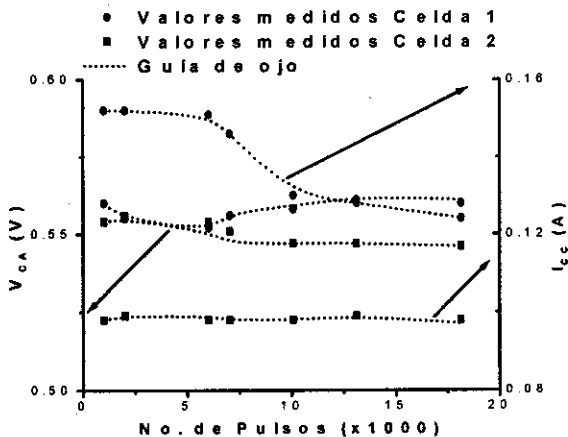


Figura 2. Variación del V_{ca} y la I_{cc} como función del número de pulsos de corriente aplicados a ambas celdas solares: Celda1 con contacto de Ti/Pd/Ag y Celda2 con contactos serigráficos de Al/Ag.

De la Figura 3 vemos que la máxima diferencia en el FF y por ende en la eficiencia de conversión de la celda2, no supera el 1%, es decir, los pulsos de corriente no afectan las propiedades físicas del dispositivo a pesar de que se observa un ligero incremento de la R_s . La R_s de la celda1 crece continuamente hasta triplicar su valor inicial por la acción de los pulsos de corriente y por encima de los 7000 pulsos aplicados, el incremento de la resistencia de contacto es más fuerte. El aumento de la resistencia serie asociado a la pérdida de adherencia de los contactos, se hace evidente en la fuerte reducción del FF de la celda1. La disminución de los valores de I_{cc} y FF provocan una disminución notable de la eficiencia de conversión.

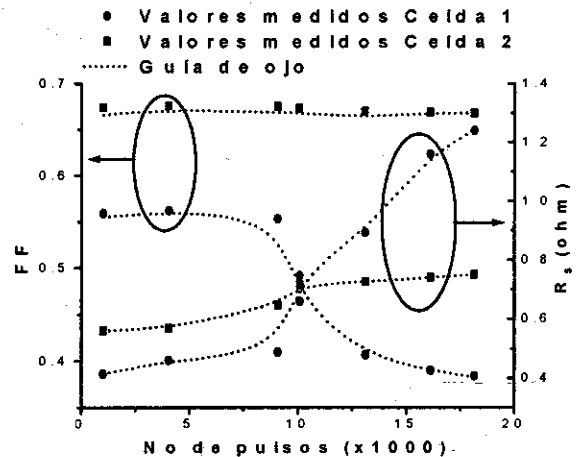


Figura 3. Variación del FF y la R_s como función del número de pulsos de corriente aplicados a ambas celdas solares: Celda1 con contacto de Ti/Pd/Ag y Celda2 con contactos serigráficos de Al/Ag.

4. CONCLUSIONES

Nosotros encontramos que excepto el V_{ca} todos los parámetros fundamentales de la celda con contactos de Ti/Pd/Ag depositados por evaporación térmica al vacío, se degradan con la aplicación de los pulsos de corriente en el tiempo examinado. En la celda con contactos serigráficos de Al/Ag, los pulsos de corriente no afectan las propiedades físicas del dispositivo a pesar de que se observa un ligero incremento de la R_s .

Debido a la diferencia de conductividad térmica entre los contactos metálicos y el silicio semiconductor, los ciclos térmicos causan la degradación de los contactos metal-semiconductor de la celda solar. La pérdida de la adherencia metal-semiconductor por los pulsos de corriente, incrementa la resistencia de contacto tanto frontal como posterior y provoca un crecimiento de la resistencia serie del dispositivo.

Se demostró que con la aplicación de pulsos de corriente, la degradación del contacto es el único factor que deteriora la eficiencia de la celda solar. Se comprobó que para reproducir los valores experimentales de los parámetros eléctricos por ajuste según doble exponencial, es válido suponer que los valores

de corriente de difusión y recombinación no cambian con la degradación de los contactos, pues el método empleado no degrada a la unión, volumen, etc. En ambas celdas se mantiene la correspondencia entre los valores experimentales de las curvas I-V y los calculados por el modelo de doble exponencial.

REFERENCIAS

1. CHARLES, J.P.; G. BORDURE; A. KHOURY and P. MIALHE (1985): "Consistency of double exponential model with the physical mechanisms of conduction for solar cells under illumination", **J. Phys. D., Appl. Phys.** 18:2261-2268.
2. CHARLES, J.P.; I. MEKKAQUI-ALAUQUI; G. BORDURE and P. MIALHE (1985): "A critical study of the effectiveness of the single and double exponential models for I-V characterization of solar cells", **Solid-St Electronics** 28(8):807-820.
3. ENEBISH, N.; D. AGCHBAYAR; S. DORJKHAND; D. BAATAR and I. YLEMJ (1993): "Numerical analysis of solar cell current-voltage characteristics", **Sol. Energy Mater. & Solar Cells** 29:201-208.
4. HERNANDEZ, L.; I. PEREZ-QUINTANA and A. MARTEL (1996): "Modification of fundamental parameters in the silicon solar cells by current pulses", **Sol. Energy Mater. & Solar Cells** 44: 367-373.
5. PEREZ-QUINTANA, I.; L. HERNANDEZ and A. MARTEL (2001): "Comparative Study of Metal-Semiconductor Contact Degradation by Current Pulses on Silicon Solar Cells with Two Contact Types", **Solid State Electronics** 45(12):2017-2021.
6. RAJKANAN, K. and J. SHEWCHUN (1979): "A better approach to the evaluation of the series resistance of solar cells", **Solid-St Electron** 22(2-E):193- 197.
7. CHARLES, J-P.; M. ABDELKRIM; Y.H. MUOY and P. MIALHE (1981): "A practical method of analysis of the current-voltage characteristics of solar cells", **Solar Cells** 4:169-178.

COMPORTAMIENTO DIELECTRICO, PIROELECTRICO Y FERROELECTRICO DEL SISTEMA CERAMICO

PLZT x/65/35

L. Y. Suárez Campos y A. Peláiz Barranco, Facultad de Física, Instituto de Materiales y Reactivos para la Electrónica (IMRE), Universidad de La Habana, La Habana, Cuba

RESUMEN

Cerámicas ferroeléctricas del tipo PLZT x/65/35 ($x = 2,3,4,5$), obtenidas a través del método cerámico tradicional, muestran estructura perovskita con fase romboédrica y una disminución del tamaño de grano promedio al aumentar la concentración de lantano. Se observa una disminución del valor máximo de la permitividad dieléctrica, la temperatura de transición y la polarización remanente, y un aumento del campo coercitivo. Los resultados son discutidos sobre la base de la incorporación del lantano a la estructura y la variación del tamaño de grano. Resultados preliminares del comportamiento piroeléctrico de las cerámicas son mostrados.

ABSTRACT

PLZT x/65/35 ($x = 2,3,4,5$) ferroelectric ceramics show perovskite structure and a rhombohedral phase. The average grain size, the maximum dielectric permittivity, the transition temperature and the remanent polarisation decrease when the lanthanum concentration increases, while the coercive field increases. The results are discussed taking into account the substitution of Pb^{2+} by La^{3+} and the variation of the grain size. Preliminary results of the pyroelectric behaviour are shown.

INTRODUCCION

De entre la amplia gama de materiales cerámicos que presentan interés en el campo de la electrocerámica se encuentran los materiales ferroeléctricos [1], cuyas propiedades más relevantes son los fuertes efectos de acoplamiento, fuerte histéresis en la respuesta del campo de polarización y alta permitividad dieléctrica. Estas propiedades los hacen factibles para el desarrollo de transductores electromecánicos y capacitores eléctricos [1-2], por lo que han alcanzado un interés especial en el desarrollo de nuevas tecnologías, potenciando la creación de una industria con un mercado cada vez más creciente. Su utilización se remonta a la etapa final de la II Guerra Mundial, en la cual se empleó el titanato de bario en la generación de campos ultrasónicos para la detección subacuática de los submarinos.

A partir del descubrimiento y estudio del titanato de bario se ha desarrollado un considerable número de estudios sobre nuevos materiales cerámicos ferroeléctricos [1]. Dentro de ellos se encuentra el zirconato-titanato de plomo $Pb(Zr,Ti)O_3$, conocido como PZT, con excelentes propiedades como sistema puro y modificado [1-3]. Una estructura cristalina tipo perovskita (ABO_3) con valores óptimos de las propiedades dieléctricas y piezoeléctricas en la denominada región morfotrópica ($Zr/Ti=0.52-0.55$) [1-2,4] y la presencia de vacancias catiónicas debido a la evaporación del plomo durante la formación del compuesto, son algunas de sus características fundamentales [1].

Su estudio como sistema modificado constituye una línea de investigación en la actualidad, clasificándose en dos grandes grupos: el dopaje "blando" y el dopaje "duro", dentro de las cuales se encuentra un gran número de modificaciones a este compuesto [1-2]. En el primer caso, iones como La^{3+} , Nd^{3+} , Eu^{3+} , Gd^{3+} , Dy^{3+} y Nb^{5+} crean vacancias de plomo cuando se incorporan a la estructura, ya sea ocupando los sitios A o los sitios B, para lograr la neutralidad del compuesto. Por otro lado, el dopaje "duro" involucra iones como: Mg^{2+} , Fe^{2+} , K^{1+} , Mn^{2+} , Al^{3+} , Sr^{3+} y Mn^{3+} que crean vacancias de oxígeno en la estructura perovskita y como en el caso anterior ocupan uno u otro sitio de la estructura según su radio iónico, pero ahora con la peculiaridad que tienen menor valencia química que el ión que sustituirán en la red, de ahí que sean las vacancias de oxígeno quienes garantizan la electroneutralidad del sistema.

En este trabajo abordaremos una modificación al sistema PZT tipo "blando", tomando como dopante el lantano (sistema PLZT). Analizaremos los efectos de dicho dopante sobre las propiedades dieléctricas, piroeléctricas y ferroeléctricas en cerámicas del tipo PLZT x/65/35 ($x = 2, 3, 4, 5$).

METODO DE PREPARACION DE LAS MUESTRAS

Se obtuvieron muestras con relación $Zr/Ti=65/35$, donde la composición nominal está dada por la expresión: $(Pb_{1-x}La_x)(Zr_{0.65}Ti_{0.35})_{1-x/4}O_3$, considerando la creación de vacancias en los sitios B de la estructura perovskita. Esta fórmula es simplificada por la expresión PLZT La/Zr/Ti representando el

porcentaje atómico de cada uno de los elementos. Cinco composiciones diferentes fueron preparadas, adicionando $x = 2,3,4,5$ % at. de lantano, cuya representación será PLZT $x/65/35$.

Las cerámicas PLZT fueron preparadas a partir de óxidos de alta pureza, empleando el método cerámico tradicional. Los polvos fueron mezclados y molidos durante 2 horas en un mortero de ágata, calentados hasta 800°C por 1 hora y nuevamente molidos, luego se mezclaron con alcohol polivinílico como aglutinante. Los polvos fueron prensados con 2 ton/cm^2 en una prensa hidráulica y finalmente sinterizados a 1200°C durante 1 hora, encapsulados en crisoles de aluminio en atmósfera de aire. Para las mediciones eléctricas, electrodos de plata fueron depositados sobre las caras planas de los discos ferroeléctricos mediante un tratamiento térmico a 590°C .

TECNICAS EXPERIMENTALES

Análisis Estructural

Los polvos fueron analizados a través de la difracción de rayos-x a temperatura ambiente, empleando un difractómetro SIEMENS D5000 (35kV , 30mA) y radiación $\text{CuK}\alpha$. Los estudios de microscopia electrónica de barrido (SEM) fueron efectuados mediante un microscopio Cambridge-Leica Sterioscan 440 sobre las muestras fracturadas.

Análisis Termoeléctrico

La evaluación de los parámetros dieléctricos se realizó a través de un puente RLC Philips [5] a 1 kHz , en un amplio intervalo de temperaturas.

Histéresis Ferroeléctrica

Para esta técnica se empleó una variante del circuito Sawyer-Tower a 1 Hz [2], acoplado a un osciloscopio HP 54645 A, un generador de señales HP 33120A, un amplificador Trek 610D y una computadora. Las mediciones se realizaron a temperatura ambiente.

Piroelectricidad

Para el estudio de las propiedades piroeléctricas las muestras se polarizaron a 1.33 kV/mm y 120°C durante 20 minutos. La dependencia de la corriente piro-

eléctrica con la temperatura fue obtenida y a partir de ella se determinó el coeficiente piroeléctrico y la figura de mérito piroeléctrica a temperatura ambiente [1,5].

RESULTADOS Y DISCUSION

Los patrones de rayos-x a temperatura ambiente mostraron una estructura perovskita en cada una de las composiciones estudiadas (Figura 1). Se observó una fase romboédrica y no se obtuvieron fases no deseadas. El incremento de la concentración de lantano no afectó los parámetros de red. Por su parte, los resultados de SEM mostraron una disminución del tamaño de grano al aumentar la concentración de lantano (Figura 2).

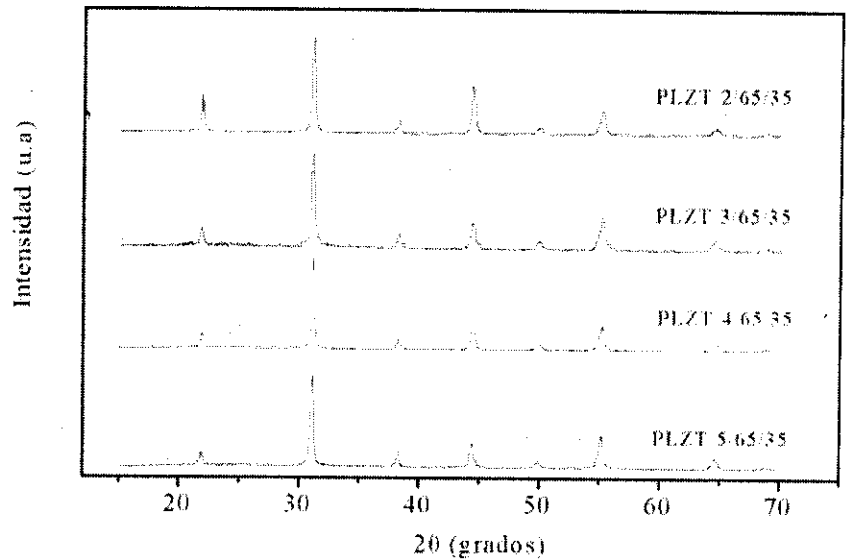


Figura 1. Patrones de difracción de rayos-x a temperatura ambiente para el sistema PLZT $x/65/35$.

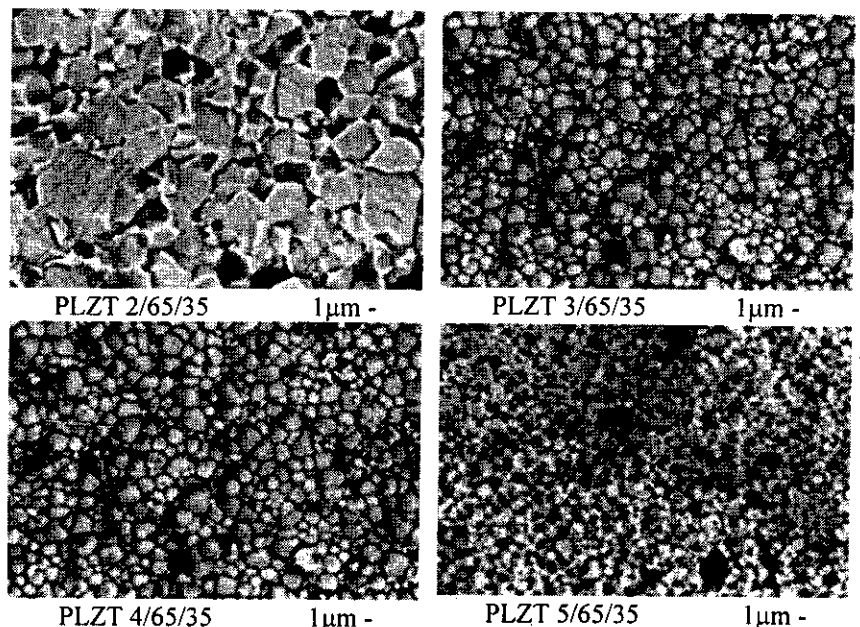


Figura 2. Resultados de SEM a temperatura ambiente para el sistema PLZT $x/65/35$.

El comportamiento de la permitividad dieléctrica (ϵ) con la temperatura a 1 kHz se muestra en la Figura 3. Se observa una disminución del máximo de este parámetro (ϵ_{max}) con el aumento de la concentración del dopante, tendencia que se ve afectada por el resultado mostrado por la muestra PLZT 5/65/35. El incremento de la permitividad en este caso se atribuye a un incremento en la conductividad para esta composición. Todas las composiciones mostraron el cumplimiento de la Ley de Curie-Weiss para temperaturas superiores a la de transición.

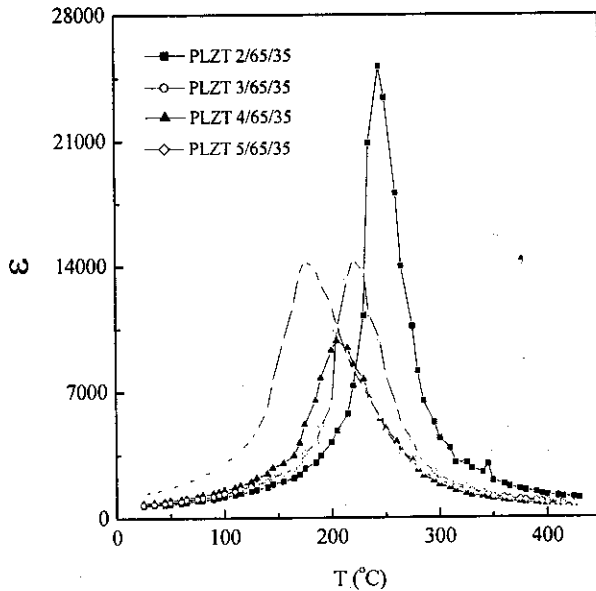


Figura 3. Dependencia de la permitividad dieléctrica con la temperatura a 1kHz para el sistema PLZT 3/65/35

Tabla I. Parámetros dieléctricos para el sistema PLZT x/65/35.

| Composición | ϵ_{max} | T_m (°C) |
|--------------|------------------|------------|
| PLZT 2/65/35 | 25151 | 245 |
| PLZT 3/65/35 | 14374 | 220 |
| PLZT 4/65/35 | 9813 | 205 |
| PLZT 5/65/35 | 14254 | 175 |

La Tabla I muestra los valores máximos de permitividad (ϵ_{max}) y la temperatura de transición (T_m). Al sustituir Pb^{2+} por La^{3+} en la estructura perovskita se generan vacancias de plomo para la conservación de la electroneutralidad del sistema y se afectan las interacciones de largo alcance que establecen el carácter ferroeléctrico [1]. Esto trae consigo la disminución de la energía térmica necesaria para pasar al estado paraeléctrico, decreciendo así la temperatura a la cual se produce la transición ferroeléctrica-paraeléctrica (T_m). Por otro lado, la incorporación del lantano también afecta el

momento dipolar del sistema y con esto el valor de la polarización, dada la diferencia de carga y tamaño con relación al plomo. Esto se refleja en la variación de la permitividad dieléctrica.

La Figura 4 muestra los lazos de histéresis a temperatura ambiente para un máximo campo aplicado de 1.1 kV/mm y la Tabla II recoge los valores de la polarización remanente (P_r), la máxima polarización para el campo eléctrico aplicado (P_{max}) y el campo coercitivo (E_c), extraídos de los correspondientes lazos. La polarización remanente muestra una disminución con el incremento del dopante, y el campo coercitivo tiende a aumentar aunque para las mayores concentraciones de lantano muestra una disminución. Este aumento de E_c está asociado a la disminución del tamaño de grano a medida que se aumenta la concentración del dopante. La disminución del campo coercitivo para las muestras PLZT 4/65/35 y 5/65/35, pese a la disminución del tamaño de grano, se puede atribuir a un incremento de la conductividad del material que favorece la orientación de los dominios con un menor campo eléctrico [6]. La disminución de la polarización remanente está dada por la afectación del momento dipolar debido a la incorporación del lantano a la estructura. La razón (P_r/P_{max}) muestra la presencia de un estado muy próximo a la saturación.

La Tabla III muestra los resultados del coeficiente pieoeléctrico (p) y la figura de mérito pieoeléctrica (R_v) a temperatura ambiente, observándose una disminución de p en correspondencia con la disminución de la polarización del sistema cerámico con el incremento de la concentración de lantano. Los resultados de ambos parámetros muestran cerámicas con buenas propiedades para ser empleadas como sensores pieoeléctricos [7-9].

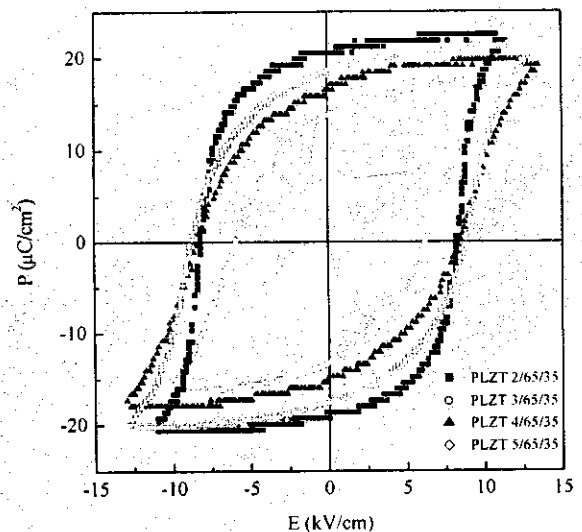


Figura 4. Histéresis ferroeléctrica a temperatura ambiente a 1Hz para el sistema PLZT x/65/35.

Tabla II. Parámetros de los lazos de histéresis ferroeléctrica para el sistema PLZT x/65/35.

| Composición | P_r (C/m ²) | P_{max} (C/m ²) | P_r/P_{max} | E_c (10 ⁵ V/m) |
|--------------|---------------------------|-------------------------------|---------------|-----------------------------|
| PLZT 2/65/35 | 0.21 | 0.23 | 0.92 | 8.14 |
| PLZT 3/65/35 | 0.18 | 0.21 | 0.86 | 8.90 |
| PLZT 4/65/35 | 0.17 | 0.20 | 0.85 | 8.48 |
| PLZT 5/65/35 | 0.14 | 0.17 | 0.80 | 6.16 |

Tabla III. Coeficiente piroeléctrico (p) y figura de mérito piroeléctrica (R_v) a temperatura ambiente.

| Composición | p ($\mu\text{C}/\text{m}^2\text{C}$) | R_v ($\mu\text{C}/\text{m}^2\text{C}$) |
|--------------|--|--|
| PLZT 2/65/35 | 368 | 0.53 |
| PLZT 3/65/35 | 299 | 0.40 |
| PLZT 4/65/35 | 249 | 0.30 |
| PLZT 5/65/35 | 190 | 0.14 |

CONCLUSIONES

Las cerámicas ferroeléctricas PLZT x/65/35 ($x = 2,3,4,5$) mostraron estructuras perovskitas con fase romboédrica y una disminución del tamaño de grano con el incremento de la cantidad de lantano. La permitividad dieléctrica máxima al igual que la temperatura de transición disminuye al aumentar

la concentración del dopante dado que la incorporación del lantano a la estructura afecta las interacciones de largo alcance, que establecen el carácter ferroeléctrico, y el momento dipolar. Así mismo se obtiene una disminución de la polarización remanente y una tendencia al aumento del campo coercitivo con la concentración de lantano. Las cerámicas muestran buenas propiedades para aplicaciones piroeléctricas.

REFERENCIAS

- XU, Y. (1991): "Ferroelectric Materials and Their Applications", editado por Y. Xu (Elsevier Science Publishers B.V., The Netherlands,
- JAFFE, B.; W. COOK and H. JAFFE (1971): "Piezoelectric Ceramics" (Academic Press, London-New York.
- FERNANDEZ, J. F.; P. DURAN and C. MOURE (1993): **Bol. Soc. Esp. Cer. y Vidr.** 32(1), 5.
- NOHEDA, B. et al. (1999): **Appl. Phys. Lett.**, 74(14), 2059.
- PELAIZ BARRANCO, A. (1995): "Sistemas ternarios basados en $\text{PbTiO}_3\text{-PbZrO}_3$ (PZT)", Tesis de Licenciatura, Facultad de Física, Universidad de La Habana, Cuba.
- OKAZAKI, K. and K. NAGATA (1972): **J. Amer. Ceram. Soc.** 56(2), 82.
- PELAIZ BARRANCO, A. (2001): "Propiedades ferroeléctricas y mecanismos de conductividad en el sistema PZT modificado", Tesis de Doctorado, Facultad de Física, Universidad de La Habana, Cuba.
- LANDOLT-BORNSTEIN (1993): "Numerical data and functional relationships in Science and Technology", editado por D. F. Nelson (Springer-Verlag Berlin, Heilderberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, Barcelona, Budapest, 29, 339-351.
- LOZINSKI, A.H. (1998): **Memorias de Photovoltaic and Optoelectric Processes** (Bucharest, Romania, July 4-7, 69-71.

OXIDOS SUBESTEQUIOMETRICOS Y NANOESTRUCTURAS DE SILICIO DEPOSITADOS POR ABLACION LASER

B. Díaz y J. A. Rodríguez, Facultad de Física, Universidad de La Habana (UH), 10400 Vedado, Habana, Cuba
T. García y L. Ponce, Instituto de Materiales y Reactivos (IMRE), Habana, Cuba

RESUMEN

Se obtuvieron capas delgadas de óxido de silicio subestequiométrico (SiO_x , $0 < x < 2$) mediante la técnica de ablación láser al vacío. Los blancos irradiados se prepararon prensando distintas mezclas de SiO_2 y Si puros en forma de polvo. Las muestras fueron sometidas a dos tipos diferentes de tratamientos térmicos y la evolución de sus propiedades fue estudiada mediante las técnicas FTIR y SEM. Las capas depositadas presentan morfología columnar, con partículas esféricas embebidas cuyos diámetros oscilan entre 90 nm y menos de 10 nm. Los tratamientos térmicos de las muestras ocasionan su densificación. El tratamiento en atmósfera de oxígeno produce además la disminución del tamaño de las partículas dentro de las capas.

ABSTRACT

Thin films of substoichiometric silicon oxides (SiO_x , $0 < x < 2$) were obtained using laser ablation technique under vacuum. The irradiated targets were prepared mixing pure SiO_2 and Si powders and pressing them into cylindrical targets of different compositions. The samples were subjected to two distinct thermal treatments and evolution of properties was monitored using FTIR and SEM techniques. Films obtained exhibit columnar morphology with embedded spherical particles the diameter of which ranges from 90 to less than 10 nm. Thermal treatments lead to densification of the films. They also produce a decrease of particle sizes when achieved in oxygen atmosphere.

INTRODUCCION

El descubrimiento de propiedades luminiscentes en el silicio poroso desató una larga línea de estudios en el tema, debido al atractivo de utilizar materiales basados en silicio en la construcción de dispositivos emisores de luz. Hasta la actualidad se han propuesto muchos mecanismos para explicar la fotoluminiscencia. La presencia de nanoestructuras de silicio rodeadas de óxido de silicio parece ser un factor fundamental, pues el confinamiento producido modifica la estructura de bandas haciendo posible transiciones radiativas directas y agrandando el gap hasta el rango visible [1].

En los últimos años se ha reportado la obtención de capas de silicio y óxido de silicio no estequiométrico con propiedades luminiscentes en el visible y el infrarrojo cercano mediante la ablación láser [2, 3]. Las capas se logran lo mismo en atmósfera inerte o reactiva, y utilizando por lo general silicio monocristalino como blanco. Las propiedades luminiscentes se pueden mejorar con tratamientos térmicos posteriores a la deposición, provocando la oxidación parcial de las nanoestructuras de silicio o la segregación del silicio en exceso dentro de la matriz del óxido.

En este trabajo se reporta la obtención de capas de óxido de silicio mediante la ablación al vacío de pastillas formadas con polvos de silicio y óxido de silicio. La composición de los blancos posibilita la

obtención de capas de óxido subestequiométrico. Se realizó la caracterización preliminar de las muestras, siguiéndose su evolución tras dos tratamientos térmicos diferentes.

Sección experimental

Las capas se depositaron mediante la ablación láser en el sistema esquematizado en la Figura 1. Se utilizó un láser Nd:YAG ($\lambda = 1.06 \mu\text{m}$) con pulsos de 0.1 J, duración de los pulsos 10^{-8} s, frecuencia de disparo 2.4 Hz. El haz del láser es enfocado sobre el blanco con una lente, obteniéndose densidades de energía del orden de 10^9 W/cm². El ángulo de incidencia es de 55° con respecto a la normal del blanco. La ablación se realizó al vacío (10^{-5} Torr) y rotando constantemente el blanco para evitar la formación de cráteres. El tiempo de deposición fue de 10 min en todos los casos.

Los blancos se conformaron a partir de SiO_2 de alta pureza y silicio cristalino. Ambos constituyentes fueron molidos en un mortero de ágata, tamizados con un tamiz de $40 \mu\text{m}$, y mezclados en proporciones específicas para lograr las composiciones $\text{SiO}_{1.2}$ y $\text{SiO}_{1.5}$. Se añadió una gota de alcohol de polivinil diluido al 10 % por cada gramo de polvo, con el objetivo de lograr una mayor compactación durante el prensado, a 590 MPa. Después de prensadas, las pastillas se calentaron a 400°C durante 1 h para eliminar el polivinil.

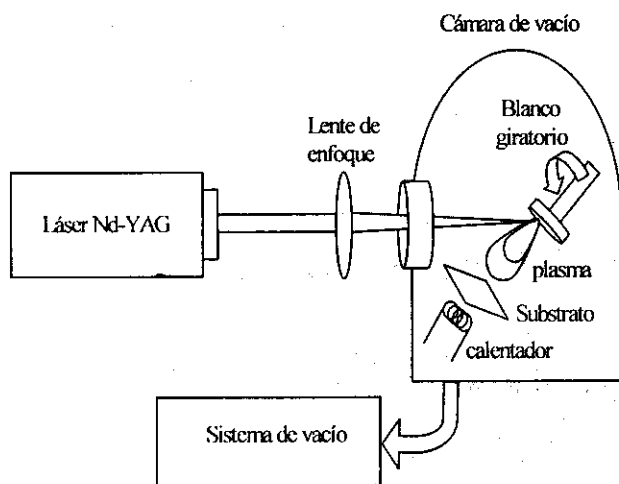


Figura 1. Esquema de la instalación de ablación láser utilizada en la deposición de las capas.

Las capas se depositaron sobre silicio cristalino (100) tipo p, de resistividad $1 \Omega \cdot \text{cm}$ y grosor $250 \mu\text{m}$. Los sustratos se situaron a 14 mm del blanco, y su temperatura se controló mediante un calentador eléctrico, depositándose a temperatura ambiente y a 100°C , 200°C y 300°C .

El índice de refracción y el espesor fueron medidos solamente en las capas recién depositadas, mediante el elipsómetro de nulidad ЛЭФ-3М-1. Los valores de este último estuvieron en todos los casos por debajo de $1 \mu\text{m}$.

Se realizaron dos tratamientos térmicos diferentes a juegos idénticos de muestras: el primero durante 1 h en atmósfera de nitrógeno (TN), y el segundo durante 30 s en atmósfera de oxígeno (TO), ambos a 1000°C . Los gases empleados son de grado electrónico (99.999 % de pureza).

Se midieron los espectros infrarrojos de transmisión de las capas recién depositadas y después de los tratamientos térmicos, en el rango de 400 a 4000 cm^{-1} , con un espectrómetro Perking-Elmer FTIR 2000. Los espectros fueron divididos por el espectro correspondiente a un sustrato de silicio, para eliminar su influencia.

Las capas recién depositadas y después del TO fueron observadas con un microscopio electrónico de barrido (SEM) HITACHI S-570.

RESULTADOS Y DISCUSION

Se obtuvieron capas de óxido de silicio subestequiométrico, según lo indica el índice de refracción entre 1.76 y 1.79 de todas las muestras. La adherencia a los sustratos es pobre para las capas recién depositadas, incrementándose después de ambos tratamientos térmicos, especialmente después del TN.

Los espectros infrarrojos presentan rasgos similares para todas las muestras. En la Figura 2 se observan los espectros típicos de una muestra recién depositada y después de cada tratamiento térmico. La banda correspondiente a la vibración de valencia del Si-O-Si es prácticamente invisible para las capas recién depositadas y su intensidad aumenta después de los tratamientos térmicos, haciéndose máxima después del TN. Además, la posición de la banda es $1070 \pm 1 \text{ cm}^{-1}$ después del TO, y $1077 \pm 1 \text{ cm}^{-1}$ después del TN. Tanto el aumento de la intensidad de la banda de valencia como su corrimiento hacia la zona de las altas frecuencias después del TN apuntan a un reordenamiento de la red y un incremento del orden local, efecto que es más marcado con el tratamiento térmico de mayor duración. Por supuesto que la oxidación parcial de las capas durante el TO, realizado en atmósfera de oxígeno, puede haber contribuido al incremento de la intensidad de la banda, pero este no es el factor fundamental ya que la banda es aún más intensa después del TN realizado en atmósfera de nitrógeno. La evolución de la banda indica asimismo el aumento de la densidad de la capa y la disminución de su porosidad [4].

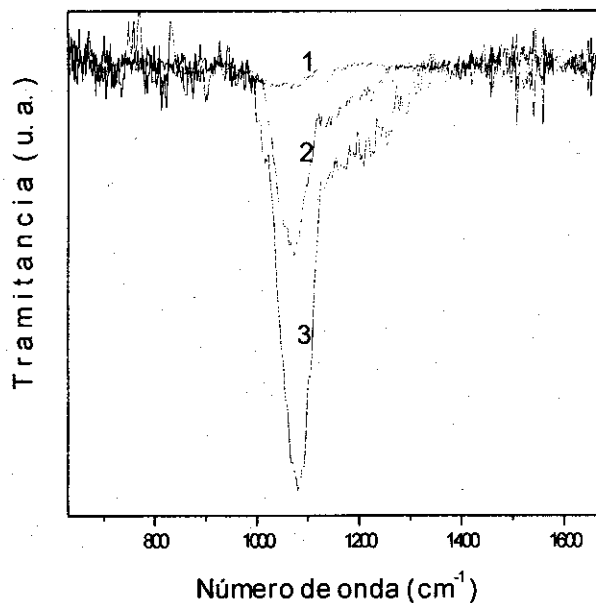


Figura 2. Espectros infrarrojos típicos de las muestras recién depositadas (1) y después de los tratamientos térmicos en atmósfera de oxígeno (2) y nitrógeno (3).

El hombro contemplado en el lado de las altas frecuencias de la banda de valencia ha sido observado en otras ocasiones, y es generalmente asociado al desorden en la red [5].

La banda correspondiente a la vibración de doblaje del Si-O-Si no está presente en ninguno de los espectros infrarrojos. La ausencia de la banda de doblaje ha sido atribuida a la baja estequiometría de

las muestras [6], lo que concuerda con la composición subestequiométrica de los blancos y con los valores medidos del índice de refracción. La estequiometría de las capas debe ser incluso inferior a la de los blancos utilizados, ya que en los procesos de ablación es común la pérdida del elemento más ligero y volátil que contenga el blanco (en este caso el oxígeno).

Las fotografías del SEM muestran regularidades estructurales para todas las muestras (Figura 3). Las capas están formadas por una matriz uniforme que contiene partículas esféricas embebidas, con tamaños de 90 a 10 nm¹.

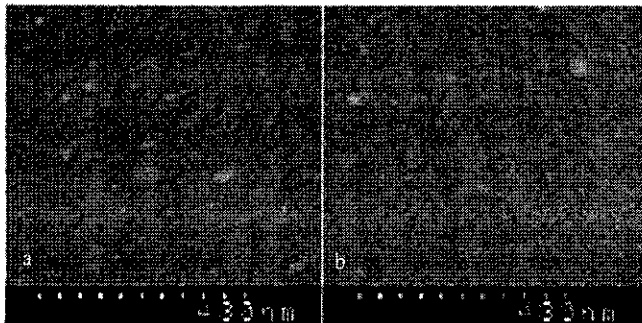


Figura 3. Fotografías típicas de las capas tomadas con el SEM:

- (a) recién depositadas y
- (b) después del tratamiento térmico en atmósfera de oxígeno.

La presencia de partículas en las capas depositadas por ablación láser puede deberse al fenómeno de salpicadura o a la condensación de aglomerados en el plasma [7, 8]. Esto último ocurre solamente cuando la ablación se realiza en presencia de un gas. El origen de nuestras partículas debe estar en las salpicaduras, aunque la

confirmación de esta afirmación requiere estudios posteriores, que están en camino actualmente.

En las fotografías del SEM (Figura 3) es posible observar la reducción del tamaño de las partículas embebidas en la matriz de óxido después del TO. Si las partículas se compusieran de silicio solamente, la reducción de su tamaño podría explicarse por la oxidación parcial de las mismas en la atmósfera de oxígeno. De cualquier modo, es necesario investigar más en este punto para establecer una conclusión definitiva. En las fotografías se observan también rayas a modo de cuarteaduras, que denotan la morfología columnar de las capas, y que han sido observadas en otras ocasiones para los óxidos de silicio [9].

Actualmente están en estudio las propiedades ópticas y la composición de las capas y las nanopartículas que contienen. La influencia de los tratamientos térmicos sobre el tamaño de las partículas debe permitir la obtención de capas con propiedades luminiscentes.

CONCLUSIONES

Se obtuvieron capas de óxido de silicio no estequiométrico con partículas nanométricas embebidas. El tratamiento térmico de las capas provoca el incremento del orden local. Cuando el tratamiento se realiza en atmósfera de oxígeno, se produce la disminución del tamaño de las partículas embebidas en las capas.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue posible gracias al apoyo de la Universidad de La Habana a través del proyecto Alma Mater A-00-27(2000).

REFERENCIAS

1. RINNERT, H.; M. VERGNAT and G. MARCHAL (1998): **Appl. Phys. Lett.** 72, 3157.
2. MOVTCAN, I. A. et al. (1996): **Applied Surface Science**, 96, 251.
3. MA, Z. et al. (1998): **J. Appl. Phys.**, 83, 7934.
4. WOLF, P. J. (1992): **J. Appl. Phys.**, 72, 1280.
5. SLAOU, A.; E. FOGARASSY, C. FUCHS and P. SIFFERT (1992): **J. Appl. Phys.**, 71, 590.
6. CALLEJA, W. et al. (1995): **Thin Solid Films**, 270, 114.
7. CHEN, L.C. (1994): **Pulsed Laser Deposition of Thin Films**, New York: John Wiley & Sons, 168.
8. FOGARASSY, E.; A. SLAOU, C. FUCHS and J. P. STOQUERT (1992): **Applied Surface Science**, 54, 180.
9. OHRING, M. (1992): **The Materials Science of Thin Films**, New York: Academic Press, 228.

¹Aunque es de esperar la presencia de partículas menores de 10 nm, la resolución del SEM utilizado no permite verlas.

Falsas Energías, Pseudociencia y Medios de Comunicación Masiva

Arnaldo González Arias, Dpto. Física Aplicada, Universidad de La Habana

SUMARIO

Cuando los medios de difusión masiva se hacen eco de noticias presuntamente científicas, pero que en realidad son ajenas a la ciencia, aportan un sabor de veracidad a afirmaciones totalmente falsas, tendiendo más a confundir que a ilustrar al lector o televidente, entre los cuales obviamente también se incluyen estudiantes y profesores. En nuestro país la mayoría de estos supuestamente “nuevos” resultados científicos se relacionan, de una forma u otra, con la aplicación del concepto de energía en el campo de la medicina, y se nutren esencialmente de la ingenuidad y la ignorancia. De ahí la necesidad de divulgar la realidad sobre este concepto, tanto en las aulas como fuera de ellas.

Por estas razones, en lo que sigue se ha pretendido:

- 1) Analizar, en forma muy resumida, el significado del concepto “energía”.
- 2) Resaltar las falacias inherentes a expresiones tales como *energía vital*, *energía piramidal* y *bioenergía*.
- 3) Resumir las diferencias más significativas entre la ciencia y la pseudociencia, utilizando un lenguaje lo más sencillo y popular posible para facilitar la comprensión del no especialista.

Examinando en conjunto las cinco características siguientes: *escepticismo*, *mecanismos*, *referencias*, *magnitudes* y *reproducibilidad*, es posible llegar a discernir con suficiente claridad cuando estamos en presencia de un resultado científico y cuando se nos intenta confundir con una terminología pseudocientífica.

Estas realidades deben ser divulgadas al máximo entre los estudiantes y profesores de la enseñanza media y universitaria, con el fin de contrarrestar la influencia nociva de los medios masivos de comunicación cuando se hacen eco de estas falsas terminologías.

Introducción

Resulta un tanto preocupante la difusión que en los últimos tiempos ha alcanzado la divulgación de la pseudociencia¹ en los medios de comunicación, sin que nuestro país sea la excepción. Los que en las aulas universitarias nos esforzamos en transferir a los alumnos el conocimiento acerca de los métodos de la ciencia y el significado de las leyes de la naturaleza, muchas veces chocamos con la influencia negativa de los medios de difusión masiva. Cuando estos medios propalan noticias presuntamente científicas, pero que en realidad nada tienen que ver con la ciencia, aportan un sabor de veracidad a afirmaciones totalmente falsas, y tienden más a confundir que a ilustrar al lector o televidente, entre los cuales obviamente también se encuentran estudiantes y profesores. Y la impresión general que se recibe en estos casos es que tiene mayor primacía el informe puntual de un resultado aparentemente espectacular que el brindar al público una información verídica y objetiva desde el punto de vista científico.

En nuestro país la mayoría de estos supuestos resultados científicos se relacionan con las denominadas “terapias alternativas” en el campo de la medicina. Así, hemos sido testigos de reportajes – que usualmente se repiten una y otra vez - donde se afirma que un cierto medicamento debe ser preparado con una “actitud energética” positiva o favorable por parte de la persona que hace la preparación. Y también de algún que otro escrito donde se describe la transmisión hacia el paciente de cierta “energía” benéfica, de dudoso origen, con el auxilio de algún aditamento, que puede ser un imán permanente o una pirámide hecha de cualquier material¹. Reportajes como éstos son antieducativos, pues inducen a confusión sobre la ciencia y sus métodos, no sólo a estudiantes de nivel universitario o preuniversitario, sino incluso a personas con educación universitaria, pero que no son especialistas en el tema específico considerado.

No corresponde a los educadores determinar si éstas terapias efectivamente funcionan o no. Pero sí nos corresponde, e incluso es nuestra obligación, alertar sobre la omisión del empleo del método científico en estos supuestos resultados, así como el uso incorrecto de la terminología científica, dada la gran cantidad de

¹ pseudo: falso; pseudociencia equivale a “falsa ciencia”

personas con posibilidad de ser afectadas por la falsa información.

Como en la casi totalidad de los casos aparece involucrado el concepto de *energía*, parece indispensable que todo profesor de ciencias exactas o naturales deba contar con un criterio actualizado acerca de éste concepto. Además, también es muy importante que todo educador tenga suficientes criterios acerca de las características que diferencian la verdadera ciencia de la pseudociencia.

No es suficiente conocer y difundir las características del método científico¹, porque en el campo de la pseudociencia también suelen aparecer resultados experimentales (deformados) y teorías (falsas), donde lo real se mezcla con lo ficticio. Por otra parte, una de las principales características de la pseudociencia es que utiliza profusamente la terminología científica, pero sin que los conceptos utilizados estén realmente asociados al fenómeno que se pretende describir.

Por estas razones, en lo que sigue se pretende:

- 1) Analizar, en forma muy resumida, el significado del concepto de energía.
- 2) Resaltar las falacias inherentes a expresiones tales como energía vital, energía piramidal y bioenergía.
- 3) Resumir las diferencias más significativas entre la ciencia y la pseudociencia, con la esperanza de que serán de utilidad a profesores y alumnos para separar la información verdaderamente científica de la que no lo es.

1. El Concepto de Energía

Al igual que otros muchos conceptos y definiciones en la ciencia, el concepto de energía ha ido evolucionando, ampliándose y perfeccionándose con el transcurso de los años. Si en los textos de hace 50 años era posible encontrar definiciones tales como: “la energía de un cuerpo puede ser definida, en sentido amplio, como su *capacidad para hacer trabajo*”², hoy día muchos consideran que ésta definición es inexacta, al menos por dos razones.

En primer lugar, desde el punto de vista moderno de la termodinámica, rama de la ciencia que se dedica al estudio de los procesos de intercambio de energía entre sistemas, el trabajo y el calor son *formas de transmisión de la energía*, y el trabajo queda definido como

¹ Observación y planteamiento del problema, hipótesis, experimentación, elaboración de una teoría, obtención de una ley.

*energía en tránsito*³. Si se adopta este criterio, la definición mencionada al inicio equivaldría a definir la energía como su capacidad de transmitirse, lo que carece de sentido.

En segundo lugar, los cuerpos o sistemas siempre tienen energía, aún cuando esa energía haya perdido su capacidad para realizar trabajo. Veamos esto último más detalladamente.

La energía se puede *degradar* (perder la capacidad de transmitirse en forma de trabajo útil) aunque durante el proceso no hayan existido pérdidas de energía.⁴ Es posible comprender el significado de la degradación de la energía analizando el siguiente ejemplo. La energía almacenada en un gramo de combustible puede mover un vehículo varios metros al combustionar, lo que equivale a transmitirse en forma de trabajo útil. Durante la combustión también se produce cierta transferencia de energía en forma de calor, que eleva la temperatura de las piezas internas del vehículo (incremento de *energía térmica*). La suma de las energías que aparecen en forma de: movimiento + energía térmica + energía de los residuos de la combustión, es exactamente la misma que estaba almacenada en el combustible (principio de conservación de la energía). Eventualmente, la energía que adquirió el vehículo en movimiento también se transformará en energía térmica, a causa de la fricción de las partes móviles del motor, de la carrocería con el aire y de las ruedas con el pavimento y los frenos. La energía almacenada inicialmente en el combustible no se pierde, *pero la energía térmica resultante en el proceso ya no puede volver a ser aprovechada para mover el vehículo*. Por tanto, durante el proceso la energía ha perdido su capacidad de transmitirse en forma de trabajo (se ha degradado). Como la energía degradada no se puede utilizar nuevamente para obtener trabajo, la definición de energía como “capacidad de hacer trabajo” no parece ser totalmente general.

Otros conceptos de energía, tal como “*la energía es una medida del movimiento*” (clásicos del siglo XIX), entran en contradicción con los textos contemporáneos de física, donde es posible encontrar energías descubiertas posteriormente que no están asociadas al movi-

² En forma macroscópica u ordenada, para diferenciarlo del *calor*, la otra forma (microscópica y desordenada) de transmisión de la energía.

³ La medida de la degradación de la energía viene dada por el incremento de la *entropía*, otra propiedad termodinámica de los sistemas muy bien conocida y estudiada, aunque mucho menos popularizada que el concepto de energía.

miento.

Por citar sólo un ejemplo, en referencia a la famosa relación de Einstein entre la masa y la energía (1905) un conocido texto de física afirma^{3,4}:

“... podemos aseverar que un cuerpo *en reposo* tiene una energía $E_0 = mc^2$ en virtud de su masa en reposo. A ésta cantidad se le llama *energía en reposo*” ... y es adicional a la energía asociada al movimiento de la partícula.

De hecho, hoy día es prácticamente imposible encontrar en los libros de texto una definición generalizada de energía que no pueda ser impugnada por una razón u otra. Y una posible razón es el hecho de que las ciencias físicas trabajan con magnitudes, y el concepto de energía sólo queda definido sin ambigüedades cuando nos referimos a un tipo específico de energía, cuyo valor pueda expresarse numéricamente (como dicen algunos, a una energía *con apellido*).

¿Que es una magnitud? Pues todo lo que se

pueda medir con un instrumento, de forma que sea posible asignarle un valor numérico. El amor y la belleza no son magnitudes; ninguno de los dos es posible expresarlos con cifras.

En relación con lo anterior, vale la pena recordar las palabras de William Thomson (Lord Kelvin), uno de los padres de la termodinámica moderna: “Suelo repetir con frecuencia que sólo cuando es posible medir y expresar en forma numérica la materia de que se habla, se sabe algo acerca de ella; nuestro saber será deficiente e insatisfactorio mientras no seamos capaces de traducirlo en números. En otro caso, y sea cual fuere el tema de que se trate, quizá nos hallemos en el umbral del conocimiento, pero nuestros conceptos apenas habrán alcanzado el nivel de ciencia”⁵.

En el caso que estamos analizando, son las correspondientes expresiones analíticas las que definen cada energía particular. Cada una de ellas queda así perfectamente definida, sin posibilidad alguna de ambigüedad. Algunos ejemplos se muestran en la tabla siguiente.

| ENERGÍA | EXPRESIÓN ANALÍTICA | MAGNITUD A MEDIR |
|---|------------------------|---|
| Cinética | $\frac{1}{2}mv^2$ | masa (m), velocidad (v) |
| Potencial gravitatoria | $-G \frac{m_1 m_2}{r}$ | masa (m) longitud (r), |
| Potencial electrostática | $k \frac{q_1 q_2}{r}$ | carga eléctrica(q) longitud(r) |
| Del campo magnético (por unidad de volumen) | $\frac{1}{2}\mu H^2$ | permeabilidad(μ), intensidad del campo (H) |

Otro aspecto a considerar es la *descripción* del lugar donde se encuentran almacenadas (o de donde provienen) las diferentes energías. Así, por ejemplo, en termodinámica se habla de la *energía interna* refiriéndose a la suma de todos los tipos de energía que puedan existir en un determinado sistema. El concepto *energía química*, usualmente se utiliza para designar la energía almacenada en los enlaces químicos de las sustancias. También se habla de energía eólica, energía solar, etc.

Es decir, existe una doble acepción del vocablo energía; se puede utilizar tanto para designar un tipo específico de energía como para indicar el lugar de donde proviene o se almacena.

El *principio de conservación de la energía* resume la realidad experimental de que siempre que desaparece algún tipo de energía en un sistema (cinética, potencial, del campo) en algún otro sistema aparece igual cantidad de energía, del mismo o de otro tipo. Fueron necesarios miles y miles de experimentos cuantitativos a lo largo de cientos años para alcanzar el conocimiento de estas realidades. Su desconocimiento puede conducir a conclusiones absurdas en temáticas que, a primera vista, no parezcan tener relación directa con la termodinámica.

2. Falsas Energías en los Medios Comunicación Masiva

Recientemente han comenzado a proliferar en diferentes órganos de prensa (radio, TV, prensa escrita) informes de supuestas terapias alternativas que utilizan un lenguaje pseudocientífico, mezclando conceptos científicos con otros que no lo son. Algunos de estos conceptos se refieren específicamente a la energía, como son los conceptos de *bioenergía*, *energía vital* y *energía piramidal*. Se habla incluso de ciertos medicamentos donde resulta “indispensable” que el operador “traspase” al fármaco cierta “energía” desconocida durante su preparación.

La palabra *bioenergía* no aparece en los diccionarios y enciclopedias consultadas. Tampoco es posible interpretarla como energía almacenada en la “bio” (vida). Es un término que, en el idioma castellano, se ha utilizado para comercializar medicamentos o terapias alternativas de dudosa efectividad. Usualmente con el fin de un matiz científico a lo que realmente no lo es, y que no pocas veces incluye alguna componente mística. En cambio, la *bioenergética* es el estudio de los procesos mediante los cuales las células vivas utilizan, almacenan y liberan energía⁶. Pero esta última energía se refiere a nuestras viejas conocidas (energía cinética y potencial, energía química) y no a algún tipo nuevo de energía que tenga que ver exclusivamente con los organismos vivos. De manera que el término “bioenergía”, cuando se utiliza para tratar de justificar el efecto causado por alguna supuesta terapia alternativa, tiende más bien a confundir que a ilustrar, pues en realidad carece de significado. Y, en consecuencia, no contribuye a incrementar el conocimiento del objeto de estudio; ni siquiera logra singularizarlo. En los países de habla inglesa¹ el término *bioenergy* se refiere a la obtención de energía a partir de fuentes naturales y renovables (como por ej., la obtención de alcohol a partir de la caña de azúcar). Existe incluso una revista científica dedicada exclusivamente a la bioenergía⁷, y es casi seguro que eventualmente ésta será la acepción que se extienda a nuestro idioma.

La *energía vital* es un concepto basado en antiguas teorías chinas, que trata de explicar los efectos de la acupuntura. Según estas teorías, sin puntos de contacto con las ciencias físicas contemporáneas, las enfermedades son causadas por la interrupción de los flujos de energía vital en el cuerpo

humano, y la inserción de las agujas presuntamente restaura la normalidad⁶. Sin embargo, la energía vital no es una magnitud. No tiene una expresión analítica asociada y no se puede medir. Por tanto, no se puede relacionar a otras energías y al principio de conservación. Es sólo un concepto totalmente ajeno a la ciencia. (Lo cual no tiene que ver con la posible efectividad o ineficacia de la acupuntura. Lo incorrecto es la explicación no científica que se pretende dar a sus efectos sobre la base de este concepto, unido a la ausencia de la metodología científica de trabajo).

La *energía piramidal* es otro concepto no científico, similar al concepto de energía vital en que no se puede medir ni relacionar con otros tipos de energía, porque simplemente no está definido. (A no ser que Ud. lo interprete como la “energía almacenada en la pirámide”, lo que tampoco dice nada porque no se sabe a que tipo de energía se está refiriendo, cuáles son sus propiedades o cómo se mide). A veces se trata de relacionar la supuesta energía piramidal con la energía del campo magnético terrestre, *que sí es una magnitud*. Sin embargo, las referencias acerca de las mediciones y el valor numérico del campo en el interior de la pirámide y fuera de ella siempre están ausentes. Por más que Ud. las busque... ¡nunca aparecen!. Pero, además, el campo magnético terrestre es un campo *magnetostático*, similar al de cualquier imán permanente. Los campos magnetostáticos son *conservativos*⁸, lo que significa que en las condiciones de la pirámide, donde todo está en reposo, el campo magnético es absolutamente incapaz de transmitir la supuesta energía que sirve para curar. Otras veces se habla de “energía cósmica” o términos similares, tratando de explicar lo inexplicable con algo que tampoco tiene explicación. El término “energía piramidal” tampoco aparece registrado en el diccionario, mucho menos en la literatura científica.

Otro aspecto que vale la pena señalar acerca de estas supuestas energías es que, además de que se ignora su origen, son inagotables. No se degradan ni contribuyen al crecimiento de la entropía. Y, según aquellos que favorecen su difusión, su aplicación sirve para curar cualquier cosa; tanto el dolor de cabeza como los dolores reumáticos y los desórdenes mentales; engordan a los flacos y adelgazan a los gordos y, no menos importante, siempre son benéficas, lo que también carece de fundamento. Resulta archiconocido que lo benéfico en unas condi-

¹ También en México

ciones puede ser muy dañino en otras. Por citar un ejemplo, la energía solar recibida en la piel en forma de radiación electromagnética es benéfica en pequeñas cantidades. Produce una sensación agradable de calor en días fríos y estimula la formación de vitamina D en el organismo. Sin embargo, en grandes cantidades puede causar quemaduras en la piel a corto plazo, y se sabe que a largo plazo existe una relación directa entre la excesiva exposición a la componente ultravioleta de la radiación solar y el cáncer en la piel.

3. Ciencia y Pseudociencia. Algunas Diferencias Significativas.

¿Y cómo surgen y se robustecen estos conceptos y definiciones no científicas? ¿Cuál es su origen? Ciertamente, resulta difícil determinar el origen de cada uno de estos falsos conceptos y definiciones; se requeriría de una investigación particular en cada caso. Sin embargo, lo que resulta indudable es que todos ellos se nutren y desarrollan a partir de la ingenuidad y la ignorancia. Muchas veces habría que añadir otras características: el esfuerzo por comercializar algún producto de dudosa efectividad, o el deseo muchas veces bien intencionado, pero indudablemente cándido, de propagar a toda costa un conocimiento presuntamente benéfico para muchas dolencias y que prácticamente no cuesta dinero. Pero, como dice el refrán, de buenas intenciones también puede estar empedrado el camino hacia el infierno.

La ciencia tiene sus propias reglas y métodos de trabajo, que no pueden ser obvia-

dos. Cuando se obvian, nos adentramos en el terreno de la falsa ciencia o pseudociencia, que propone afirmaciones y generalizaciones sin tener un verdadero fundamento científico.

Dado el ropaje aparentemente científico con que se cubre usualmente la pseudociencia, ¿existirá algún método simple para separarla de la ciencia? Desde luego que sí. Ante la presencia de un determinado evento o fenómeno, siempre será posible distinguir entre ciencia y pseudociencia *analizando la descripción que se nos ofrece del mismo*. La descripción científica de cualquier fenómeno debe tener necesariamente una serie de características relativas a:

I) La acumulación de evidencia experimental.

II) La propuesta de teorías o mecanismos que den explicación a esta evidencia.

En la tabla siguiente se resumen algunas características que puntualizan diferencias esenciales entre la ciencia y la pseudociencia⁹. La fila cinco se refiere a los hechos experimentales, mientras que la dos trata sobre los mecanismos. La fila cuatro se asocia tanto al experimento como a los mecanismos. Cuando se describe un resultado obtenido por métodos científicos, usualmente todas las características de *ciencia* mencionadas en la tabla están presentes. No obstante, a veces alguna de ellas puede faltar, sin que por ello el resultado deje de ser científico. Es más bien el conjunto de todas las características quien determina la diferencia entre ciencia y pseudociencia.

| | CIENCIA | PSEUDOCIENCIA |
|---|---|--|
| 1 | Es escéptica. Duda continuamente de sus propios logros como método básico de su desarrollo. | Es crédula. No exige demostraciones. Toma sólo lo que le conviene y cierra los ojos ante la evidencia contraria. |
| 2 | Siempre trata de encontrar un mecanismo basado en el conocimiento científico anterior para explicar los resultados del experimento. | No propone mecanismos. Cuando lo hace, no es un mecanismo basado en conocimientos previos. |
| 3 | Los textos y artículos científicos dan citas y referencias de revistas científicas arbitradas ¹ . | No hay referencias, o las referencias son de textos no arbitrados o de congresos, o se citan opiniones aisladas de alguna supuesta "personalidad". |
| 4 | Utiliza magnitudes y conceptos bien definidos para describir y analizar los fenómenos. | Usa sus propios conceptos, pobremente definidos (usualmente no magnitudes), y los mezcla inadecuadamente con conceptos científicos. |
| 5 | Busca incesantemente la reproducibilidad de los resultados | Se satisface a sí misma con ejemplos aislados |

¹ En estas revistas los artículos son sometidos a la crítica de especialistas de prestigio internacional, quienes deciden finalmente si el artículo tiene suficiente novedad científica como para ser publicado.

Por ejemplo, muchos medicamentos se han utilizado con éxito antes de conocer en detalle la explicación del por qué de sus efectos en el organismo, es decir, antes de que fuera descubierto el *mecanismo* mediante el cual llevan a cabo su acción curativa. Por tanto, no se debe considerar un determinado resultado como pseudocientífico sólo porque alguna de sus características particulares no se ajuste a los criterios de ciencia descritos anteriormente.

Cuando nos referimos a la evidencia experimental, la palabra clave es *reproducibilidad*. Un experimento no descrito con suficiente detalle como para que pueda ser reproducido en cualquier otro lugar no puede ser aceptado como un verdadero experimento científico. (¿Cómo comprobar entonces la veracidad de los resultados expuestos?). Lo anterior significa, por ejemplo, que en el caso de experimentos relacionados con personas, tales como en el ensayo de terapias de cualquier tipo, además de la descripción minuciosa de los instrumentos y métodos empleados, es indispensable tener en cuenta los aspectos estadísticos - mientras más pacientes, mejor-. También es indispensable evaluar grupos de control para tomar en cuenta el *efecto placebo*, así como utilizar el método de a la ciega por partida doble para eliminar la posible sugestión del médico que evalúa el experimento¹.

Como ejemplo de texto pseudocientífico que se ajusta a lo descrito en la tabla anterior se puede citar "Magnetoterapia" de H.L. Bansal^{II}, libro que recientemente ha tenido cierta difusión en la comunidad médica de nuestro país. Aparte de contener infinidad de expresiones totalmente falsas como "el cuerpo humano es un imán" o recomendar la ingestión de "azúcar magnetizada", el texto se ajusta exactamente a las cinco características mencionadas ante-

¹ El placebo es alguna sustancia inerte que se utiliza en experimentos de control en vez del medicamento o terapia activa. Un grupo recibe la terapia, y el otro (grupo de control), el placebo. En cualquier experimento de este tipo, una cantidad significativa de pacientes del grupo de control mostrará mejoría. En un informe del anestesista H.K. Beecher en 1955 sobre un estudio llevado a cabo en 1000 pacientes, se encontró mejoría en el 35% de los pacientes que recibieron el placebo. En los experimentos a la doble ciega, ni el paciente ni el médico que evalúa los resultados saben si el paciente recibió el placebo o el medicamento activo (ver ref. 5).

^{II} H.L. Bansal, Magnetoterapia, Ediciones Continente, Argentina, 1993.

riormente como propias de la pseudociencia. Veamos algunos ejemplos (hay docenas).

a) "Cuando el cuerpo humano contacta un imán, aparece una débil corriente eléctrica en la sangre... la cantidad de iones se incrementa notablemente... (y) visiblemente se beneficia el sistema metabólico general". Totalmente falso. Las leyes de la física establecen que un imán en reposo relativo no puede generar una corriente eléctrica, mucho menos en la sangre. Por otra parte, en los equipos modernos de diagnóstico basados en la Resonancia Magnética Nuclear, los pacientes son sometidos en todo el cuerpo a campos magnéticos decenas de veces más intensos que los proporcionados por cualquier imán, sin que nunca se hayan registrado alteraciones en el flujo sanguíneo o en los impulsos nerviosos.

b) En el libro de Bansal no hay una sola referencia tomada de una revista científica arbitrada (fila 3 de la tabla).

c) El libro incluye frases altamente engañosas como, por ej., "... el incremento de temperatura de los electrones de las células". Es engañosa porque, en primer lugar, los electrones no se pasean libremente dentro de las células, sino que forman parte de los átomos y moléculas que las componen. La temperatura no tiene nada que ver con esos electrones aunque, en ciertos casos (¡pero no en éste!) sí sería posible hablar de la temperatura de los electrones (fila 4 de la tabla).

d) Sólo se reportan casos anecdóticos aislados. No hay método científico. No hay grupos de control. No hay estadísticas. No se reportan los resultados negativos. No hay reproducibilidad. No es posible repetir y verificar los resultados de Bansal (fila 5 de la tabla).

Conclusiones

1. Los conceptos de "*energía vital*" y "*energía piramidal*" son conceptos pseudocientíficos, totalmente divorciados del método científico y del concepto de energía que se enseña en las aulas universitarias y en la enseñanza media. También lo es el concepto "*bioenergía*", cuando se utiliza con la pretensión de describir una supuesta energía asociada exclusivamente a lo vivo. Estos conceptos, o no están definidos, o su definición es imprecisa y totalmente ajena a los principios de conservación de la energía y crecimiento de la entropía.

2. Esta realidad debe ser divulgada al máximo entre los estudiantes y profesores de la enseñanza media y universitaria, para así contrarrestar el efecto negativo que ocasionan los

medios masivos de comunicación en la educación científica, cuando se hacen eco de supuestas novedades fundamentadas en estos falsos conceptos energéticos.

3. Examinando en conjunto las cinco características descritas anteriormente: *escepticismo*,

mecanismos, referencias, magnitudes y reproducibilidad, es posible en cada caso particular llegar a discernir con suficiente claridad cuando estamos en presencia de un resultado científico y cuando se nos intenta confundir con una falsa terminología pseudocientífica.

Referencias

¹ *Granma*, febrero 14, 2001

² S. Glasstone and D. Lewis, *Elements of Physical Chemistry*, 2nd Ed., D. Van Nostrand Co. Inc, 1956

³ *Física Combinada*, Partes 1 y 2, Tomo I, p. 170

⁴ D. Halliday, R. Resnick and J. Walker, *Fundamentals of Physics*, 4th. Ed., Wiley and Sons, 1993, 1122

⁵ Francis W. Sears, *Mecánica, Movimiento Ondulatorio y Calor*, Ed. R. La Habana, 1968

⁶ *Enciclopedia Encarta*, 1998

⁷ *Biomass and Bioenergy*, Pergamon Press, Elsevier Science Ltd.

⁸ J.R. Reitz, F.J. Milford and R. Christy, *Fundamentos de la Teoría Electromagnética*, 4ta Ed., Addison-Wesley, 1996

⁹ A. González Arias, *The Scientific Review of Alternative Medicine*, Prometheus Books, USA (to be published in Sept-Dec issue, 2001)

REPORT ON THE INTERNATIONAL CONFERENCE ON MEDICAL PHYSICS

Habana, Cuba
April 8 - 10, 2002

The first Cuba-USA medical physics collaboration was an International Conference on Medical Physics that was held successfully in Habana, Cuba, April 8-10, 2002. The Cuban Physical Society (SCF), the American Association for Physicists in Medicine (AAPM), and the American Physical Society (APS) with the support of the US Liaison Committee to IUPAP (USLC) organized this conference. The meeting was endorsed by the Cuban Academy of Sciences (ACC), Ministry of Public Health (MINSAP), International Atomic Energy Agency (IAEA), International Organization for Medical Physics (IOMP), International Union for Physical and Engineering Sciences in Medicine (IUPESM), Latin American Centre for Physics (CLAF) and the Latin American Association for Medical Physicists (ALFIM). Partial financial support for participants was provided by the APS, USLC and CLAF. The co-organizers of this meeting were Victor Fajer, President of the Cuban Physical Society and Azam Niroomand-Rad, Vice-president of IOMP and Chair of AAPM International Affairs Committee. Irving Lerch, Director of International Affairs and member of the Executive Committee for the US Liaison Committee to IUPAP represented the APS. The secretary of the conference was Roberto Fraxedas, head of the Medical Physics and Biophysics Section of the Cuban Physical Society.

The objectives of this workshop were to discuss the "Technology and Medical Physics in Patient Diagnosis and Therapy". The main topics covered were: HDR Brach therapy: update and perspectives, Recent Advances in Radiation Therapy with LINAC's, DMLC, IMRT, QA and QC in Medical Physics Procedures, Image fusion in Diagnostic Imaging, Digital Image Applications in Medical Imaging, Signal processing and analysis in Biomedicine, and Laser techniques in Medicine.

A joint faculty of 24 members of AAPM and APS, 3 from ALFIM, 2 from the Swedish Society of Medical Physicists and 3 from SCF offered 42 oral

presentations in two courses, 5 therapy sessions, 4 diagnostic sessions, 4 nuclear medicine sessions, 2 radiological protection sessions and 2 biophysics and laser physics sessions. Also 41 posters were presented in two Poster Sessions followed by discussion sessions. There were a total of 103 participants (29 from foreign countries, 74 from Cuba). The conference was held at Havana's International Press Center, with two conference rooms and a poster exhibit hall.

The program began with welcoming remarks address by Dr. Fajer, Dr. Lerch, and Dr. Niroomand-Rad. Dr. Yamila de Armas, Vice Minister of Health Care of the Cuba Ministry of Health, conducted the closing ceremony and Dr. Azam Niroomand-Rad. Dr. Yamila de Armas made warm remarks regarding the significance of this conference for the Cuban medical physicists. Best hope and wishes for future USA-Cuba collaboration were exchanged.

An evening visit was made to the new facilities of the National Institute of Oncology (INOR), where Dr. Alberto Céspedes (Director of INOR) and Dr. Rolando Camacho (head of the National Group of Oncology) received the visitors. Dr. Rodolfo Alfonso, head of the Radiation Physics Section, showed the Radiotherapy installations and the works performed by the medical physicists.

As in every scientific meeting, not everything was work. The visitors were also able to hear Cuban music and taste local foods and beverages, visit Old Havana and enjoy local hospitality in their free time. This conference left among the participants not only knowledge but also the warmth feeling of brotherhood and friendship.

Last but not least, we would like to express our appreciation to all AAPM faculty and Local Organizing Committee for their extraordinary efforts in organizing this program. The success of this program was due to the hard work and commitment

of AAPM faculty as well as local organizer. We had a memorable experience and made new friendships.

Wonderful memories of this experience will certainly be lasting.

Azam Niroomand-Rad, Ph.D.

IOMP Vice President

Chair AAPM Int'l Affairs Comm.

Professor & Director of Clinical Physics

Georgetown University Medical Center

Washington D.C., USA

Roberto Fraxedas, Ph.D.

Vice President, Cuban Physical Society

Medical Physics & Biophysics Section

Technical Vice Director

Institute of Nephrology

Ave 26 y Boyeros

Habana 10600, Cuba

Victor Fajer, Ph.D.

President, Cuban Physical Society

Centre of Technological Applications and Nuclear

Development

Habana, Cuba

Irving Lerch, Ph.D.

Director of International Affairs

The American Physical Society

One Physics Ellipse

College Park, MD 20740-3844

of AAPM faculty as well as local organizer. We had a memorable experience and made new friendships.

Wonderful memories of this experience will certainly be lasting.

Azam Niroomand-Rad, Ph.D.

IOMP Vice President

Chair AAPM Int'l Affairs Comm.
Professor & Director of Clinical Physics
Georgetown University Medical Center
Washington D.C., USA

Roberto Fraxedas, Ph.D.

Vice President, Cuban Physical Society
Medical Physics & Biophysics Section
Technical Vice Director
Institute of Nephrology
Ave 26 y Boyeros
Habana 10600, Cuba

Victor Fajer, Ph.D.

President, Cuban Physical Society
Centre of Technological Applications and Nuclear
Development
Habana, Cuba

Irving Lerch, Ph.D.

Director of International Affairs
The American Physical Society
One Physics Ellipse
College Park, MD 20740-3844