

POLARIMETRO LASERPOL 3M PARA LA AUTOMATIZACION DE LOS LABORATORIOS DE LOS CENTRALES AZUCAREROS

V. Fajer, W. Pineda, W. Mora, H. Fernández, N. Duarte, J.C. López, J. Chao y R. Paredes
Centro de Desarrollo de Equipos e Instrumentos Científicos (CEDEIC), Cuba

RESUMEN

Se describe el principio de funcionamiento y características técnicas del polarímetro automático LASERPOL 3M. Este instrumento emplea como fuente luminosa un láser de He-Ne y trabaja sobre la base de un principio magneto-óptico de medición que utiliza reflexiones múltiples tanto en la celda de Faraday compensadora como en la moduladora. Lo anteriormente expuesto aporta ventajas significativas en cuanto al intervalo de medición del instrumento así como su comportamiento ante la absorción en presencia de muestras oscuras. Tiene incorporado un termómetro electrónico para correcciones de temperatura en soluciones de azúcar. Cuenta con salida tanto para impresora como para RS 232.

ABSTRACT

It is described the operation principle and technical characteristics of the LASERPOL 3M automatic polarimeter. This instrument employs a He-Ne laser as light source and operates based in a magneto-optic principle using multiple reflection in both the modulator and the compensator Faraday cell. This fact largely improves the measurement range and the absorption response with dark solutions of the instrument. The polarimeter incorporates an electronic thermometer for temperature corrections in sugar solutions. It has printer and RS-232 outputs.

INTRODUCCION

Los polarímetros automáticos constituyen instrumentos analíticos que tienen un uso difundido en los laboratorios azucareros. En la actualidad estos han ampliado su campo de aplicación al aumentar la precisión, confiabilidad y sensibilidad con relación a los polarímetros visuales [1], [2], [3].

La introducción del láser como fuente luminosa en los polarímetros de la serie LASERPOL, garantiza una alta monocromaticidad, una elevada intensidad luminosa, mayor transparencia de las soluciones a esta longitud de onda y un tiempo de vida superior a las 20 000 h.

El LASERPOL 3M está especialmente concebido para su aplicación en la industria azucarera al cumplir con las recomendaciones de la ICUMSA (Comisión Internacional para la Uniformidad de los Métodos de Análisis Azucareros). La posibilidad de salida RS 232 unido a un software diseñado al efecto, permite la salida de los datos a través del display de una computadora y por tanto ofrece un elevado nivel de automatización de las mediciones.

DESCRIPCION DEL PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL INSTRUMENTO

El LASERPOL 3M está proyectado sobre la base de un principio magneto-óptico de medición concebido por los autores [4]. Los objetivos del principio de medición concebido son los siguientes: lograr un intervalo mayor de medición mediante el aumento del ángulo girado por la bobina compensadora, poder utilizar el tubo de 200 mm para la solución normal de azúcar, utilizar las placas de cuarzo convencionales y obtener correcciones por temperatura para placas de cuarzo de control y soluciones técnicas de azúcar, así como disponer de 3 escalas de medición y varias funciones de corrección.

La Figura 1 representa el esquema en bloques del principio concebido. El mismo está constituido por un láser de He-Ne de 2 mW como fuente de luz 1, una lámina polarizadora 2, una celda compensadora 3 en cuyo núcleo tienen lugar reflexiones múltiples, una cámara de muestras 4, una celda de Faraday 5 trabajando como modulador, una lámina analizadora 6, un fotosensor 7 constituido

por un fotomultiplicador del tipo 931A, un amplificador de ganancia controlada 8, un sistema de filtros 9, un detector de fase 10 que es para determinar el instante en que se produce la compensación, un circuito de muestreo y retención 11 que sensa la caída de voltaje en la resistencia 19 y un conversor análogo-digital 12 de 14 bits, [4].

El instrumento funciona de la manera siguiente: las láminas polarizadoras 2 y 6 se encuentran giradas una con respecto a la otra 90° . Al colocar una sustancia ópticamente activa en la cámara de muestra 4, aparece una señal que contiene la frecuencia fundamental, (siendo esta la correspondiente al oscilador 15) y un armónico del doble de la frecuencia

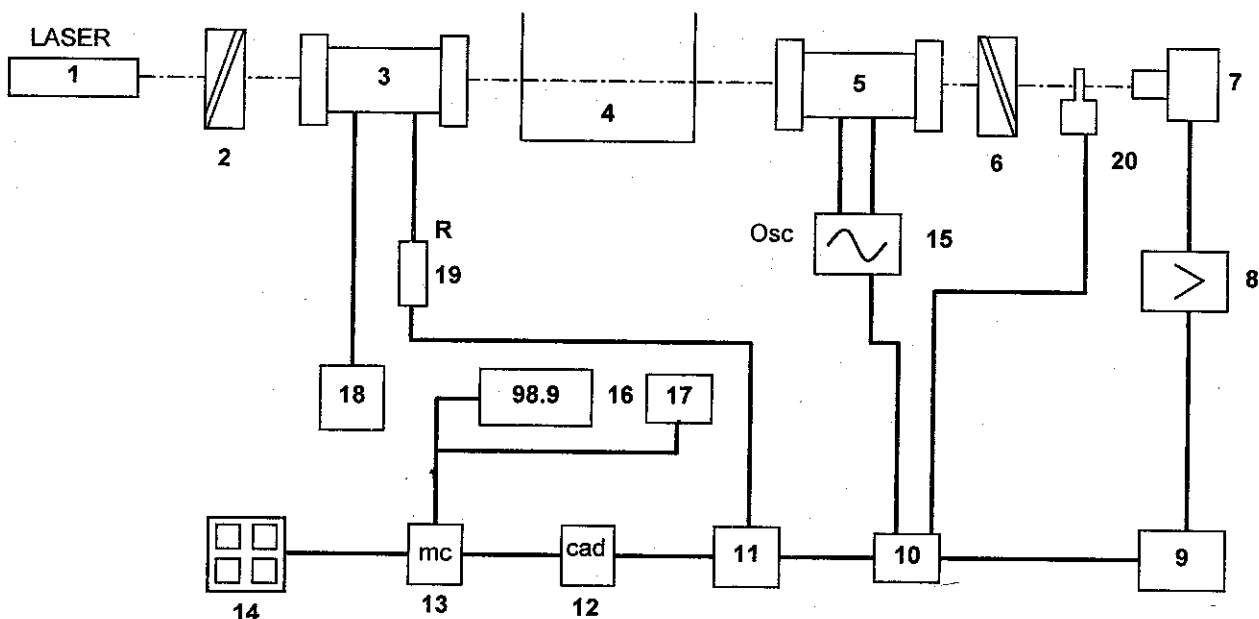


Figura 1. Esquemas en bloques del principio de trabajo.

El sistema dispone además, de una microcomputadora 13 a partir del microprocesador Z80, un teclado 14 para el control y entrada de datos al sistema, un oscilador con amplificador de potencia 15 que alimenta la celda moduladora y como salidas una pantalla visualizada de $4\frac{1}{2}$ dígitos 16 y un impresor 17. Cuenta también el equipo con una fuente de corriente 18 y una resistencia 19 donde se mide la caída de voltaje que es proporcional al giro producido por la celda compensadora. Adicionalmente el instrumento dispone del dispositivo 20 que incluye 2 placas de cuarzo de un valor aproximado de -40°Z cada una, el cual permite cubrir todo el intervalo de medición, disminuyendo apreciablemente la potencia de la celda compensadora.

La fuente de corriente 18 suministra pulsos de corriente en forma de rampas con descansos entre pulsos como se muestra en la Figura 2. Este sistema presenta la ventaja de evitar el calentamiento indeseable del núcleo de la celda Faraday 3 lo cual facilita el empleo de celdas compensadoras de tamaño reducido.

fundamental a la salida del fotosensor 7; el filtro 9 sólo deja pasar la señal con la frecuencia fundamental, que tiene una amplitud de cero cuando se compensa el desbalance provocado por la muestra que se mide y tiene una amplitud diferente de 0 mientras exista descompensación.

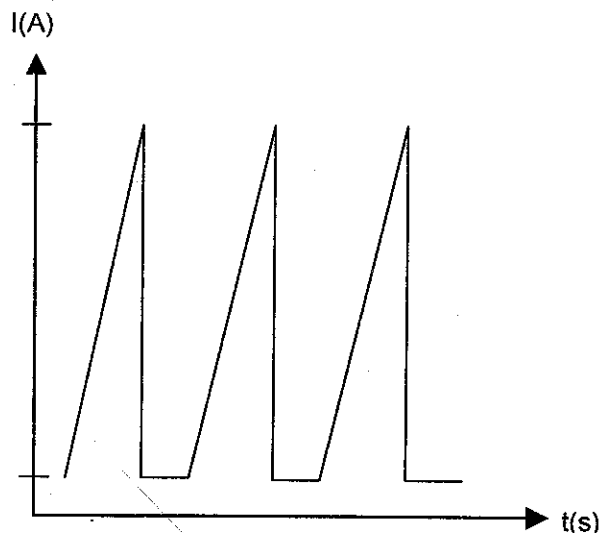


Figura 2. Rampa de corriente

por un fotomultiplicador del tipo 931A, un amplificador de ganancia controlada 8, un sistema de filtros 9, un detector de fase 10 que es para determinar el instante en que se produce la compensación, un circuito de muestreo y retención 11 que sensa la caída de voltaje en la resistencia 19 y un conversor análogo-digital 12 de 14 bits, [4].

El instrumento funciona de la manera siguiente: las láminas polarizadoras 2 y 6 se encuentran giradas una con respecto a la otra 90° . Al colocar una sustancia ópticamente activa en la cámara de muestra 4, aparece una señal que contiene la frecuencia fundamental, (siendo esta la correspondiente al oscilador 15) y un armónico del doble de la frecuencia

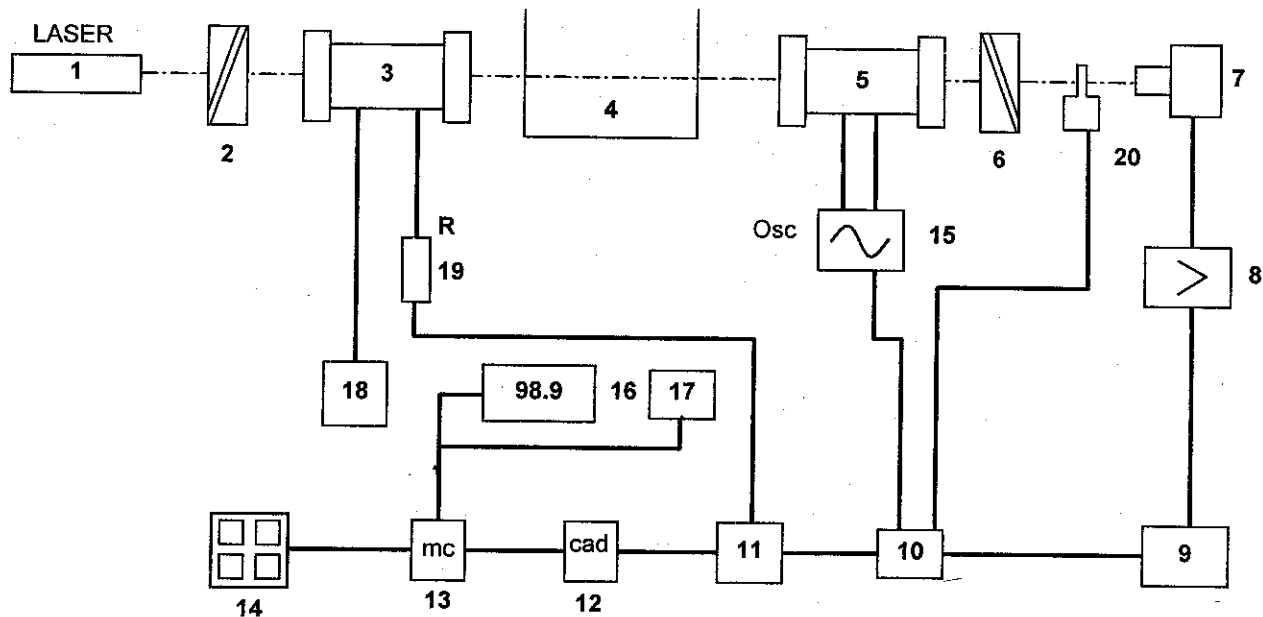


Figura 1. Esquemas en bloques del principio de trabajo.

El sistema dispone además, de una microcomputadora 13 a partir del microprocesador Z80, un teclado 14 para el control y entrada de datos al sistema, un oscilador con amplificador de potencia 15 que alimenta la celda moduladora y como salidas una pantalla visualizada de $4\frac{1}{2}$ dígitos 16 y un impresor 17. Cuenta también el equipo con una fuente de corriente 18 y una resistencia 19 donde se mide la caída de voltaje que es proporcional al giro producido por la celda compensadora. Adicionalmente el instrumento dispone del dispositivo 20 que incluye 2 placas de cuarzo de un valor aproximado de -40°Z cada una, el cual permite cubrir todo el intervalo de medición, disminuyendo apreciablemente la potencia de la celda compensadora.

La fuente de corriente 18 suministra pulsos de corriente en forma de rampas con descansos entre pulsos como se muestra en la Figura 2. Este sistema presenta la ventaja de evitar el calentamiento indeseable del núcleo de la celda Faraday 3 lo cual facilita el empleo de celdas compensadoras de tamaño reducido.

fundamental a la salida del fotosensor 7; el filtro 9 sólo deja pasar la señal con la frecuencia fundamental, que tiene una amplitud de cero cuando se compensa el desbalance provocado por la muestra que se mide y tiene una amplitud diferente de 0 mientras exista descompensación.

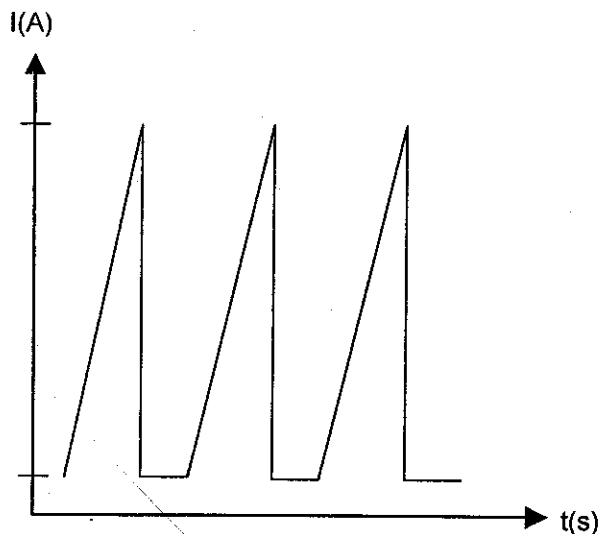


Figura 2. Rampa de corriente

Al dar inicio a una medición en el equipo, la fuente de corriente 18 genera pulsos de corriente como se muestran en la Figura 2 debido a los cuales se

Todas las operaciones del instrumento se ejecutan mediante 4 teclas ubicadas en el panel frontal del instrumento.

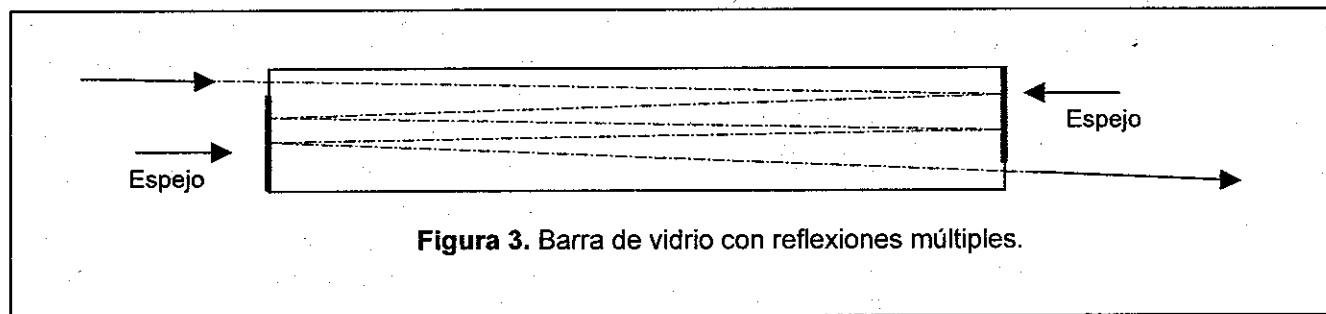


Figura 3. Barra de vidrio con reflexiones múltiples.

produce la compensación. La compensación es detectada por el circuito 10, quien comanda al sistema de muestreo y retención 11, el cual sensa la caída de voltaje en la resistencia 19 y la transfiere al conversor análogo digital 12. El valor de la polarización medida es proporcional a la corriente sensada en la bobina compensadora 3. Debido al empleo combinado de reflexiones múltiples dentro de la bobina, Figura 3, y de su alimentación mediante pulsos de corriente, se alcanzan giros mayores de 31° .

La incorporación de una microcomputadora permite la introducción de correcciones por temperatura, tanto para las placas de cuarzo de control como para las soluciones técnicas de azúcar.

APLICACIONES

El polarímetro LASERPOL 3M es un polarímetro de uso universal que puede ser empleado en la industria azucarera, farmacéutica, alimentaria, de perfumería o en cualquier laboratorio donde se miden concentraciones de sustancias ópticamente activas. Su destino principal es la industria azucarera donde se utiliza para la evaluación de materia prima, en el control del proceso de producción así como en el control de calidad de los productos finales.

Entre las mediciones de materia prima se encuentran las correspondientes a semilla y jugos, las del proceso incluyen mediciones de jugos, mieles intermedias y agua de zanja y las relacionadas al

CARACTERISTICAS TECNICAS

A continuación se presentan las características técnicas principales del LASERPOL 3M.

Fuente de luz	láser de He-Ne
Potencia del láser	2 mW
Longitud de onda nominal	632,8 nm
Longitud máxima del tubo polarimétrico	200 mm
Escala en grados sacarimétricos	de $-20,0^\circ \text{Z}$ a $+105,0^\circ \text{Z}$
Escala en grados	de $-6,00^\circ$ a $32,00^\circ$
Escala de concentración de glucosa	de 0 a 100 %
Tiempo de medición	menor que 13 s
Precisión	$\pm 0,1^\circ \text{Z}$; $\pm 0,03^\circ$
Salidas	Pantalla visualizada, impresora, RS232
Intervalo de temperatura de operación	de 10°C a 25°C
Humedad relativa	hasta 90 %
Voltaje de alimentación	220 V/110 V $\pm 10\%$
Consumo de potencia	180 VA
Dimensiones	615 x 420 x 155 mm
Peso	23 kg

control de calidad corresponden a los azúcares y mieles finales.

La salida RS 232 del instrumento permite su acoplamiento con una computadora; empleando el programa POLAR [5] se puede elaborar informes parciales y totales que incluyen promedios de los valores obtenidos para cada producto. Esta posibilidad facilita el proceso de automatización de las mediciones en los centrales azucareros y el rápido paso de las mediciones a la sala de control.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece la valiosa contribución de la técnica Raquel Blanco en la edición de este documento.

CONCLUSIONES

El polarímetro LASERPOL 3M tiene su antecedente en su prototipo funcional LASERPOL 3 que fue certificado metrológicamente por el INIMET. Se produjo una serie 0 de estos instrumentos que todos fueron verificados igualmente por el INIMET otorgándose la condición de apto para el uso. Posteriormente dos de estos instrumentos fueron validados en dos zafras en centrales azucareros y el resto introducidos en importantes fábricas de azúcar. Lo anteriormente expuesto corrobora la validez del principio de medición escogido.

REFERENCIAS

1. FAJER, V. (1996): "Laser polarimeters: Overview of recent developments, design and applications". **Journal of Laser Applications**, 8:43-53.
2. ROSENZWEIG, Z. y E. YEUNG (1993): "Laser based double-beam circular dichroism detector of liquid chromatography". **Appl. Spectrosc.**, 47(12): 2017-21.
3. YEUNG, E., (1988): "Polarization Spectroscopy in analytical measurements". AIP Conf. Proc, Volume Date 1987, 172 (Adv. Laser Sci.-3):764-9.
4. FAJER, V. y otros (1995): "Polarímetro fotoeléctrico automático con microcomputadora G01N 21/21", No. 22401. CU 22 401 A1.
5. PEREZ, A. (1997): Software para la comunicación microcomputadora y LASERPOL 3M para la automatización de los centrales. Memorias Tecnoláser'97.

SIMULACION NUMERICA DEL CAMPO DE TEMPERATURAS DE UNA CALDERA PARA EL QUEMADO DE BIOMASA

R. Mut Benítez*, P. Beatón Soler**, J. Marín Antuña***, E. Sánchez Oliver* y P. Álvarez Amargós*

*Dpto. de Física, Facultad de Ciencias Naturales, Universidad de Oriente

**Centro de Estudio de Eficiencia Energética, Fac. de Ing. Mecánica, Universidad de Oriente

***Dpto. de Física, Facultad de Física, Universidad de La Habana

RESUMEN

El trabajo presenta un procedimiento capaz de predecir los regímenes aerodinámicos y térmicos de hornos para el quemado de biomasa en suspensión. El modelo se utilizó en la simulación de una caldera cubana Reto CV25/18 y se realizaron variaciones en los ángulos de las toberas para investigar su influencia en el funcionamiento de la cámara de combustión.

ABSTRACT

This paper presents a procedure to predict the velocities and temperature fields in furnaces for burning bagasse in suspension. This model was used on the simulation of a boiler Reto CV25/18 and a study was made in order to investigate the influence of angles of the jets on its operation.

INTRODUCCION

Los hornos de quemado de bagazo son de interés en Cuba por la cantidad que están en funcionamiento y el volumen de producción de esta biomasa. En ellos se busca aumentar la eficiencia y con este objetivo se han desarrollado muchas variantes de éstos. Junto a los diseños también se han realizado, fundamentalmente, estudios experimentales de los procesos básicos que ocurren en ellos [11-12].

La simulación numérica de hornos es un método establecido desde mediados de la década del 1970 [1] y entre lo más representativo se encuentran los trabajos de Abbas y Lookwood [2], Boyd y Kent [3], Gomer y Zinser [4] y Fiveland y Wessel [5]. Con la importancia creciente de la protección ambiental, también se incluyen modelaciones de la formación de óxidos de nitrógeno [6,7]. Todos los trabajos citados estudian hornos con carbón pulverizado como combustible y en la literatura no son abundantes los que utilizan bagazo.

Este trabajo presenta un modelo para el estudio numérico de los regímenes aerodinámico y energético de la caldera de quemado de bagazo en suspensión Reto CV25/18. El modelo es aplicable a cualquier geometría tridimensional y se consideran los fenómenos de difusión y convección en el fluido. La combustión se modela a través de fuentes de calor en las zonas donde con mayor probabilidad ocurre. El estudio permite relacionar la aerodinámica del horno con el campo de temperaturas. También se realiza un experimento numérico para ver la influencia de los ángulos de las diferentes toberas.

FORMULACION MATEMATICA

a) El flujo de gas es descrito por las ecuaciones de conservación de la masa, momento y entalpía.

La conservación de la masa para un fluido incompresible en el caso estacionario viene expresada por la ecuación de continuidad

$$\nabla(\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

*e-mail:rmut@csd.uo.edu.cu
rmut@rect.uo.edu.cu

**e-mail:pbeaton@rect.uo.edu.cu

***e-mail:marin@ff.oc.uh.cu

donde ρ es la densidad del fluido.

La ecuación para la componente x del momento es

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{u}) - \frac{\partial p}{\partial x} - B_x + V_x \quad (2)$$

donde u es la velocidad en x , μ es la viscosidad, p la presión, B_x la fuerza volumétrica en x , y el último término contempla las fuerzas viscosas no incluidas en el primer término de la derecha. Ecuaciones similares se tendrán para las restantes coordenadas.

La conservación de la energía se describe por la ecuación

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v} T) = \nabla \cdot \left(\frac{k}{C_p} \nabla T \right) + S_h \quad (3)$$

C_p es el calor específico a presión constante, k es la conductividad térmica, T la temperatura y S_h representa las fuentes de calor.

- b) El modelo de turbulencia utilizado como clausura es el de dos ecuaciones $k-\epsilon$. Las constantes del modelo son las sugeridas por Launder y Spalding [8].

EL HORNO

La Figura 1 muestra un esquema del horno cuyas dimensiones son $3,97 \times 4,00 \times 10,00$ m. Inicialmente diseñado para el quemado en parrilla, se modificó para formar un torbellino horizontal donde combustiona la mayor parte de las partículas de bagazo que ingresan al horno a través del alimentador, aunque cierta fracción de ellas, las más finas, logran atravesar "la cortina" que provoca la tobera frontal y se quema en el recorrido hacia la salida; las más pesadas caen hacia la zona inferior del torbellino. La combustión total del bagazo en el recinto depende fuertemente de la posición y estructura del torbellino que se forme, la composición del bagazo y del régimen turbulento establecido [9].

LA SOLUCION NUMERICA

Las ecuaciones se discretizaron utilizando diferencias finitas e integradas con la ayuda del enfoque de volúmenes de control. Se utilizó el esquema híbrido que combina los esquemas de upwind y diferencias centrales en dependencia del número de Peclet local de la celda de cálculo. Las ecuaciones se resolvieron numéricamente con el

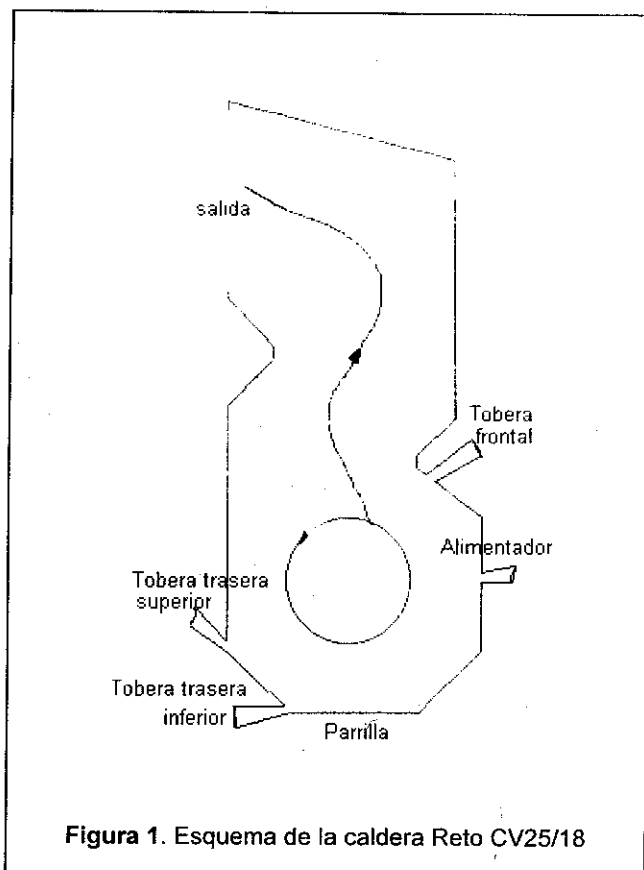


Figura 1. Esquema de la caldera Reto CV25/18

algoritmo SIMPLE [10], un esquema computacional iterativo muy robusto y ampliamente utilizado.

Las condiciones de frontera en las fronteras del horno fueron de Ley de la pared [8] y la velocidad en la salida del horno se calcula a través de un balance total de masa. La temperatura en las paredes se tomó constante pues el interés fundamental está en la influencia del campo de velocidades en la distribución de temperaturas en la zona del torbellino.

Los cálculos se realizaron con la rejilla mostrada en la Figura 2 de $5 \times 20 \times 50$ (5000) nodos con coordenadas fijas a la frontera utilizando un procesador Pentium (166Mhz) que permite una velocidad de aproximadamente dos iteraciones por minuto.

LA INVESTIGACION NUMERICA

Existen trabajos donde se estudia de forma experimental la caldera Reto CV25/18 modificada [11] y otros en que se discuten algunas mediciones de sus campos de velocidades y temperaturas [12].

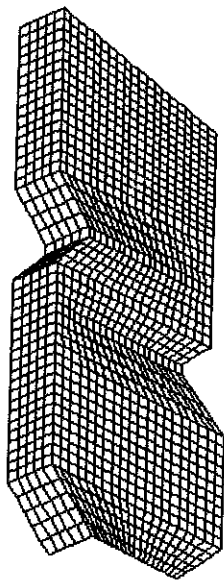


Figura 2. La rejilla utilizada

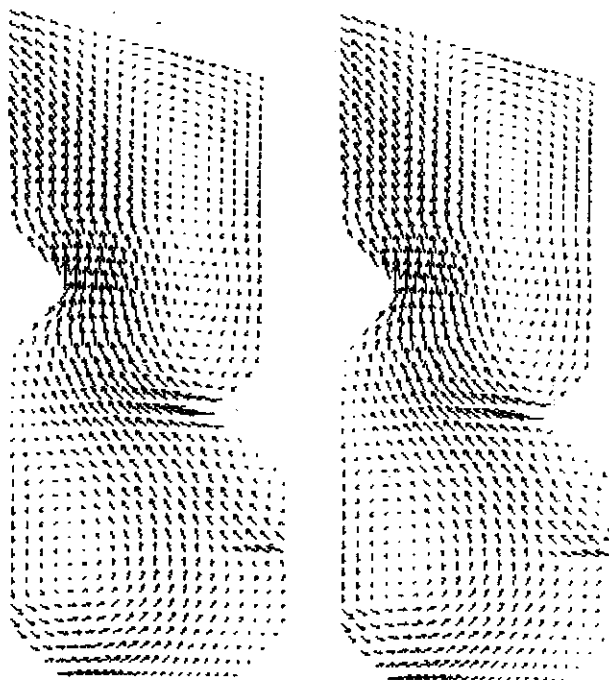


Figura 3. Campos de velocidades paralelos a la pared lateral. En el centro y junto a la pared respectivamente.

Los cálculos incluidos en este trabajo constituyen un estudio teórico con dos objetivos fundamentales: demostrar la aplicabilidad de este método numérico en estas calderas e investigar la influencia del régimen aerodinámico en la distribución de temperaturas. Esto último se realiza variando el ángulo de la tobera trasera inferior en 5° con respecto a la horizontal.

RESULTADOS Y DISCUSION

En la Figura 3 se pueden observar los campos de velocidades del caso base para los planos paralelos a la pared lateral correspondientes a la pared y al centro del horno. Como era de esperar, debido a no ser suficientemente fina la rejilla en esa dirección no se aprecian los efectos de la pared y los campos son muy similares, lo que justifica los estudios bidimensionales con el consiguiente ahorro de esfuerzo computacional para rejillas de estas dimensiones. Son detalles importantes de los campos de velocidades mostrados, el torbellino principal en la parte trasera e inferior del horno y otro sobre el tabique frontal, así como la circulación que

se observa diagonalmente desde el alimentador hasta la salida del horno. Los correspondientes perfiles de temperaturas adimensionales se muestran en la Figura 4. En ambos se muestran las mismas isotermas, en número de nueve, correspondiendo el mayor valor al del centro. Se observa que en el plano central están más concentradas, es decir, el gradiente de temperatura es mayor y esto es explicable porque, al ser la temperatura de las paredes mayor que la del aire que entra a través de la tobera frontal y el alimentador, el fluido más cercano a las paredes se calienta más que el del centro. La zona de más altas temperaturas se encuentra desplazada hacia la parte trasera del horno.

En la tobera trasera inferior se disminuyó el ángulo en 5° con respecto a la horizontal y se obtuvo en el plano central un desplazamiento del núcleo de la llama hacia el centro, en una longitud de un 10 % de la distancia entre las paredes frontal y trasera (Figura 5) y hay una distribución más homogénea de las temperaturas, que garantiza un mayor isothermismo del horno, lo que favorece un mejor

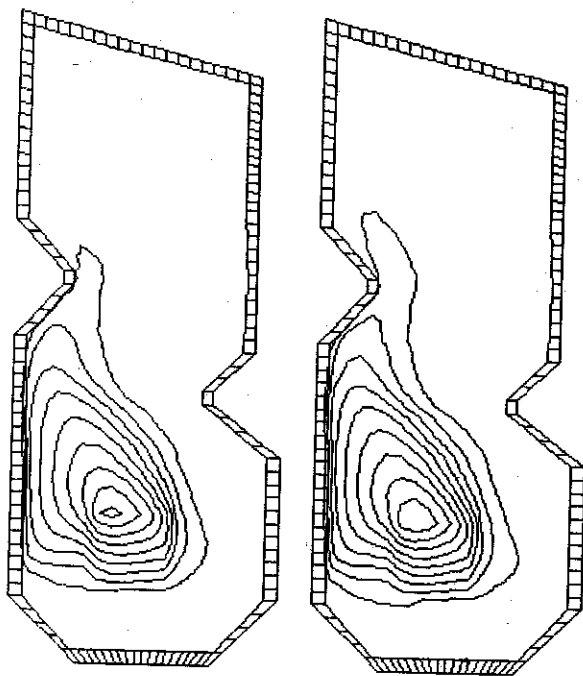


Figura 4. Campos de temperaturas correspondientes a la Figura 3.

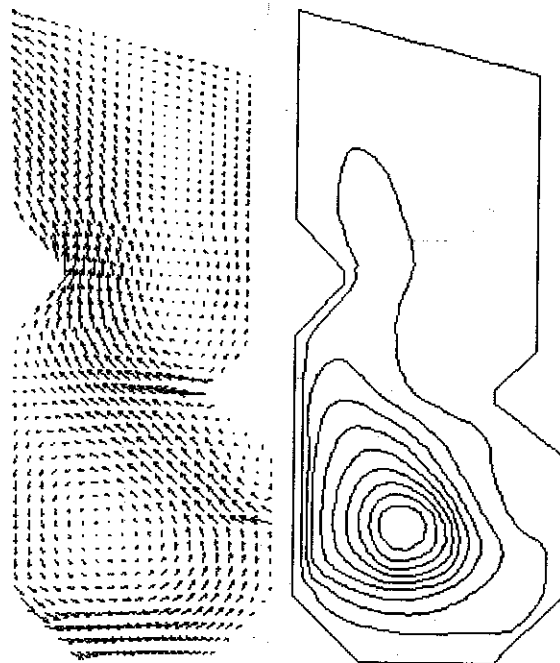


Figura 5. Campo de velocidades y temperaturas para un ángulo de la tobera trasera inferior de 5° menor que en la Figura 3

desarrollo de la combustión en la zona central del horno. También se aumentó el flujo a través de la parrilla en un 5% con respecto al caso base y se obtuvo que el torbellino se estrecha y acerca a la pared trasera (Figura 6). Aunque esta última investigación no presenta mucha utilidad práctica, por lo difícil de controlar el flujo de

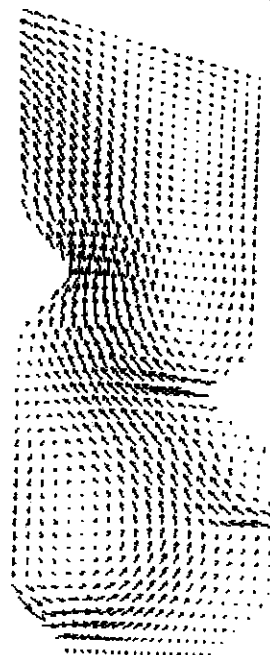


Figura 6. Campo de velocidades para velocidad de la parrilla un 5 % mayor que en la Figura 3.

la parrilla, permite corroborar la sensibilidad del esquema numérico, demostrándose la influencia del ángulo de esta tobera en la localización del núcleo del torbellino.

CONCLUSIONES

El modelo numérico presentado permite el cálculo tridimensional del régimen aerodinámico y energético de hornos de quemado de bagazo en suspensión. El método se empleó en la predicción de estos campos de la caldera Reto CV25/18. El esquema permite estudiar la influencia de diferentes parámetros en los campos de velocidades y temperaturas.

El modelo desarrollado reproduce razonablemente los patrones de flujo y temperatura reportados por Brito et al. [12] por lo que constituye una herramienta útil para el diseño de estos hornos.

REFERENCIAS

1. RIETCHER, W. and G. FLEISCHHANS (1976): "Theoretical study of the effect of fuel, burner and furnace parameters on the behavior of enclosed non-swirling anthracite of lames". **International Flame Research Foundation Report**, F 24/ga/12.
2. ABBAS, A.S. and F.C. LOOCKWOOD (1986): "Prediction of power station combustors". 21th Symp (Int.) on Combustion. The combustion Institute, 285-292.
3. BOYD, C.T. and J.H. KENT (1986): "Three dimensional furnace computer mode modelling". 21th Symp (Int.) on Combustion. The combustion Institute, 285-292.
4. GORNER, K. and W. ZINSER (1988): "Prediction of three-dimensional flows in utility boiler furnaces and comparison with experiments". **Combustion Science and Technology**, 58 :43-57.
5. FIVELAND, W. and A. WESSEL (1988): "Numerical model for predicting performance of three-dimensional pulverized-fuel fired furnaces". ASME, **Journal of Engineering for Gas Turbines and Power**, 110 :117-126.
6. KJLDMANN, L. (1993): "Numerical simulation of combustion and nitrogen pollutants in furnaces". PhD thesis, Helsinki Univ. of Techn.
7. COELHO, P.J. and M.G. CARVALHO (1993): "Mathematical modelling of NO formation in a power station boiler. 2nd Int. Conference on combustion technologies for a clean environment, 1.
8. LAUNDER, B.E. and D.B. SPALDING (1974): "The numerical computation of turbulent flows". **Computer Methods in Applied Mechanics and Eng.**, 3, 269-289.
9. BALLESTER, J.; N. FUEYO and C. DOPAZO (1996): "Influence of Operational Parameters on the Results of Reburning in Coal Combustion", in **Combustion Technologies for a Clean Environment**, Edit Prof. Scott Samuelsen Gordon and Breach.
10. PATANKAR, S. V. (1980): "Numerical Heat transfer and Fluid Flow". Hemisphere Publishing Co., N.Y.
11. RECIO, R. A. (1986): "Caracterización mediante técnicas de modelación del horno de la caldera Reto CV25/18". Tesis de Doctorado. Univ. de Oriente.
12. BRITO SAUBANEL, A. (1998): Investigación de los regímenes térmicos, aerodinámicos y de concentración de gases en el horno de la caldera Reto CV-25-18 remodelada para la combustión de bagazo en torbellino horizontal. Tesis de Doctorado. Universidad de Oriente.

COMPARACION DEL VALOR DEL GRADO DE LOS TERMOMETROS DIFERENCIALES TIPO BECKMANN

Alberto Díaz Tey y Víctor Garbizo Cordero, Instituto de Metrología (INIMET)

RESUMEN

En el presente trabajo se exponen los resultados de la comparación del factor de corrección conocido como valor del grado (Sta), correspondiente a un grupo de termómetros diferenciales Beckmann contruidos por diferentes fabricantes y que fueron calibrados en el Laboratorio de Temperatura del INIMET en el periodo 1991-1995. Se analizan las principales fuentes de incertidumbre de Sta y se determinan los valores límites y experimentales a partir del análisis de los resultados de las mediciones realizadas. Se determinó que el valor del grado determinado experimentalmente es $1.003\ 0\ ^\circ\text{C}/\text{gc}$ con incertidumbre expandida $Up = 0.003\ 6\ ^\circ\text{C}/\text{gc}$ para un nivel de confianza del 95 %, hallándose diferencias estadísticamente significativas entre los productores, por lo que no se utilizará este tipo de instrumento como patrón de trabajo para la calibración de otros similares.

ABSTRACT

Presently work is exposed the results of the comparison of the corrected factor well-known like value of the grade, corresponding to a group of Beckmann differential thermometers constructed by several makers and that they were calibrated in the Temperature Laboratory of the INIMET in the period 1991-1995. The principal sources of uncertainty of Sta are analyzed and are determined the limit and experimental values starting from the analysis of the measurements results. It was determined that the value of the grade determined experimentally is $1.003\ 0\ ^\circ\text{C}/\text{gc}$ with an expanded uncertainty $Up = 0.003\ 6\ ^\circ\text{C}/\text{gc}$ for a confidence level of the 95 %, finding differs significant statistical between the procedures, for the one which won't be utilized this type of instrument like work standard for the calibration of another similars.

1. INTRODUCCION

Los termómetros diferenciales Beckmann se emplean para medir pequeñas diferencias de temperatura en el rango desde -20 hasta $150\ ^\circ\text{C}$ mediante la regulación del volumen de mercurio en su sistema de medición que obliga al uso de un factor de corrección, (Sta) para compensar este efecto sobre la diferencia de sus indicaciones.

Sus aplicaciones son múltiples, por ejemplo, para determinar la naturaleza de un soluto mediante la medición de la depresión del punto crioscópico de la disolución, también se emplean ampliamente en mediciones calorimétricas.

El objetivo del presente trabajo es analizar la posibilidad de que los termómetros Beckmann sean patrones de trabajo en el Esquema de Jerarquía del Laboratorio de Temperatura del INIMET, lo que permitirá eliminar la influencia del medio ambiente sobre la columna termométrica emergente y la calibración sería más rápida y confiable, por lo que, a partir del modelo matemático propuesto, se comprueba si existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados Sta , determinados experimentalmente a varios termómetros Beckmann

provenientes de diferentes sectores de la economía cubana.

2. MATERIALES Y METODOS

2.1. Definición del modelo matemático

El valor del grado corregido Sta_c , se calcula según la siguiente ecuación [1]:

$$Sta_c = \frac{tr_n - tr_0}{(\theta_n - \theta_0) \cdot (1 + K_f')} \ ^\circ\text{C}/\text{gc} \quad (1)$$

donde tr_n y tr_0 : temperaturas del termostato de agua, definidas por los termómetros patrones en el último y primer trazo cifrado de la escala respectivamente, $^\circ\text{C}$.

θ_n y θ_0 : indicaciones de los termómetros diferenciales correspondientes a tr_n y tr_0 respectivamente, grados convencionales (gc).

K_f' : corrección asociada a la columna saliente. Se determina según la siguiente ecuación:

$$K_f' = \gamma \cdot (t_s - t_{fc}) \quad (2)$$

donde

γ : coeficiente de dilatación relativo térmico-volumétrico del mercurio, $^{\circ}\text{C}^{-1}$.
 t_s , t_{fc} : temperaturas normalizada y real respectivamente de la columna saliente, $^{\circ}\text{C}$.

El valor del grado se determina en los laboratorios de calibración a la temperatura de ajuste $t_a = 20^{\circ}\text{C}$, aceptada internacionalmente como referencia [1, 2, 3, 4, 5].

2.2. Diseño del experimento

Se utilizaron dos termómetros patrones de mercurio en vidrio (Tabla 1), de manera simultánea y a iguales profundidades de inmersión. Las mediciones las realizaron dos observadores, que apreciaron la décima parte del valor de división. Se tomaron 4 lecturas por trazo cifrado de la escala principal ($n = 4$) [1, 2, 3, 4].

Los termómetros se calibraron a inmersión parcial, determinándose la temperatura media de la columna saliente por el método del termómetro auxiliar [1].

Mediante el análisis de los parámetros que influyen en la réplica del proceso de calibración y en la calidad del sistema de medición [6], se eliminan los resultados anormales metrologicamente explicables.

A partir de los resultados experimentales se comprueba estadísticamente si existe homogeneidad entre los valores de St_a , aplicando el Análisis de Varianza paramétrico donde influye un solo factor: el fabricante [7].

2.3. Equipos de medición utilizados en la calibración

En la siguiente tabla se muestran los equipos de medición utilizados en la calibración así como sus principales características metrologías.

Tabla 1. Equipos de medición utilizados en la calibración de los termómetros diferenciales

Equipo de medición utilizado	Características metrologías
Termómetros de mercurio en vidrio marca TP-1, rusos	Intervalo de Medición (IM): $(20 \div 28)^{\circ}\text{C}$ Valor de División (VD): 0.01°C Patrones de trabajo [$u_c(K_i) = 0.025^{\circ}\text{C}$]
Termómetro auxiliar de mercurio en vidrio marca TL-18, ruso	IM: $(8 \div 38)^{\circ}\text{C}$ VD: 0.1°C error máximo permisible 0.20°C
Termostato de agua con regulación térmica, agitación mecánica y sistema de enfriamiento	Intervalo de regulación: $(2 \div 40)^{\circ}\text{C}$ Gradiente vertical: $\pm 0.004^{\circ}\text{C/m}$ Gradiente horizontal: $\pm 0.09^{\circ}\text{C/m}$ Estabilidad: $\pm 0.02^{\circ}\text{C}$ Ascenso: 0.02°C/min

En la siguiente tabla se muestran las principales características y otros datos de interés de la población de termómetros Beckmann pertenecientes a diferentes instituciones del país, calibrados en el Laboratorio de Temperatura del INIMET en el período 1991-1995:

Tabla 2. Termómetros diferenciales Beckman calibrados en el Laboratorio de Temperatura del INIMET

Marca	Fabricante	Cantidad
TL-1	Rusia	8
GOLDBRAND (GB)	No reportado	6
BER-MAN	No reportado	1
LABOR	Hungría	1
No reportada	No reportado	2

2.4. . La incertidumbre en la determinación experimental de Sta

Aplicando la ley de propagación de incertidumbre para magnitudes de entrada no correlacionadas y despreciando los términos de orden superior en el desarrollo por Series de Taylor [8], se determina la incertidumbre estándar combinada de Sta_c, u_c(Sta_c), mediante la siguiente ecuación:

$$u_c(\text{Sta}_c) = \left[\sum_{j=1}^N c_j^2 \cdot u(x_j)^2 \right]^{0.5} \text{ } ^\circ\text{C}/\text{gc} \quad (3)$$

donde

$c_j = \partial \text{Sta}_c / \partial x_j$: coeficiente de sensibilidad.

$u(x_j)$: incertidumbre estándar de la magnitud de entrada x_j , evaluada como de tipo A, B o combinada.

Para determinar los valores de la incertidumbre estándar de las magnitudes de entrada $u(x_j)$, se realiza el siguiente análisis:

Termómetros patrones:

- de tipo B, asociada a la trazabilidad de las mediciones de temperatura de los termómetros patrones [$u_{B0}(\text{tr})$].

Termómetros diferenciales:

- de tipo A, asociada a la desviación estándar experimental del valor medio de S20, correspondiente a cada termómetro diferencial [$u_A(\overline{S20})$] (vea epígrafe 4 del actual trabajo).
- de tipo B, asociada:

- (1) al gradiente horizontal en la zona de trabajo del termostato de agua, su valor experimental se estima según la siguiente ecuación:

$$u_{B1}(\theta_i) = \frac{\left[\Delta l_h \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial l_h} \right) \right]}{\sqrt{3}} \text{ (gc)} \quad (4)$$

donde $(\partial t / \partial l_h)$: gradiente horizontal en el termostato $^\circ\text{C}/\text{mm}$ (ver Tabla 1).

Δl_h : distancia horizontal máxima entre los bulbos de los termómetros patrón y calibrado, mm
Su valor experimental es $\Delta l_h = 228 \text{ mm}$.

- (2) al gradiente vertical en la zona de trabajo del termostato de agua. El valor experimental de la incertidumbre estándar es:

$$u_{B2}(\theta_i) = \frac{\left[\Delta l_v \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial l_v} \right) \right]}{\sqrt{3}} \text{ (gc)} \quad (5)$$

donde

$(\partial t / \partial l_v)$: gradiente vertical en el termostato, $^\circ\text{C}/\text{mm}$ (ver Tabla 1).

Δl_v : distancia vertical máxima entre los bulbos de los termómetros patrón y calibrado, mm. Su valor experimental es $\Delta l_v = 130 \text{ mm}$.

- (3) a los errores de redondeo durante el procesamiento de los resultados de las observaciones; su valor límite se estima según la siguiente ecuación:

$$u_{B3}(\theta_i) = \frac{0.5 \cdot \text{CF}}{\sqrt{3}} \text{ (gc)} \quad (6)$$

donde CF = 0.001: valor de la última cifra significativa reportada.

- (4) al error de paralaje durante las mediciones de las indicaciones.

$$u_{B4}(\theta_i) = \frac{0.5 \cdot A}{\sqrt{3}} \text{ (gc)} \quad (7)$$

donde A = 0.001: valor de la apreciación de las lecturas del termómetro.

Termómetros auxiliares:

Aplicando la Ley de propagación de incertidumbres a la ecuación (2), se obtiene:

$$u_c(K_f) = \left[c_\gamma^2 \cdot u_B^2(\gamma) + c_{if}^2 \cdot u_B^2(\text{tf}_c) \right]^{0.5} \quad (8)$$

donde

$c_j = \partial K_f / \partial x_j$: coeficiente de sensibilidad.

$u_B(\text{tf}_c)$: incertidumbre por trazabilidad de las mediciones del termómetro auxiliar, $^\circ\text{C}$.

Se utilizó el valor $\gamma = 0.00016 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ con $U_B(\gamma) = 1.7 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, correspondiente a una distribución simétrica rectangular, para el vidrio normalizado 16^{III} [1].

2.5. Reporte de los valores límites de la incertidumbre estándar combinada

En la Tabla 3 se muestran los valores límites de la incertidumbre estándar $u(x_j)$, reportadas por el Laboratorio de Temperatura según las diferentes fuentes de incertidumbre definidas anteriormente.

Tabla 3. Valores límites de las incertidumbres estándar correspondientes a las magnitudes de entrada x_j , definidas por el Laboratorio de Temperatura del INIMET

j	$u(x_j)$	$u(x_j)_{lim} \leq$	Unidades
1	$u_{B0}(tr)$	0.025	$^{\circ}\text{C}$
2	$[u_A(S20)]$	0.001 1	$^{\circ}\text{C}/\text{gc}$
3	$u_{B1}(\theta_i)$	0.020	gc
4	$u_{B2}(\theta_i)$	0.005	gc
5	$u_{B3}(\theta_i)$	0.000 3	gc
6	$u_{B4}(\theta_i)$	0.000 3	gc
7	$u_{B5}(\theta_i)$	0.000 3	gc
8	$u_B(tc_i)$	0.1	$^{\circ}\text{C}$
9	$u_B(\gamma)$	0.000 017	$(^{\circ}\text{C})^{-1}$

En la Tabla 4 se muestran los coeficientes de sensibilidad límites $c(x_j)_{lim}$, calculados para las condiciones máximas de los términos definidos en la expresión (3).

Tabla 4. Coeficientes de sensibilidad límites $c(x_j)_{lim}$.

j	x_j	$ c(x_j)_{lim} $	Unidades
1, 2	tr_i	0.196 2	$(\text{gc})^{-1}$
3, 4	θ_i	1.196 9	$^{\circ}\text{C}/(\text{gc})^2$
5	K_f	1.197 8	-
	γ	- 4.4	$^{\circ}\text{C}$
	tf_c	- 0.000 16	$(^{\circ}\text{C})^{-1}$

Como resultado del análisis anterior, se reporta $u_c(S20)_{lim} = 0.025\ 8\ ^{\circ}\text{C}/\text{gc}$ como valor límite de la incertidumbre estándar combinada de S20. El valor nominal es $S20 = 1.000\ 0\ ^{\circ}\text{C}/\text{gc}$, aceptado internacionalmente como referencia [1, 2, 3, 4, 5].

3. RESULTADOS DE LAS MEDICIONES

Los resultados de las mediciones durante la calibración de los termómetros Beckmann en el intervalo básico y otros resultados de interés para su control, se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 5. Resultados de las mediciones de los termómetros Beckmann en el intervalo básico.

m	l	Marca	no.	$tf_c, ^{\circ}\text{C}$	$tr_0, ^{\circ}\text{C}$	$tr_n, ^{\circ}\text{C}$	$\theta_0 \times 10^3, \text{gc}$	θ_n, gc
1	1	TL-1	26	25.2	20.000	25.010	10	5.008
	2	TL-1	157				14	5.016
2	3	TL-1	185	26.2	19.972	24.980	34	5.054
	4	TL-1	327				- 2	5.012
	5	TL-1	180				10	5.029
	6	TL-1	263				17	5.026
	7	TL-1	177				18	5.040
3	8	GB	1	23.6	19.984	24.999 25.972	- 41	5.887
	9	GB	2				- 36	5.857
	10	GB	3				- 39	5.878
	11	GB	4				- 34	5.802
	12	GB	5				- 54	5.799
	13	N.R	6				- 11	4.978
4	14	N.R	1603	22.8	19.981	24.979 25.988	- 7	4.995
	15	N.R	30				9	6.016
	16	LABOR	s/n				- 15	4.950
5	17	TL-1	948	25.5	19.954	24.977	- 14	5.010
6	18	TL-1	177	26.4	20.013	25.029 26.024	- 14	5.020
	19	BERMAN	86207				20	5.956
	20	GB	3				41	5.958
	21	GB	5				- 87	5.924

4. PROCESAMIENTO DE LOS RESULTADOS DE LAS MEDICIONES

Una vez excluidos los valores que incumplen las exigencias establecidas en [6] y considerando la no linealidad del modelo matemático propuesto [8], se determinó el valor $S20_c$ según la siguiente expresión:

$$(\overline{S20_c}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S20_c)_i \text{ } ^\circ\text{C/gc} \quad (9)$$

El valor experimental de la incertidumbre estándar combinada del valor del grado, $u_c(S20_c)$, se determina según la siguiente expresión:

$$u_c(S20_c)_i = \left[u_A^2(S20_c)_i + u_B^2(S20_c)_i \right]^{0.5} \quad (10)$$

donde $u_A(S20_c)_i$: desviación estándar experimental de la media, $^\circ\text{C/gc}$.

$u_B(S20_c)_i$: incertidumbre estándar tipo B de $S20$, se calcula según la expresión:

$$u_B(S20_c)_i = \sum_j^N c_j^2 \cdot u_B^2(x_j) \text{ } ^\circ\text{C/gc} \quad (11)$$

Los coeficientes de sensibilidad c_j se evalúan para los valores medios de las magnitudes directamente medidas x_j [8].

Los términos establecidos en la expresión (11) se definen en el epígrafe 2.4 del presente trabajo.

Los resultados del procesamiento de las mediciones de las magnitudes de entrada x_j , se muestran en la siguiente Tabla:

Tabla 6. Resultados del procesamiento de las magnitudes de entrada para $t_a = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$.

m	l	$S20_c, \text{ } ^\circ\text{C/gc}$	$S20_c, \text{ } ^\circ\text{C/gc}$
1	1	1.002 2	0.0073
	2	1.001 4	0.0073
2	4	1.000 4	0.0072
	5	0.997 5	0.0072
	6	1.001 4	0.0073
	7	0.998 3	0.0073
3	8	1.010 3	0.0062
	13	1.005 6	0.0073
4	14	0.999 9	0.0073
	15	1.007 2	0.0061
	16	1.007 2	0.0073
5	17	1.000 6	0.0072
6	18	0.997 6	0.0072
	19	1.013 7	0.0062

5. ANALISIS ESTADISTICO DE LOS RESULTADOS DE LAS MEDICIONES

Los resultados del Análisis de Varianza donde influye un solo factor: el fabricante del termómetro, demostraron el rechazo, con $\alpha = 5 \%$, de las hipótesis sobre Varianzas homogéneas aplicando el criterio de Bartlett [$(\chi^2)_{\text{calc}} = 37.2 > \chi^2_{(v=13)} = 24.7$] y sobre Medias homogéneas aplicando el método de Welk [$F_{\text{calc}} = 292.6 > F_{(v1=11, v2=11)} = 2.6$].

6. DISCUSION DE LOS RESULTADOS

La no homogeneidad de Varianza y Medias, a pesar de que el proceso se mantuvo bajo control metrológico, motivó el procesamiento de grupos de precisión no homogéneas con ponderaciones calculadas; los resultados son los siguientes:

$S20_c = 1.003 \text{ } ^\circ\text{C/gc}$ con $u_c(S20_c) = 0.001 \text{ } ^\circ\text{C/gc}$.

El valor experimental reportado de la incertidumbre estándar combinada $u_c(S20_c)$ es menor que el valor límite referido en el epígrafe 2.5 del presente trabajo.

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. El modelo matemático establecido para determinar el valor del grado Sta es independiente del fabricante.
2. El Análisis de Varianza aplicado a los resultados experimentales para los intervalos de calibración aceptados demuestran la no homogeneidad de varianzas y medias a pesar de que el proceso se mantuvo bajo control metrológico, por lo tanto, se recomienda considerar a los termómetros diferenciales Becjmann como instrumentos comunes y no definir en el Esquema de Jerarquía el nivel de patrones por la diversidad de marcas presentes en la economía cubana.
3. El valor experimental de la incertidumbre estándar combinada $u_c(S20_c) = 0.001 \text{ } ^\circ\text{C/gc}$, obtenida en el Laboratorio de Temperatura del INIMET, se encuentra dentro del rango reportado por las principales instituciones metrológicas del mundo [1, 2, 3, 4, 5, 9] y menor que el valor límite reportado en el epígrafe 2.5 del presente trabajo.
4. En el Esquema de Jerarquía se reporta $U_p = \pm 0.003 \text{ } ^\circ\text{C/gc}$ como límite para la temperatura de referencia $t_{sa} = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$, considerando $K_p = 2$ ($p \approx 95 \%$), que es lo usual en termometría.

5. Se recomienda continuar incorporando los resultados de las futuras determinaciones del valor del grado al presente análisis estadístico para precisar aún más el valor histórico de la incertidumbre del factor de corrección a reportar en el Esquema de Jerarquía.

REFERENCIAS

1. P. RAHLFS and W. BLANKE (1983): Reglamentos de Prueba del PTB. Termómetro de vidrio en líquido, Alemania.
2. Temperatur. Einstellthermometer. Eich-und Sonderprüfvorschrift. (ASMW-VM 236).
3. GOST 8 279-78. Termómetros de trabajo de mercurio en vidrio: Métodos y Medios de verificación.
4. GOST 8 317-78. Termómetros patrones de mercurio en vidrio. Métodos y Medios de verificación.
5. WISE, JACQUELINE A. (1976): "Liquid-in-glass thermometry. NBS Monograph 150. U.S. Department of Commerce. January.
6. NC 90-14-35:88. "Aseguramiento Metrológico". Termómetros Metastáticos. Métodos y medios de verificación.
7. NC 92-51: (1988): Control de la Calidad. Análisis de Varianza.
8. Guide to the Expression of Uncertainties in Measurement. ISO-IEC-OIML-BIPM.(1992).
9. RS 4767-74 (CAME). Recomendación Metodológica. Termómetro de mercurio en vidrio para la medición de diferencias de temperatura. Métodos de Verificación.

TRANSFORMADA DISCRETA BIDIMENSIONAL DE GABOR PARA EL ANALISIS DE IMAGENES DE TEXTURAS

Margarita Fernández, Adriana Mavilio, Manuel Tejera y Raúl Lorenzo

Laboratorio de Optica Coherente, Dpto. de Física, Instituto Superior Politécnico "José A. Echeverría"

RESUMEN

En este trabajo la transformación bidimensional de Gabor es implementada a través de una notación matricial (Jie Yao, 1993). A partir del espectro de potencia de la imagen y de los correspondientes a los patrones que definen el conjunto de clases, se realiza la clasificación y segmentación por textura. Se estudia el efecto que sobre el análisis de la textura tienen los valores del ancho de la ventana y de la σ de la gaussiana.

ABSTRACT

In this paper, the 2-D Gabor transformation is implemented through a matrix notation (Jie Yao, 1993). The classification and segmentation by texture is done using the power spectrum of the image and of the patterns, which define the set of classes. The effect of the window's dimensions and the σ value of the gaussian function on the analysis of texture is studied.

INTRODUCCION

El análisis de texturas es útil en muchas aplicaciones de procesamiento de imágenes, como: la visión robótica, la inspección industrial, la interpretación de datos sísmicos y el fotoanálisis (Wu, 1992; Vinther, 1995; Tejera, 1996). En los últimos años se ha reportado un gran número de trabajos que utilizan diferentes métodos con el fin de realizar la identificación de los patrones visuales sobre la base de su textura. Cada método es generalmente más eficiente para un conjunto particular de clases de texturas, pues hace uso de los descriptores que mayor información brindan para discriminarlas (Haralick, 1979).

Entre las técnicas más usuales se encuentran las de las transformadas digitales, las cuales se relacionan directamente con la determinación de la composición en frecuencias espaciales de la imagen. Un caso particular es el de la Transformada de Gabor 2-D, que resulta de utilidad en los problemas de análisis y segmentación de imágenes, ya que extrae localmente la información espectral bidimensional concerniente a la textura, cosa que no es posible lograr con la Transformada de Fourier (Daugman, 1985). En el trabajo de Daugman, 1988 se realiza la segmentación de una imagen que representa un mosaico de campos de ruido blanco filtrados, de manera que cada zona corresponde a diferentes orientaciones del filtro, para lo cual se hace uso del espectro de potencia de Gabor, obtenido a través de una red neuronal

por un método de optimización. Aquí se demuestra la posibilidad de utilizar el espectro de Gabor con estos fines, pero no se hace énfasis en esto, sino en el trabajo de la red neuronal para calcular los coeficientes de la expansión de Gabor, que se propone en este artículo.

En el trabajo de Manian y otros (Manian, 1997) se utilizan diferentes funciones bases, entre ellas la de Gabor, para la segmentación de imágenes sobre la base a su textura utilizando descriptores clásicos de textura (media, desviación estándar, etc.), calculados sobre la base de los coeficientes de la expansión.

En nuestro trabajo se lleva a cabo la clasificación y segmentación de imágenes sobre la base de las características del espectro de potencia de Gabor obtenido por el método matricial propuesto por Jie Yao (Yao, 1993), que utiliza un algoritmo rápido para el cálculo de los coeficientes correspondientes a la Transformada 2-D Discreta de Gabor. Se estudia el efecto que sobre el análisis de la textura tienen los valores del ancho de la ventana y de la σ de la gaussiana.

TRANSFORMADA DISCRETA 2-D DE GABOR

Para una imagen 2-D discreta $f(x,y)$, $x = \{0,1,2,\dots, X-1\}$, $y = \{0,1,2,\dots, Y-1\}$, la Transformada Discreta 2-D de Gabor se expresa según:

$$f(x,y) = \sum_{m=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{L-1} \sum_{r=0}^{M-1} \sum_{s=0}^{N-1} a_{mnrs} g_{mnrs}(x,y) \quad (1)$$

Siendo $X = KM$ y $Y = LN$, , donde K y L son el número de ventanas en que se divide la imagen, según los ejes x y y , M y N son las cantidades de pixeles que contienen estas ventanas; a_{mnrs} son los coeficientes de Gabor, en tanto que $g_{mnrs}(x,y)$ son las funciones elementales de Gabor dadas por:

$$g_{mnrs}(x,y) = \exp \left\{ -\pi \left[\frac{(x-mM)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-nN)^2}{\sigma_y^2} \right] \right\} \times \exp \left\{ -2\pi i \left[r \frac{x}{M} + s \frac{y}{N} \right] \right\} \quad (2)$$

De manera semejante a como se realiza para la Transformada Ventana de Fourier, se obtiene el espectro de potencia para la región de la imagen contenida en cada ventana de Gabor:

$$p_{mnrs} = a_{mnrs} a_{mnrs}^* \quad (3)$$

La transformación completa de Gabor puede ser expresada en notación matricial. Los coeficientes de Gabor se hallan mediante multiplicaciones de la matriz imagen por las matrices inversas de Gabor (Jie Yao, 1993).

INFLUENCIA DE LA CONSTANTE σ DE LA GAUSSIANA SOBRE EL ESPECTRO DE GABOR

Para llevar a cabo este estudio se modeló una imagen formada por dos regiones, cuyas características texturales eran periódicas en el eje x , con frecuencias espaciales $f_x = 0.2$ y $f_x = 0.35$ respectivamente, y constantes en el eje y . Se obtuvieron los espectros de potencia de Gabor de la imagen para $K = 4$, $M = 100$ para diferentes valores de la constante σ de la función ventana. A partir de las matrices de dichos espectros de potencia, realizando un barrido por columnas, se construyeron los vectores de potencia P_x , seleccionando el valor máximo por filas, para cada una de las ventanas de la muestra.

En la Figura 1 se muestra el barrido del espectro de potencia para las ventanas ubicadas a ambos lados de la frontera que separa las regiones de diferente textura para valores de (a) $\sigma = 100$, (b) $\sigma = 150$ y (c) $\sigma = 50$. En las Figuras 1a) y 1b) se observa claramente la contribución de ambas frecuencias dentro del espectro de cada zona, siendo el aporte relativo de las frecuencias no deseadas mayor en el caso (b), lo cual ocurre debido a que en este caso es mayor la penetración de la función ventana en las zonas vecinas. Se observa además la degradación del espectro correspondiente al caso (c), debido a

la alteración que sufre la información que porta la imagen, provocada por la gaussiana, que en este caso cae más bruscamente.

Es notorio que mientras mayor es σ mejor es la calidad del espectro, pero al mismo tiempo se pueden introducir aportes de frecuencias no deseadas que provengan de las ventanas vecinas; por otra parte, mientras menor es el valor de este parámetro, mayor es la degradación del espectro de la zona.

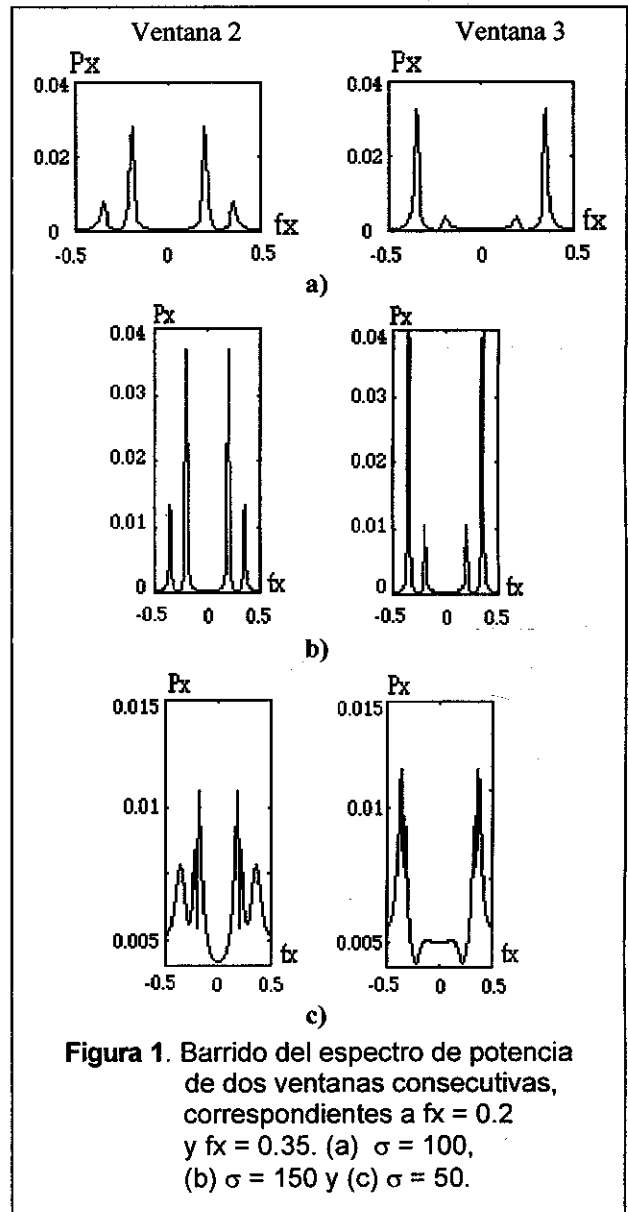


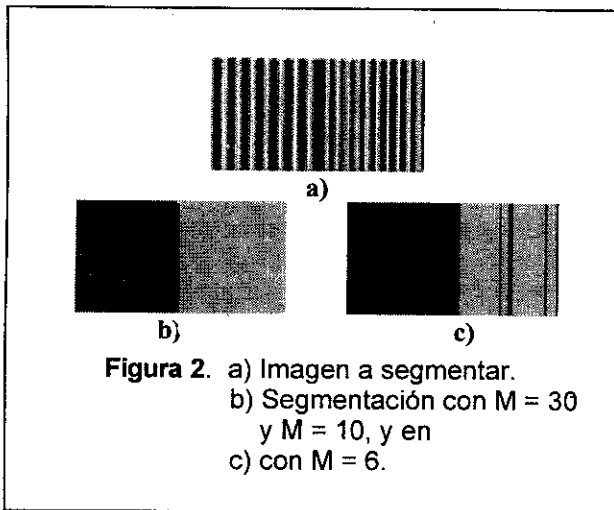
Figura 1. Barrido del espectro de potencia de dos ventanas consecutivas, correspondientes a $f_x = 0.2$ y $f_x = 0.35$. (a) $\sigma = 100$, (b) $\sigma = 150$ y (c) $\sigma = 50$.

INFLUENCIA DEL TAMAÑO DE LA VENTANA EN LA CALIDAD DE LA SEGMENTACION

Para realizar las segmentaciones de las imágenes utilizamos como descriptores a los elementos de la matriz del espectro de potencia de

Gabor. El proceso de segmentación se realizó clasificando cada porción de la imagen contenida en una ventana, mediante la correlación de su espectro de Gabor con el de cada patrón, siendo el criterio de selección el de máxima correlación. Los patrones empleados presentan características texturales similares a las de las imágenes a segmentar.

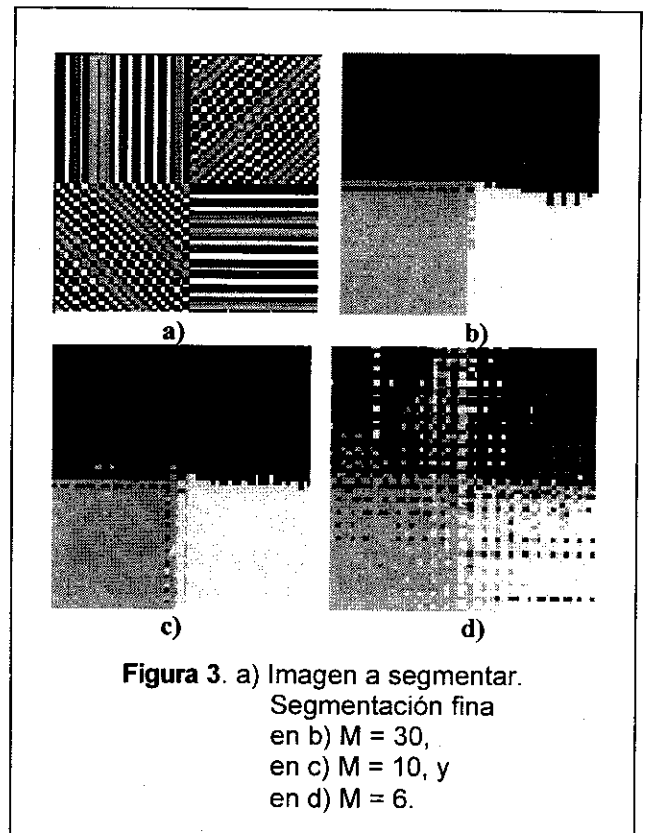
Se analizaron dos variantes para la realización de la segmentación a las que podemos denominar segmentación gruesa y segmentación fina. La diferencia entre ambas consiste en que en la primera se divide toda la imagen en ventanas de Gabor, todos los puntos de las cuales se identifican con el patrón correspondiente a la clasificación de la región contenida en la ventana. En la segmentación fina, se cubre con ventanas de Gabor un área de tamaño menor al de la imagen a segmentar, la cual se selecciona de tal forma que, desplazándola pixel a pixel hasta completar las dimensiones de una ventana ($M \times N$ píxeles), se logre barrer la imagen en su totalidad. El resultado de la clasificación de cada ventana se le asigna al pixel central de la misma.



En la Figura 2a) se presenta una de las imágenes modeladas, similar a la empleada en el experimento del epígrafe anterior. El resultado de la segmentación fina, para un área de Gabor de 30×60 píxeles y empleando ventanas de diferentes tamaños, es mostrado en 2b) ($M = 30$ y $M = 10$) y en 2c) ($M = 6$). De igual manera, la figura 2b), muestra el comportamiento de la segmentación gruesa para los dos valores mayores de ventana. Para $M = 6$ la segmentación resultó deficiente con ambos procedimientos, lo cual es imputable al hecho de ser el tamaño de la ventana comparable al período espacial de la imagen.

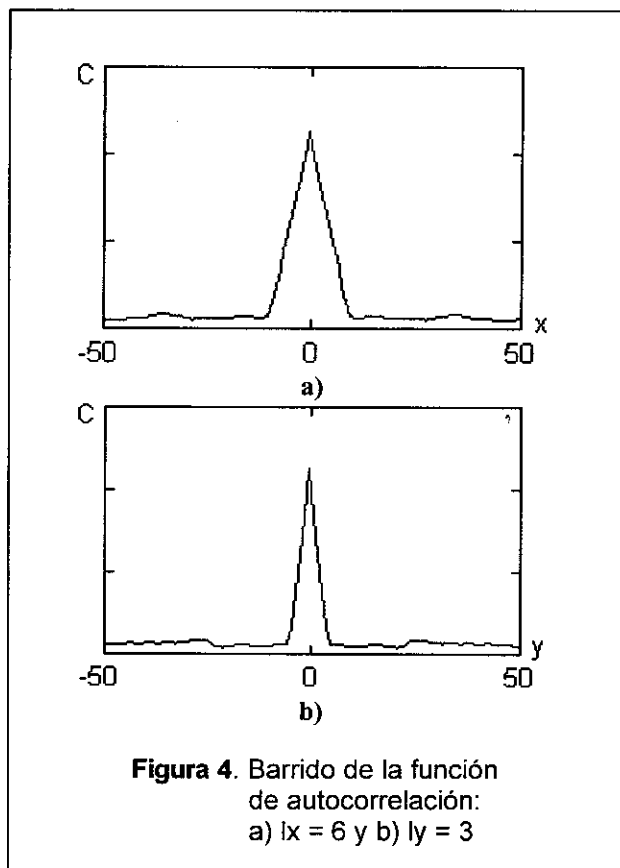
En la Figura 3a) se muestra una imagen modelada periódica compuesta por cuatro zonas que se caracterizan por tener las mismas componentes de frecuencias espaciales ($f = 0$, $f = 0.35$) pero arregladas de tal manera que resultan texturas con diferentes orientaciones en el espacio bidimensional. En las Figuras 3b), c) y d) se presentan los resultados de la segmentación fina para valores de $M = 30$, 10 y 6 respectivamente, utilizándose un área de Gabor de 60×60 píxeles. Se observa cómo en el caso $M = 10$ mejora la definición de la frontera con relación al caso $M = 30$, lo cual es un resultado a esperar pues la indeterminación espacial disminuye. Sin embargo en el caso d) $M = 6$ la segmentación es deficiente, debido a que ahora el período espacial es comparable con el tamaño de la ventana y la indeterminación en el espectro de frecuencia es mayor que en los casos anteriores.

Es de destacar que el resultado de la segmentación gruesa de la imagen mostrada en la Figura 3a), para $M = 30$ y $M = 10$ resultó excelente (no se muestra), es decir, la clasificación fue exitosa y con las fronteras bien delimitadas. Para este tipo de imágenes, que pueden ser divididas de manera que las ventanas de Gabor encajen perfectamente en zonas con características texturales bien definidas, es suficiente con la segmentación gruesa.



CLASIFICACION Y SEGMENTACION DE IMAGENES DE TEXTURA ALEATORIA

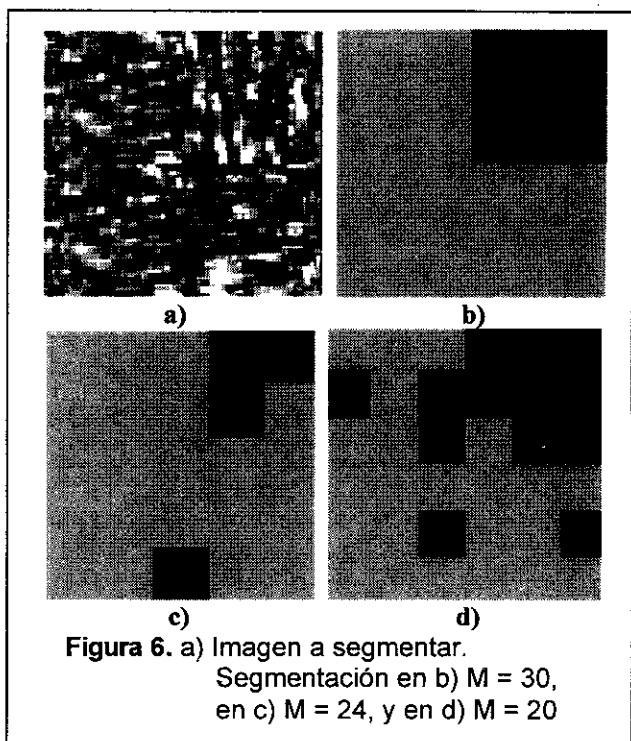
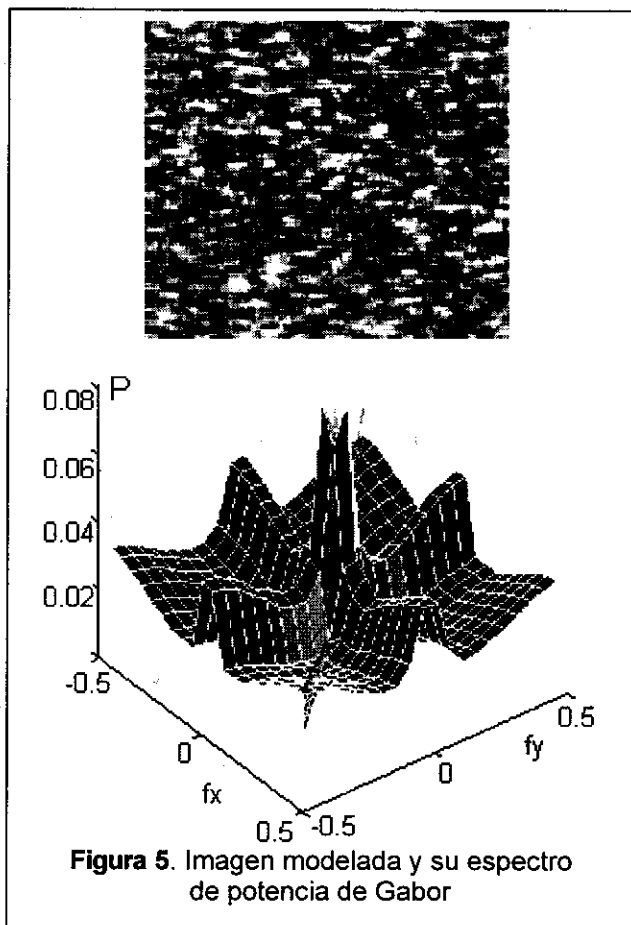
En esta sección mostraremos los resultados obtenidos con imágenes modeladas de textura aleatoria, generadas empleando la teoría de los filtros lineales, lo cual nos permitió controlar parámetros de la estadística de segundo orden tan importantes como la función de autocorrelación.



Específicamente se eligió una función de autocorrelación del tipo mostrado en la Figura 4, fijando valores particulares de las longitudes de correlación en los ejes x y y .

La Figura 5 muestra la imagen modelada, a la cual pertenecen las funciones de correlación presentadas, y su espectro de potencia de Gabor.

A partir de estas texturas modeladas se crearon mosaicos a los que les fue aplicado el método de segmentación gruesa. En la Figura 6 se aprecia uno de dichos mosaicos de dimensiones 120×120 píxeles y los resultados de las segmentaciones empleando ventanas de ancho $M = 30$, $M = 24$ y $M = 20$.



Al emplearse ventanas de ancho $M = 24$, los puntos frontera entre las dos zonas de diferentes texturas se sitúan en el centro de una ventana, por lo que es de esperar que, con independencia del resultado de la clasificación de esta zona, la frontera aparezca desplazada de su posición real. El efecto mencionado no se presenta en los casos donde se emplean ventanas con $M = 30$ y $M = 20$. Observamos que al disminuir el número de píxeles de las ventanas empeora el resultado de la segmentación, lo cual evidentemente se relaciona con la pérdida de información sobre la textura.

CONCLUSIONES

El estudio de la influencia del valor σ en la composición del espectro corroboró que existe un compromiso al establecer el valor de esta constante en relación con las dimensiones de la ventana. Valores de σ pequeños implican degradación del espectro, por dejar de considerarse la información contenida en parte de la ventana; en cambio, valores grandes, introducen información espectral correspondiente a las ventanas vecinas. Es recomendable emplear valores de σ aproximados al ancho de la ventana al segmentar imágenes.

Las dimensiones de la ventana deben ser mayores que las de los elementos texturales, de tal forma que en la región contenida en la misma exista

la información suficiente como para caracterizar una textura. Para la segmentación se debe tomar en cuenta el compromiso existente entre una mejor caracterización de la textura en una ventana grande y una peor calidad en la definición de los bordes entre zonas de texturas diferentes.

La segmentación gruesa aventaja a la fina en cuanto a costo computacional; no obstante, esta es sólo recomendable para imágenes en las cuales las zonas de igual textura puedan contener un gran número de ventanas cuyas dimensiones permiten una eficiente caracterización de la textura. Obviamente, la condición anterior se cumple cuando los elementos texturales son mucho menores que las zonas de igual textura de menor tamaño presentes en la imagen. La segmentación fina, a pesar del mayor volumen de cálculo que requiere, permite una mejor definición de los bordes.

En este trabajo se ha demostrado que la transformación discreta de Gabor puede ser utilizada efectivamente para la clasificación y segmentación de imágenes de textura, tomando como descriptores los elementos matriciales de su espectro de potencia. La transformada de Gabor es especialmente útil para discriminar regiones texturales que se caracterizan por tener diferentes orientaciones de sus elementos estructurales.

REFERENCIAS

1. CH, WU (1992): "Statistical Feature Matrix for Texture Analysis". CVGIP: Graph. Models Imag. Process. 54(5), 407.
2. VINTHER, R. (1995): "Seismic texture classification: To computer-aided approach to stratigraphic analysis, 65th Annual Internat. Mtg; Soc. Expl. Geophys; Expanded Abstracts, 153-155.
3. TEJERA y otros (1996): "Dimensiones promediadas como descriptores de la textura". Memorias del Foro Iberoamericano de Procesamiento de Imágenes. Valencia.
4. _____ (1996): "Aplicación del Método de Histogramas Suma y Diferencia para la clasificación de texturas en la medicina y la metalografía". Memorias del Foro Iberoamericano de Procesamiento de Imágenes. Valencia.
5. HARALICK, R.M. (1979): "Statistical and Structural Approaches to texture". Proc. IEEE. 67(5), 786.
6. DAUGMAN, J.G. (1988): "Complete Discrete 2-D Gabor Transforms by Neural Networks for Image Analysis and Compression". IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing 36(7), 1169.
7. YAO JIE (1993): "Complete Gabor transformation for signal representation", IEEE Trans. on Imag. Proces. 2(2), 152.
8. MANIAN, O. (1997): "On scaled and rotated texture segmentation using a class of basis functions. SPIE 3078. 0277-786X/97.

DOS MODELOS NUMERICOS PARA LA SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE AGUAS SOMERAS EN EL INTERIOR DE UNA BAHIA

Lisbeth Núñez*, Manuel Tejera** y Angel Pérez*

* Grupo de Métodos Numéricos ICIMAF

** Departamento de Física, ISPJAE

RESUMEN

Usando el método de diferencias finitas, se resuelven las ecuaciones de aguas someras para una bahía de profundidad constante, considerando la tensión superficial causada por un campo de vientos constante y uniforme. Dos modelos fueron considerados: uno con un tratamiento curvilíneo de las fronteras que representan las líneas de la costa y otro con un procedimiento convencional. En este trabajo se muestra lo ventajoso de emplear coordenadas curvilíneas en estos casos, pues se eliminan puntos de difracción irreales y las condiciones de contorno se simplifican.

ABSTRACT

Using the finite difference method, the shallow water equations were solved taking like basin an idealized bay with constant depth and considering the surface stress caused by uniform constant wind field. Two models were considered: one with a curvilinear boundary treatment to represent the coastlines and other with a conventional stepwise procedure. The advantages of the employment of curvilinear coordinates were demonstrated in this paper because the unreal diffraction points were eliminated and the boundary conditions were simplified.

INTRODUCCION

La simulación de la dinámica de los mares costeros reviste especial interés para la humanidad, tanto para el control y estudio de sus acciones sobre el medio ambiente como para minimizar los daños que causan diversos fenómenos naturales en obras costeras. La acción de fuertes vientos sobre la superficie de los mares costeros puede provocar variaciones en su nivel de varios metros, siendo este el origen de inundaciones severas como las que periódicamente afectan a la ciudad de La Habana.

Modelos numéricos de estos fenómenos se reportan desde los años 50 [Keulegan, 1951] hasta nuestros días [Signori, 1992; Lardner, 1993], obteniéndose diversas metodologías para el cálculo y la predicción de la sobre elevación del nivel de la superficie marina.

En este trabajo nos proponemos simular la dinámica del mar en el interior de una bahía afectada por la acción de un campo de vientos uniforme, una de cuyas fronteras cerradas la define una línea de costa arbitraria. Los cálculos se realizarán para dos modelos precisamente diferenciados a partir de la forma en que se realiza la

aproximación discreta de la frontera curvilínea. Para el Modelo 1 se realiza una aproximación convencional mientras que en el Modelo 2 se adoptan coordenadas curvilíneas ajustadas a la línea de la costa.

Se muestra lo ventajoso de emplear coordenadas curvilíneas, pues se eliminan puntos de difracción irreales y las condiciones de contorno se simplifican. Precedentes de este enfoque se han reportado. [Johns, 1981]

MODELO NUMERICO

• Ecuaciones básicas

Las ecuaciones empleadas constituyen una simplificación de las conocidas ecuaciones de aguas someras [Friedrichs, 1948], a las que le han sido eliminados los términos no lineales de la aceleración advectiva, así como los de la fricción viscosa lateral.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\tau_x^s - \tau_x^f}{\rho H} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\tau_y^s - \tau_y^f}{\rho H} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + H \frac{\partial u}{\partial x} + H \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

En el sistema de ecuaciones u y v representan las componentes horizontales de la velocidad V en la dirección de los ejes x y y , respectivamente; ξ representa la variación del nivel del mar respecto a su estado de equilibrio estático; ρ es la densidad del agua de mar; f es el parámetro de Coriolis y H es la profundidad del acuatorio, τ^s y τ^f son las tensiones provocadas por el viento en la superficie del mar y entre el mar y el fondo, respectivamente: $\tau^s = \rho_a C/W$ y $\tau^f = \rho R V$.

La modelación se realizó en el interior de una bahía cuya frontera lateral la define la curva $b(y)$ de la semicircunferencia.

$$b(y) = R - \sqrt{R^2 - (y - R)^2}$$

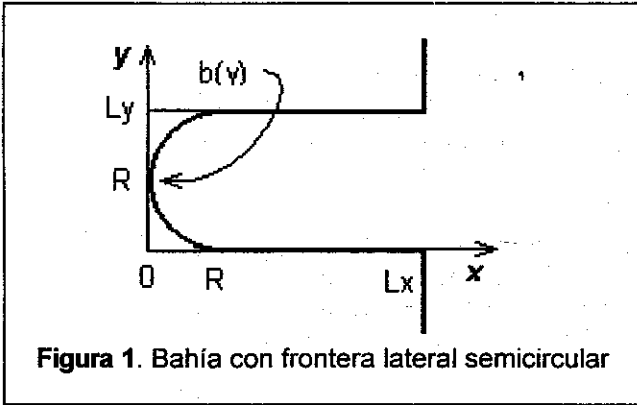


Figura 1. Bahía con frontera lateral semicircular

Se asume que:

$$u(x,y,0) = v(x,y,0) = \xi(x,y,0) = 0.$$

Como condiciones de contorno:

$$v(x,0,t) = v(x, Ly, t) = 0 \quad \text{para } x = (R, Lx)$$

$$u(x,y,t) = v(x,y,t) b'(y) \quad \text{para } x = b(y)$$

$$u(Lx,y,t) = \xi(Lx,y,t) \sqrt{g/H}$$

• Esquema en Diferencias 1

$$\frac{u_{i,j}^{k+1} - u_{i,j}^k}{\Delta t} - f v_{i,j}^k = -g \frac{\xi_{i,j}^k - \xi_{i-1,j}^k}{\Delta x} + \frac{\tau_x^s}{\rho H} - \frac{R u_{i,j}^k}{H} \quad (4)$$

$$\frac{v_{i,j}^{k+1} - v_{i,j}^k}{\Delta t} + f u_{i,j}^k = -g \frac{\xi_{i,j+1}^k - \xi_{i,j-1}^k}{2\Delta y} + \frac{\tau_y^s}{\rho H} - \frac{R v_{i,j}^k}{H} \quad (5)$$

$$\frac{\xi_{i,j}^{k+1} - \xi_{i,j}^k}{\Delta t} + H \frac{u_{i+1,j}^{k+1} - u_{i,j}^{k+1}}{\Delta x} + H \frac{v_{i,j+1}^{k+1} - v_{i,j}^{k+1}}{\Delta y} = 0 \quad (6)$$

Se usó una malla con $\Delta x = \Delta y = 2 \text{ km}$ y $\Delta t = 1 \text{ s}$.

MODELO NUMERICO 2

• Transformación de coordenadas para las ecuaciones básicas

Se introduce la siguiente transformación:

$$\eta = \frac{(x - b(y)) L_x}{L_x - b(y)}, \text{ con la cual se produce un mapeo}$$

del área de la bahía de frontera semicircular al de una de forma rectangular. Obteniéndose el siguiente sistema de ecuaciones para $u(\eta, y, t)$, $v(\eta, y, t)$ y $\xi(\eta, y, t)$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - f v = -g \frac{L_x}{L_x - b(y)} \frac{\partial \xi}{\partial \eta} + \frac{\tau_x^s}{\rho H} - \frac{R u}{H} \quad (7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + f u = -g \frac{\partial \xi}{\partial y} + g \frac{b'(y)(\eta - L_x)}{L_x - b(y)} \frac{\partial \xi}{\partial \eta} + \frac{\tau_y^s}{\rho H} - \frac{R v}{H} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{H L_x}{L_x - b(y)} \frac{\partial u}{\partial \eta} + H \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{H b'(y)(\eta - L_x)}{L_x - b(y)} \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0 \quad (9)$$

Manteniéndose las condiciones iniciales del modelo anterior y con las siguientes condiciones de contorno:

$$u(0,y,t) = v(\eta, 0, t) = v(\eta, Ly, t) = 0 \text{ y } u(L, \eta, y, t) = \xi(Lx, y, t) \sqrt{g/H}.$$

• Esquema en Diferencias 2

$$\frac{u_{i,j}^{k+1} - u_{i,j}^k}{\Delta t} - f v_{i,j}^k = -g \frac{L_x}{L_x - b_j} \frac{\xi_{i,j}^k - \xi_{i-1,j}^k}{\Delta \eta} + \frac{\tau_x^s}{\rho H} - \frac{R u_{i,j}^k}{H} \quad (10)$$

$$\frac{v_{i,j}^{k+1} - v_{i,j}^k}{\Delta t} + f u_{i,j}^k = -g \frac{\xi_{i,j+1}^k - \xi_{i,j-1}^k}{2\Delta y} + \frac{b_j'(\eta - L_x)}{L_x - b_j} \frac{\xi_{i,j}^k - \xi_{i-1,j}^k}{\Delta \eta} + \frac{\tau_y^s}{\rho H} - \frac{R v_{i,j}^k}{H} \quad (11)$$

$$\frac{\xi_{i,j}^{k+1} - \xi_{i,j}^k}{\Delta t} + \frac{H L_x}{L_x - b_j} \frac{u_{i,j+1}^{k+1} - u_{i,j}^{k+1}}{\Delta \eta} + H \frac{v_{i,j+1}^{k+1} - v_{i,j}^{k+1}}{2\Delta y} - \frac{H b_j'(\eta - L_x)}{L_x - b_j} \frac{v_{i,j+1}^{k+1} - v_{i,j}^{k+1}}{\Delta \eta} = 0 \quad (12)$$

Se usó una malla con $\Delta\eta = \Delta y = 2 \text{ km}$ y $\Delta t = 1 \text{ s}$.

• Bahía rectangular

Tanto en las ecuaciones transformadas (7) - (9), como en sus equivalencias discretizadas (10) - (12), no se ha especificado la forma de la curva $b(y)$, generalización que se conserva en el procedimiento numérico. Gracias a esto podemos realizar el cálculo de la dinámica en el interior de una bahía rectangular, más simple que la de la bahía propuesta y cuyos resultados pueden ser analizados a modo de comprobación.

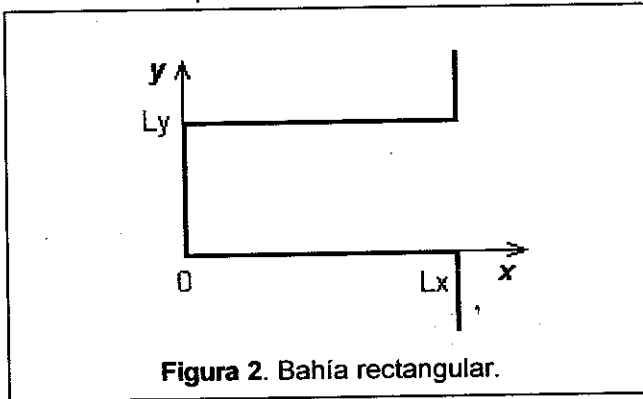


Figura 2. Bahía rectangular.

Es fácil ver que en este caso $b(y) = b'(y) = 0$, por lo que $\eta = x$ y las ecuaciones del Modelo 2 toman forma idéntica a las del Modelo 1.

Los resultados obtenidos para la bahía de 16 km de longitud y 10 km de ancho, con profundidad de 20 m, donde la velocidad del viento es de 10 m/s, soplando desde la entrada de la bahía hacia el extremo trasero de la misma, concuerdan con lo esperado.

Atendiendo a las condiciones de aplicabilidad de las ecuaciones y a las escalas empleadas para su integración numérica, se obtuvo el comportamiento de la corriente de deriva provocada por el viento, así como el de las ondas largas que se generan y propagan durante todo el proceso.

La Figura número 3 muestra la excitación del nivel del mar medida en los puntos centrales tanto de la costa trasera de la bahía como de la abertura de la misma.

En estos gráficos se aprecia como el nivel del mar en la costa trasera comienza a elevarse como resultado de la acumulación del agua que transporta la corriente, mientras que en la entrada de la bahía se produce un efecto de vaciado, el cual desaparece al alcanzarse un estado estacionario. Al cabo de media hora de iniciado el proceso y establecido el equilibrio

dinámico, el nivel del mar en el fondo de la bahía ha tomado su valor máximo, alterado por la presencia de las ondas que allí se reflejan, en tanto en la abertura de la bahía el mar ha recobrado su valor original.

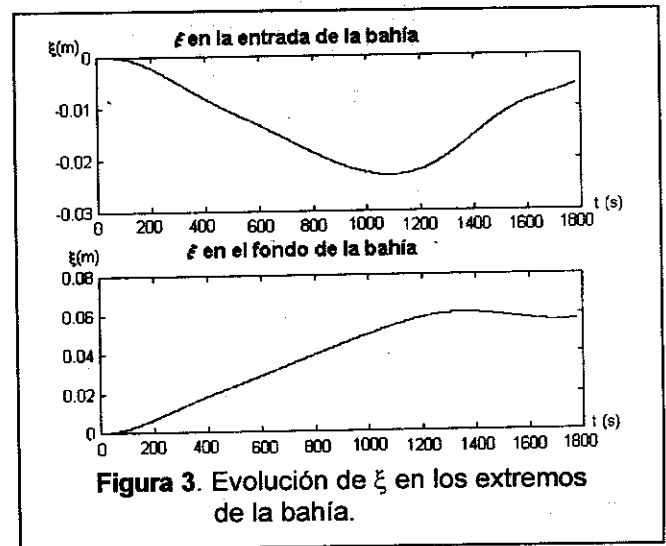


Figura 3. Evolución de ξ en los extremos de la bahía.

Las Figuras 4 y 5 muestran, respectivamente, el mapa de velocidades y el estado del nivel del mar en el interior de la bahía para $t = \frac{1}{2}$ hora. En este instante la distribución espacial de velocidades corresponde a la presencia de las ondas superficiales que en este estado estacionario son más perceptibles y que no solamente se propagan según la dirección del viento sino también en la perpendicular. El origen de este movimiento en la dirección perpendicular es el de la fuerza de Coriolis, presente en nuestro modelo y que causa una desviación en la dirección de la corriente con respecto a la del viento.

Las ondas que se propagan en la dirección limitada por los dos segmentos de costas laterales se establecen como ondas largas estacionarias o *seiche*.

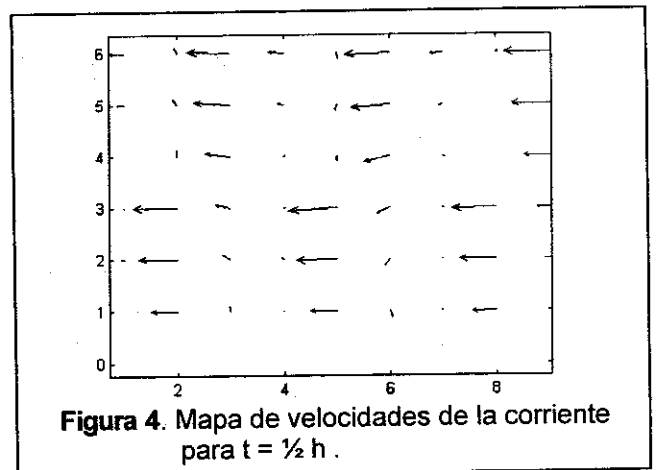


Figura 4. Mapa de velocidades de la corriente para $t = \frac{1}{2} \text{ h}$.

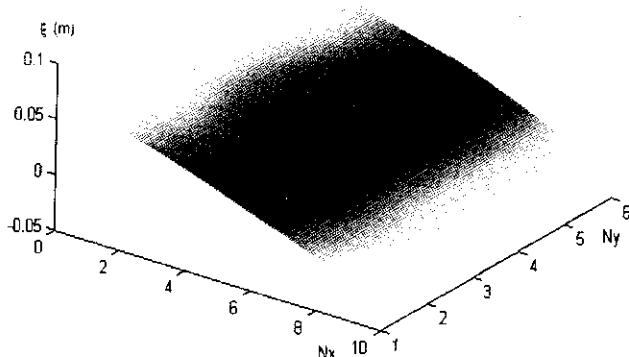


Figura 5. Nivel de la superficie marina para $t = \frac{1}{2} h$.

Esto se aprecia en la Figura 5, donde además de ser visible la pendiente que adquiere la superficie del mar, se puede observar la ligera ondulación de la onda *seiche*. Más claramente se observa este fenómeno en la Figura 6, donde se grafican los perfiles de la excitación del nivel del mar a lo largo de la costa trasera y de la entrada de la bahía.

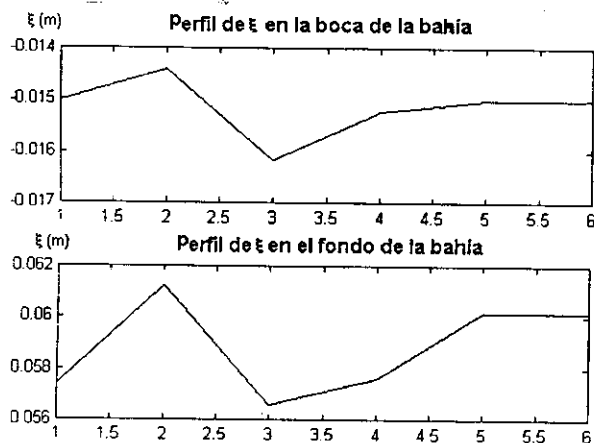


Figura 6. Perfil de ξ en los lados extremos de la bahía para $t = \frac{1}{2} h$.

Se realizó el cálculo numérico para la bahía unidimensional (muy estrecha), el cual concordó con la solución analítica.

EXPERIMENTOS NUMERICOS

Se realizaron los cálculos de la dinámica de la bahía para ambos modelos, fijando las dimensiones de la bahía en 16 km de longitud y 10 km de ancho, por lo que el radio de la semicircunferencia que define la frontera curvilínea fue de 5 km. La profundidad de la bahía se tomó de 20 m y el viento de 10 m/s, soplando desde la entrada de la bahía hacia el extremo trasero de la misma. Se presentan los mapas del vector velocidad de la corriente, así como gráficos ilustrativos del estado de la superficie

del mar para ambos modelos y al cabo de 10, 20 y 60 minutos del inicio de la acción del viento sobre la superficie del mar. También se muestran gráficas de la evolución temporal de ξ en los puntos medios de las fronteras abierta y cerrada posterior de la bahía.

• Modelo 1

El comportamiento de la dinámica en el interior de esta bahía es similar al de la bahía rectangular (Figura 7). En este caso la curva que define la costa

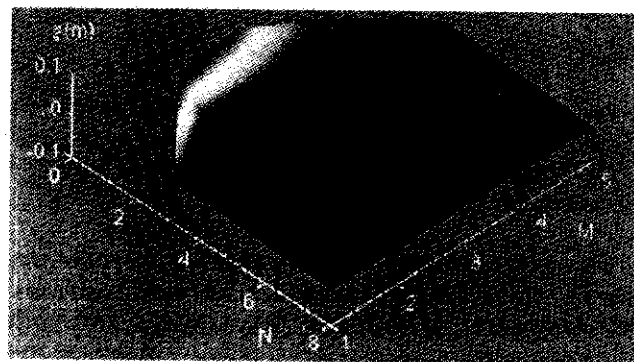
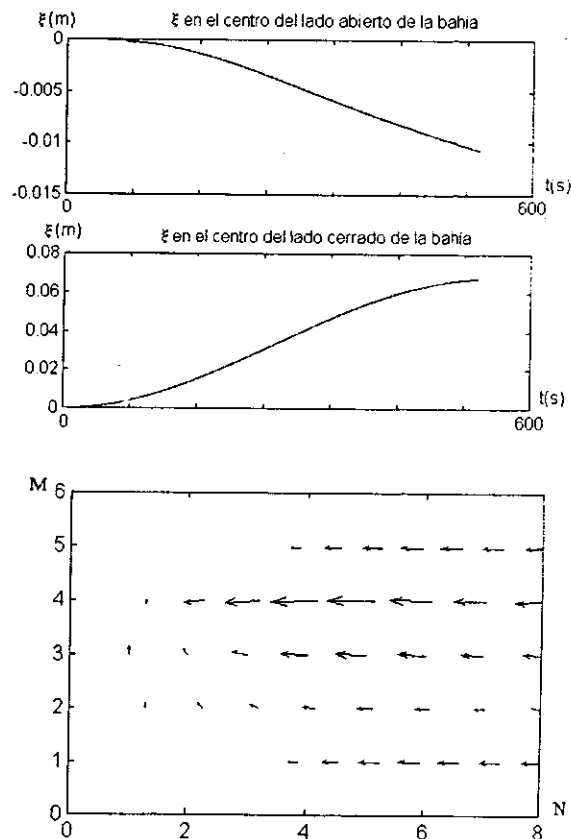


Figura 7. Estado de la dinámica y de la excitación del nivel del mar en la bahía para $t = 10 \text{ min}$

trasera no es la línea recta, por lo que para este modelo los puntos sobre los que se realiza el cálculo numérico se eligen inscribiendo la figura de la bahía en un rectángulo reticulado. Al no coincidir la frontera curva con nodos del reticulado, se toman como puntos de la frontera discreta aquellos en los cuales $b(y)$ corte los segmentos paralelos al eje x . Esto origina modificaciones en las ecuaciones discretizadas sobre estos puntos y los adyacentes interiores.

Las Figuras 8 y 9, correspondientes al estado de la bahía transcurridos 20 y 60 minutos respectivamente, muestran detalles significativos. En la primera se aprecian puntos de difracción en la frontera debido a que esta se aproxima por medio de segmentos de recta perpendicular y aparecen vértices rectangulares. Además, se pueden observar indicios de una divergencia en los resultados numéricos, como más claramente se ve en el gráfico de la evolución de ξ en la Figura 9.

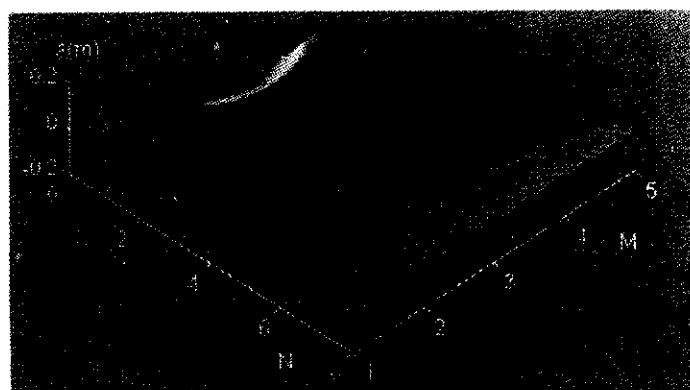
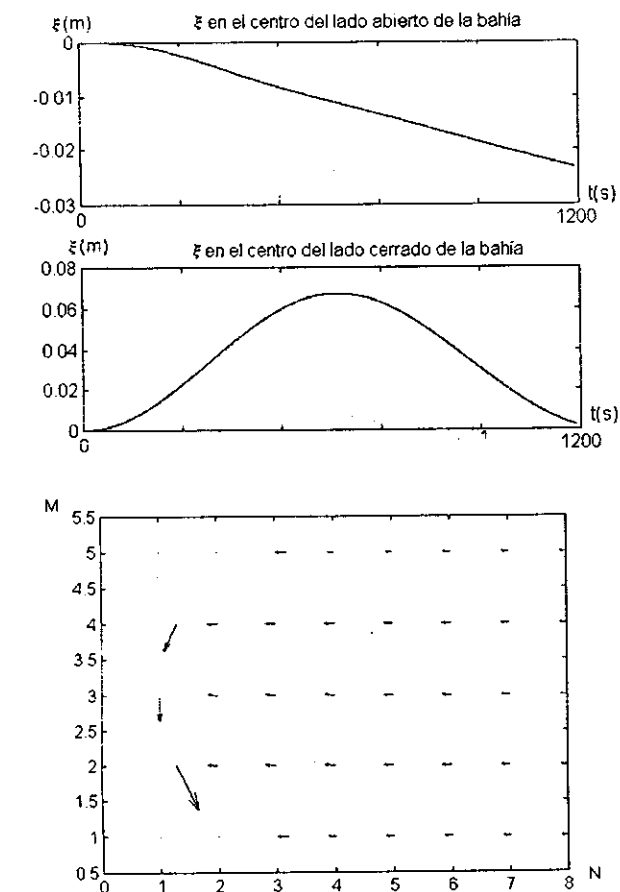


Figura 8. Estado de la dinámica y de la excitación del nivel del mar en la bahía para $t = 20$ min.

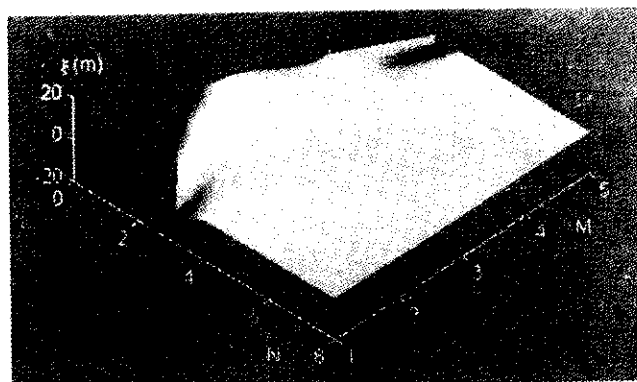
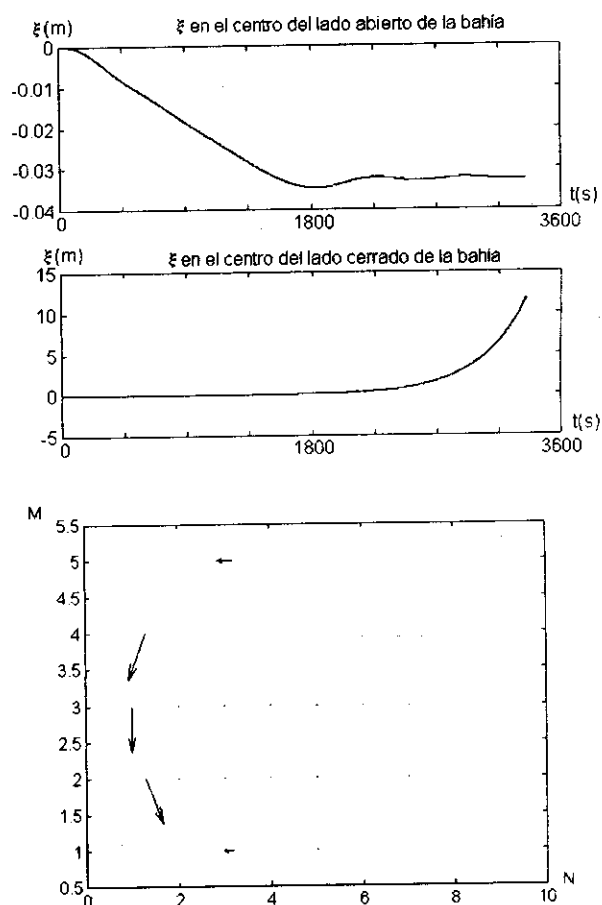


Figura 9. Estado de la dinámica y de la excitación del nivel del mar en la bahía para $t = 60$ min.

• Modelo 2

En este modelo, el empleo del reticulado uniforme luego de realizar la transformación de coordenadas descrita, resulta equivalente a aplicar la malla a un dominio rectangular. Esto trae ventajas, no solo en la simplificación de las condiciones de contorno sobre la frontera trasera, sino desde el punto de vista numérico, pues todos los puntos de la frontera coinciden con nodos de la malla. Aquí no aparecen puntos de difracción, pues la frontera se aproxima de forma suave.

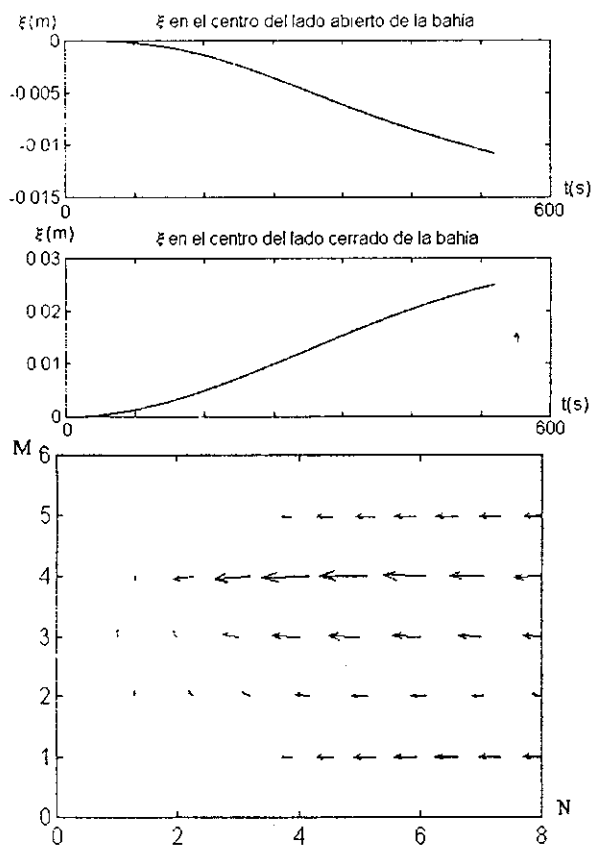


Figura 10. Estado de la dinámica y de la excitación del nivel del mar en la bahía para $t = 10$ min.

La Figura 10 presenta una gran similitud con la Figura 7 en todas sus gráficas, lo cual no ocurre con las Figuras 11 y 12 respecto a las Figuras 8 y 9, pues mientras las dos primeras concuerdan con el comportamiento esperado, y que se pudo prever al resolver la bahía rectangular, las últimas mostraron el resultado de un esquema divergente.

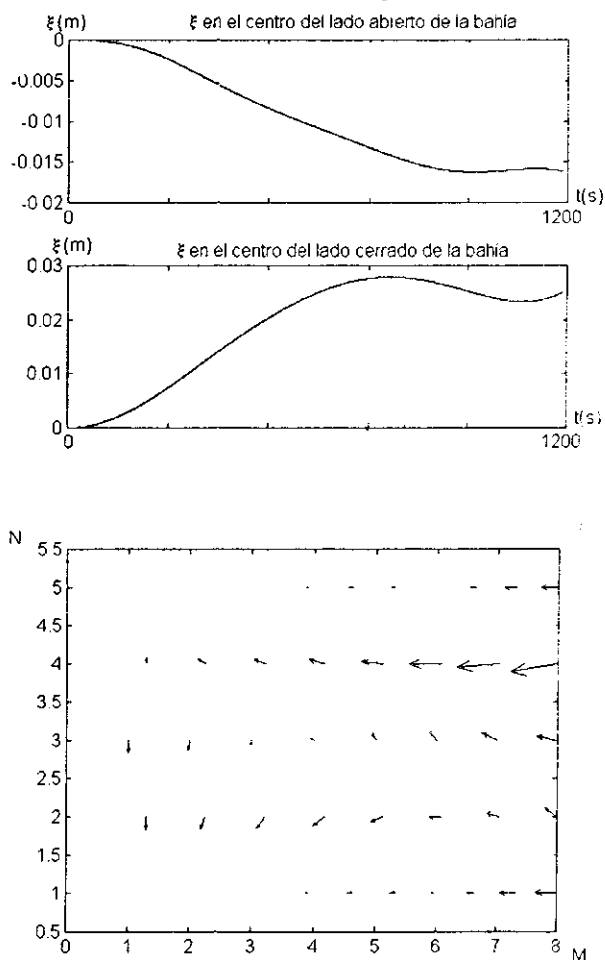


Figura 11. Estado de la dinámica y de la excitación del nivel del mar en la bahía para $t = 20$ min

La Figura 12, muestra la preponderancia del *seiche* en la dinámica de la bahía pasada una hora del inicio de la acción de los vientos. Llegado este instante, se establece la onda larga estacionaria entre los dos segmentos de costa paralelos, con una amplitud del orden de los metros. Debido a esto, las curvas que muestran la evolución de ξ en los puntos medios de la entrada y la costa trasera de la bahía, presentan el inicio de oscilaciones que ganan en amplitud y se acoplan en fase. La onda *seiche* se aprecia claramente en la gráfica que representa el nivel de la superficie del mar en el interior del acuatorio, y cuyo eje central (ξ) muestra un cambio de escala al compararse con los de instantes anteriores.

CONCLUSIONES

Se simuló la dinámica de una bahía ideal que se encuentra bajo la acción de un campo de vientos uniforme y constante. Se utilizó el método de las diferencias finitas aplicado a dos modelos. En el primer modelo se aplicó a la frontera curvilínea de la bahía un procedimiento de aproximación convencional, en tanto en el segundo se usaron coordenadas ajustadas a dicha frontera.

El Modelo 2 resultó en varios aspectos superior al Modelo 1 pues al realizarse una transformación de la geometría de la bahía a la del rectángulo, se simplificaron las condiciones de contorno del sistema de ecuaciones diferenciales, ahora expresadas sobre líneas paralelas a los ejes coordenados. Además se simplificó también el tratamiento numérico de los puntos de la frontera. Se destaca la incidencia que tiene sobre la simulación el aproximar la frontera curva por medio de segmentos se recta paralelos a los ejes x y y , lo cual se refleja en la aparición de puntos artificiales de difracción de la onda larga que origina el viento. Este efecto no aparece al utilizarse las coordenadas ajustadas a la costa.

Se establece un compromiso entre las ventajas señaladas para el procedimiento de transformación de las coordenadas y las dificultades que aparecen con el mismo, debido a que tanto la transformación como el sistema de ecuaciones transformadas pueden resultar muy complejos. Lo primero puede resolverse automatizando el procedo, por ejemplo con el uso de los sistemas computacionales conocidos para el cálculo simbólico; lo segundo se convierte en dificultad cuando se trabaja con ecuaciones de grado superior.

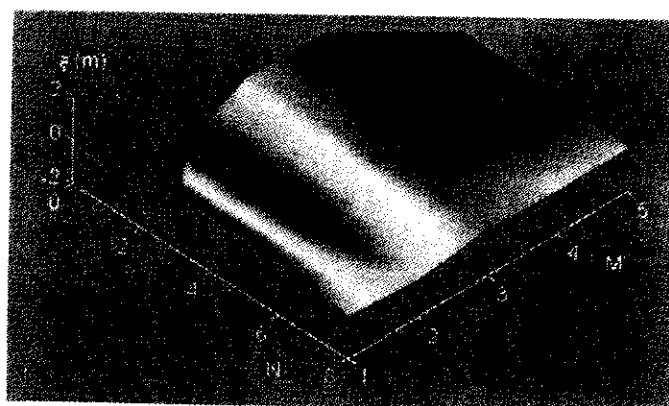
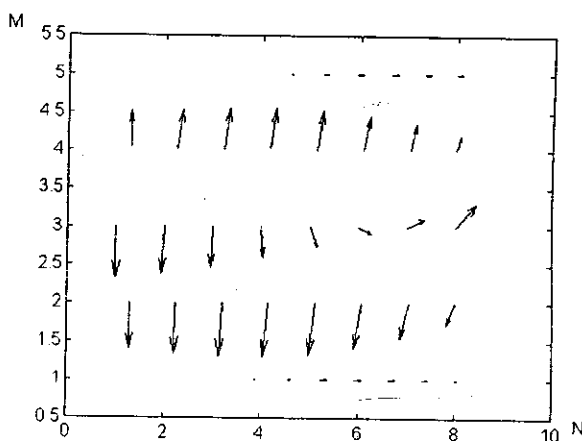
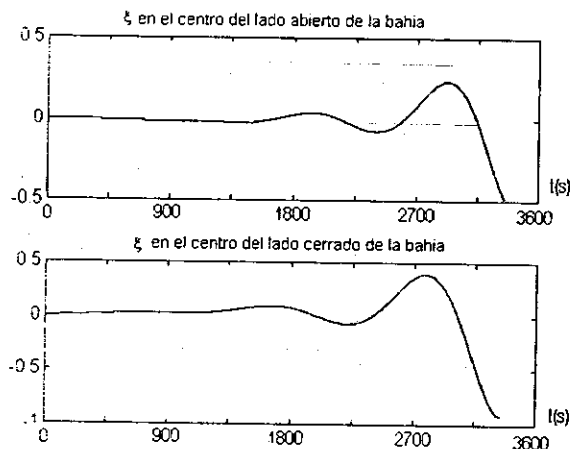


Figura 12. Estado de la dinámica y de la excitación del nivel del mar en la bahía para $t = 60$ min .

REFERENCIAS

1. FRIEDRICHS, K.O. (1948): "On the derivation of the shallow water theory", **Comm. Pure. Appl. Math.** 7, 81-85.
2. JOHNS, B. *et al* (1981): "Numerical simulation of the surge generate by the 1977 Andhra cyclone", **Quart. J. R. Met. Soc.** 107(554), 919-934.
3. KEULEGAN, G.H. (1951): "Wind tides in small enclosed channels", **J. Res. Natl. Bur. Stand.** 46(5), 358-381.
4. LARDNER, R.W. (1993): "Optimal control of open boundary conditions for a numerical tidal model", **Comp. Meth. Appl. Mechan. Eng.**, 102, 367-387.
5. SIGNORINI, S. T. *et al* (1992): "Hurricane-induced surge and currents on the Texas.Louisiana Shelf", **J. Geophys. Res.**, 92(C2), 2229-2242.

CALCULO DEL PROPAGADOR DE LA FUNCION DE ONDA QUE DESCRIBE EL COMPORTAMIENTO DE ELECTRONES DE BAJAS ENERGIAS EN UN CRISTAL HOMOGENEO, BASADO EN LA TEORIA DE INTEGRALES DE CAMINOS

Omar Rodriguez Pinilla, Fundación Universidad Central

RESUMEN

En muchos trabajos relacionados con el estudio de la cristalografía y sus diferentes métodos, la mayoría de ellos están centrados en el desarrollo de la teoría y caracterización de las bandas energéticas de los mismos, pero poco dedicados al cálculo de la función propagadora asociada a un haz de electrones de bajas energías. En el presente trabajo se hace el cálculo teórico del propagador de onda asociado a un haz de electrones incidente en un cristal homogéneo en diferentes direcciones cristalográficas.

ABSTRACT

Many works related to crystallography and its methods are centered in theory development and characterization of energetic bands but few are devoted to the calculation of the propagation function associated to a beam of low energy electrons. Present work does theoretical calculation of wave propagator associated to an electron beam arriving to an homogeneous crystal in different crystallographic directions.

El presente trabajo está dirigido al cálculo teórico del propagador de la función de onda que describe el comportamiento de un haz de electrones de bajas energías en los planos cristalográficos de un cristal homogéneo en condiciones de trayectorias semiclásicas.

Analicemos un cristal homogéneo, cuyos átomos efectúan además de oscilaciones térmicas, oscilaciones forzadas bajo la acción de una fuerza externa.

El Hamiltoniano de perturbación propio del cristal se puede expresar de la siguiente forma: [11]

$$\hat{H}' = \sum_{j,n} \hbar w_{j,n} \hat{X}_{j,n}^{-1} \hat{U}_{j,n} \quad (1)$$

donde: $\hat{U} \rightarrow$ operador de corrimiento de la posición de equilibrio de los átomos en la red unitaria; $\hat{X}^{-1} \rightarrow$ operador de corrección por desplazamiento de la posición de equilibrio de los átomos en la red unitaria ocasionado por la fuerza externa.

Reemplazando: $\hat{X}_{j,n}^{-1} \hat{U}_{j,n} = \alpha_{j,n}$ como parámetro de deformación del cristal, entonces, se puede decir

que el cristal, dependiendo de su configuración cristalográfica, se deformará de manera distinta para cada dirección de movimiento en los canales del cristal.

Utilizando los operadores de creación y aniquilación de fonones,[17] el Hamiltoniano del cristal en el campo de perturbación será:

$$\hat{H}_1 = \sum_s \hbar w_s (a_s^\dagger a_s + 1/2) - \sum_s \hbar w_s (c_s^\dagger a_s + c_s a_s) \quad (2)$$

donde: $w_s(s = \vec{q}, \sigma) \rightarrow$ frecuencias normales de oscilación, correspondientes a la red σ asociada al vector $\vec{q}$.

El operador:

$$c_s = - \sum_{j,n,\alpha} K_{j,n}^\alpha(t) \frac{1}{w_s} \left(\frac{1}{2\mu \cdot \hbar \cdot w_s} \right)^{1/2} V_j^\alpha(s) \exp(i\vec{q}\vec{n}) \quad (3)$$

donde: $K_{j,n}^\alpha(t)$ - tensor de deformación elástica; μ - masa del cristal o de la celda unitaria; $\vec{q} \cdot \vec{n} = \vec{k} \cdot \vec{r}_n$; $V_j^\alpha(s)$ - amplitud de vibración del j - átomo de la red cero; $\alpha = 1, 2, 3$.

permite seleccionar una función propia del Hamiltoniano (2), tal que los valores propios del operador (valores energéticos) solo se vean afectados por un término de corrección energético, a los valores de un oscilador armónico cuántico, debido a esto, podemos escoger un operador unitario tal que, este cumpla con la siguiente condición:

$$\hat{U} = \exp \left(\sum \left(\zeta_s^* a_s^+ - \zeta_s a_s^- \right) \right) \quad (4)$$

y restringiendo a que $\zeta_s^* = \zeta_{-s}$ y además de que se cumpla que:

$$\begin{aligned} \hat{U}^+ a_s^- \hat{U} &= a_s^- + \zeta_s^* s \\ \hat{U}^+ a_s^+ \hat{U} &= a_s^+ + \zeta_s \end{aligned} \quad (5)$$

de las anteriores condiciones (3), (4) y (5) se obtiene:

$$\left\{ \sum \hbar w_s (a_s^+ a_s^- + 1/2) + \hbar w_s |\zeta_s|^2 \right\} \varphi = E \varphi \quad (6)$$

donde: $\varphi = \hat{U}^+ \phi$. De la ecuación (6) se puede extraer el factor de corrección energético mencionado anteriormente y que corresponde al segundo término en la parte izquierda de la ecuación. Para el cristal esto representa un aumento en la energía vibracional debido al factor externo, representado por la fuerza externa o fuerza de deformación elástica, la cual se puede calcular de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \zeta_s \zeta_s^* = |\zeta_s|^2 &= \left| \frac{1}{w_s} \left(\frac{1}{2\mu \cdot \hbar \cdot w_s} \right)^{1/2} \sum_{j,n,\alpha} K_{j,n}^\alpha(t) V_j^\alpha(s) \right|^2 = \\ &= \frac{1}{w_s^2} \left(\frac{1}{2\mu \cdot \hbar \cdot w_s} \right) \left| \sum_{j,n,\alpha} K_{j,n}^\alpha(t) V_j^\alpha(s) \right|^2 = \\ &= \frac{1}{w_s^2} \left(\frac{1}{2\mu \cdot \hbar \cdot w_s} \right) \left| \sum_n F_n(t,s) \delta_{j,\alpha} \right|^2 \end{aligned} \quad (7)$$

donde: $F_n(t,s)$ - fuerza de deformación elástica;
 $\delta_{j,\alpha}$ - símbolo de Kronecker.

Incluyendo el Hamiltoniano de desviación de los electrones producido por la distribución de átomos en el cristal, que se puede representar como:

$$\hat{H}_0 = \frac{2\pi \cdot \hbar^2}{m} \sum_{j,n} a_{j,n} \delta(\vec{r} - \vec{R}_{j,n}) \quad (8)$$

donde: $a_{j,n}$ - longitud de desviación de Fermi;
 m - masa del electrón.

Antes de proceder a escribir el Hamiltoniano completo de interacción para el cristal, analicemos la siguiente acción:

$$\vec{k} \vec{R}_{j,n} = \vec{k} \vec{R}_{j,n}^0 + \sum_s (\Lambda_{s,j} a_s^- + \Lambda_{s,j}^* a_s^+) \quad (9)$$

$$\text{donde: } \Lambda_{s,j} = \sum \left(\frac{\hbar}{2\mu^N w_s} \right)^{1/2} V_j^\alpha(s) A^\alpha \exp(i\vec{q}\vec{n});$$

μ^N - masa efectiva del cristal; a la vez que:
 $\Lambda_{s,j} = \Lambda_{s,j}^*$; $A^\alpha = (1/m^2)$ - parámetro de deformación de una cara de la celda unitaria, sobre la cual incide la onda electromagnética, u onda electrónica.

Debido a la anterior razón, debe existir un término que determine la presión ejercida por la onda electrónica al incidir sobre el cristal, este término resulta de la siguiente operación:

$$\begin{aligned} \Lambda_{s,j} \zeta_s^* &= \sum_{j,n,\alpha} (-1) \left(\frac{1}{2w_s^2 \mu^N} \right) |V_j^\alpha(s)|^2 A^\alpha K_{j,n}^{\alpha*}(t) \\ &= \sum_{j,n,\alpha} (-1) \left(\frac{1}{2w_s^2 \mu^N} \right) |V_j^\alpha(s)|^2 \frac{P_{j,n}^{\alpha*}(t)}{a_0} \end{aligned} \quad (10)$$

donde: a_0 - parámetro de red; $P_{j,n}^{\alpha*}(t)$ - tensor de presión de la onda electromagnética.

Ahora bien si; $V_j^\alpha(s) = V_j^\alpha \exp(i\vec{s}\vec{\rho}_j)$, la ecuación (10) incluirá un término denominado factor estructural de la red cristalográfica, cálculo realizado en [20], por eso:

$$\Lambda_{s,j} \zeta_{ss}^* = \sum_{j,n,\alpha} (-1) \left(\frac{1}{2w_s^2 \mu^{\frac{N+1}{2}}} \right) |S(s)|^2 |V_j^\alpha|^2 \frac{(2\pi \cdot \hbar)^3}{\Delta \cdot a_0} \quad (11)$$

$$No \sum_{\vec{\tau}} \delta(\vec{s} - 2\pi \cdot \vec{\tau}) P_{j,n}^{\alpha*}(t)$$

donde: Δ - volumen del cristal; No - densidad atómica en la red cristalográfica; $|S(s)|$ - factor estructural de red.

Con la ayuda de las ecuaciones asociadas a los Hamiltonianos de interacción (1), (2) y (8), podemos escribir entonces el Hamiltoniano completo de interacción y también evaluar el propagador de la función de onda de los electrones en el cristal, tomando como base las integrales de caminos de Feynman [12].

De la ecuación (9), especifiquemos la acción:

$$\Lambda_{s,j} a_s^-(t) = \sum_{\alpha} \left(\frac{\hbar}{2 \cdot \mu^N w_s} \right)^{\frac{1}{2}} V_j^\alpha(s) \quad (12)$$

$$A^\alpha \exp(i\vec{q}\vec{n}) \left[\left(\frac{\mu \cdot w_s}{2 \cdot \hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \hat{X} + i \frac{\hat{P}}{(2 \cdot \mu \cdot \hbar \cdot w_s)^{\frac{1}{2}}} \right]$$

donde: $a_s^-(t)$ - operador de creación.

Después de las anteriores especificaciones, el Hamiltoniano completo de interacción del haz con la red cristalográfica será:

$$H = H_0 + H_1 + H^7 + \left(\frac{\hat{P}}{2 \cdot m} + \hat{V}(x) \right) \quad (13)$$

donde: $\hat{V}(x)$ - potencial periódico del cristal.

Cuando el Hamiltoniano de interacción no posee la forma $(\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}(x))$, entonces el propagador o función de Green tiene una forma más general:

$$G(x, t; x_0, t_0) = N \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \vec{D}_x \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \cdot \int_{t_1}^{t_2} L(x) dt \right\} \quad (14)$$

donde: $N = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{m}{i \cdot \hbar \cdot \tau} \right)^{\frac{n}{2}}$ - factor de fluctuación de la partícula de sus trayectorias semiclásicas;

$\vec{D}_x = \prod_{j=1}^{n-1} d\vec{x}_j$; $L(x(t))$ - Lagrangiano de la partícula.

En la aproximación semiclásica:

$$\frac{i}{\hbar} \cdot \int_{t_1}^{t_2} L(x(t)) dt \approx \frac{i}{\hbar} \cdot \tau \cdot \sum_{j=0}^{n-1} (P_j \cdot \dot{q}_j - \hat{H}) \quad (15)$$

donde: P_j - j impulso y $\dot{q}_j$ - j velocidad generalizada de la j partícula.

La ecuación (14) representa en términos generales el objetivo trazado en el presente trabajo y la cual puede ser objeto de simulación utilizando un método numérico adecuado para ello.

REFERENCIAS

1. AMATUNY, Z. A. (1984): "Modelación de cascadas electromagnéticas", Ereban.
2. BODNEV B. T. y otros (1988): "Principales fórmulas matemáticas", Minsk.
3. BORYSAGLEVSKII, L.A. (1988): "Mecánica Cuántica", Minsk.
4. BUDAK B. M. (1967): "Integrales cortas y series", Moscú.
5. GRADSHTEIN, I.S. e I.M. RYIK (1971): "Tablas de integrales, sumas, series y multiplicaciones", Moscú.
6. IANKE, E.; F. EDMA y F. LIOSH (1977): "Funciones especiales", Moscú.
7. LIUK, I.L. (1980): "Funciones matemáticas especiales y sus aproximaciones", Moscú.

8. MARTINIENKO, I. B. (1971): **Física del cuerpo sólido**, 13(4,9).
9. MATBEEV, N.M. (1974): "Métodos de integración de ecuaciones diferenciales", Minsk.
10. OZUKY E., X. (1985): "Interacción de partículas cargadas con los cuerpos sólidos", Moscú.
11. SAKURAI, J.J. (1985): "Modern Quantum Mechanics", Addison Wesley P.C.
12. SWANSON, M.S. (1992): "Path Integrals and Quantum Processes". Academic Press, Inc. Boston.
13. JOSEPH, I. and RICHARD WEBB (1989): "Interferencia cuántica y efecto Bohm-Aharonov". **Scientific American**. 6, junio.
14. TONOMURA, A. (1993): "Observation of flux lines by electron holography", **IEEE transactions on magnetics**, 29(6), november.
15. AITCHISON, E.J.R; N.E MARROMATOS ANYONS (1991): **Contemporary Phy.** 32(4), 219 - 333.
16. Landau L. D. *et al.* (1988): **Teoría de campos**, 2, Moscú.
17. _____ (1989): **Mecánica cuántica**, 3, Moscú.
18. CARPENTER, C.J. (1991): "Electromagnetic energy changes due to charges moving through, or zero, magnetic field". **IEE Proceedings - A**, 138(1), January.
19. PRESS, W.H., S.A. TEUKOLSKY y otros (1992): "Numerical recipes in fortran the art of Scientific Computing". University Press, Cambridge.
20. RODRÍGUEZ P., OMAR (1995): Notas del curso de mecánica cuántica avanzada realizado en la Universidad Nacional de Colombia.

BASES TEORICAS PARA LA DESCRIPCION DE OSCILACIONES Y ONDAS EN UN FLUIDO VISCOSO, ROTATORIO Y COMPRESIBLE

José Marín Antuña, Arezky Hernández Rodríguez y Oscar Sotolongo Costa,
Dpto. de Física Teórica, Facultad de Física, Universidad de La Habana

RESUMEN

En el presente trabajo se continúan las investigaciones relacionadas con la propagación de ondas en diferentes tipos de fluidos compresibles. Nuestros estudios anteriores nos han permitido establecer las características físicas fundamentales de la excitación y la propagación de ondas lineales en fluidos ideales rotatorios compresibles, así como en fluidos viscosos compresibles. En este artículo se efectúa una generalización de los estudios anteriores y se obtiene una ecuación para describir las oscilaciones lineales en un fluido viscoso, rotatorio y compresible. Es realizado un análisis detallado de las consideraciones físicas para la obtención de la ecuación. Las ecuaciones reportadas en trabajos anteriores son obtenidas como caso particular de la ecuación del presente trabajo.

ABSTRACT

In this paper we continue the research about the propagation of waves in different kinds of compressible fluids. Our previous study has permitted to establish the basic physic characteristics of the generation and propagation of linear waves in ideal rotating compressible fluids and also in viscous compressible fluids. In this paper we realize a generalization of the previous study and obtain an equation which describes the linear oscillations in a viscous, rotating and compressible fluid. A detail analysis of the physical considerations to obtain this equation is done. The reported in previous works equations are obtained as a particular case of the present equation.

1. INTRODUCCION

Durante los últimos años en relación con las necesidades de un desarrollo teórico que permita desentrañar las principales características físicas de la propagación de ondas en diferentes tipos de fluidos compresibles hemos venido trabajando en el estudio teórico de la excitación y propagación de ondas en fluidos ideales rotatorios compresibles [1-4] por una parte y en fluidos viscosos compresibles por otra [5-8]. Estos estudios son de interés, no solo desde el punto de vista físico-matemático por las características específicas de las ecuaciones que describen estos procesos, sino también desde el punto de vista de las posibles aplicaciones prácticas en diferentes ramas tales como la Meteorología y el empleo de diversos equipos que trabajan con fluidos viscosos, rotatorios y compresibles.

2. CONSIDERACIONES PREVIAS

Supongamos que tenemos un fluido viscoso, homogéneo y compresible que ocupa todo el espacio $\mathbb{R}^3$. Consideremos que el fluido gira con velocidad angular $\alpha/2$ alrededor de un eje y referiremos el estudio de los procesos en este fluido

a un sistema de coordenadas cartesianas (x_1, x_2, x_3) que gira junto con el fluido de forma tal que el eje Ox_3 coincida con el eje de rotación. El sistema de ecuaciones de la Hidrodinámica que describe los movimientos en el fluido son:

- La ecuación de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \frac{1}{\rho} \nabla p = \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{\rho} \left[\xi + \frac{\eta}{3} \right] \nabla (\nabla \cdot \vec{v}) + \vec{f} \quad (1)$$

donde $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ es la velocidad de las partículas del fluido, p su presión, ρ su densidad, η el coeficiente de viscosidad newtoniana, ξ la segunda viscosidad y $\vec{f}$ las fuerzas externas por unidad de masa que actúan sobre el fluido. Consideremos que el fluido es tal que η y ξ son constantes.

- La ecuación de continuidad:

$$\frac{dp}{dt} + \rho \vec{v} \cdot \nabla = 0 \quad (2)$$

- La ecuación de estado termodinámico:

$$p = F(\rho, s) \quad (3)$$

donde s es la entropía de la partícula de fluido.

Consideraremos que los procesos que estudiamos no alteran la entropía de la partícula en el fluido, es decir, supondremos que la velocidad de la onda es lo suficientemente grande como para que pueda considerarse un proceso isoentrópico. Entonces, denotemos por

$$c^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial \rho} \right)_s \quad (4)$$

cuyo sentido físico es el cuadrado de la velocidad del sonido en el fluido y es una función dada de p y de ρ .

Tomando la derivada de (3) con respecto al tiempo, tendremos

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})F = \left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_s \frac{\partial p}{\partial t} + ((\vec{v} \cdot \vec{\nabla})p) \left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_s = \quad (5)$$

$$c^2 \left[\frac{\partial p}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})p \right] = c^2 \frac{\partial p}{\partial t} \quad ,$$

Teniendo en cuenta (5), la ecuación (2) puede escribirse como:

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dt} + \rho \vec{v} \cdot \vec{v} = 0 \quad (6)$$

Es conveniente destacar que la ecuación (1) es no lineal, por lo que la teoría exacta de los procesos en el fluido es una teoría no lineal. Sin embargo, en el presente trabajo nos limitaremos al estudio de los fenómenos lineales de pequeñas variaciones de la presión y de las componentes de las velocidades de las partículas del fluido. Así, supongamos que v_0 es la amplitud de la velocidad de las partículas del fluido, ω su frecuencia y k el número de onda; entonces tendremos que el término esencialmente no lineal en (1) es $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} \sim kv_0^2$, en tanto que el término $\partial \vec{v} / \partial t \sim \omega v_0$. La relación entre estas magnitudes es:

$$\varepsilon = \frac{(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}}{\partial \vec{v} / \partial t} = \frac{kv_0^2}{\omega v_0} = \frac{v_0}{c_f}$$

donde c_f es la velocidad de fase de la onda. ε se denomina parámetro de no linealidad. Exigiremos que $\varepsilon \ll 1$, lo que equivale a decir que la velocidad de las partículas del fluido en la onda es mucho menor que la velocidad de fase de la onda. Esta consideración no entra en contradicción con la

consideración de que el proceso sea isoentrópico y de esta forma el sistema que describe los movimientos del fluido adopta la forma:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p = \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{\rho} \left[\xi + \frac{\eta}{3} \right] \vec{\nabla} (\vec{v} \cdot \vec{v}) + \vec{f} \quad (7)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dt} + \rho \vec{v} \cdot \vec{v} = 0 \quad (8)$$

Consideremos las perturbaciones de la presión y de la densidad pequeñas con respecto a una posición de equilibrio: $p = p_0 + p'$, $\rho = \rho_0 + \rho'$, con $p' \ll p_0$, $\rho' \ll \rho_0$. Entonces, tomando solo la parte lineal de las expresiones para la densidad y la presión (la que en lo adelante escribiremos sin la prima para simplificar las expresiones), se obtiene:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} p = \frac{\eta}{\rho_0} \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{\rho_0} \left[\xi + \frac{\eta}{3} \right] \vec{\nabla} (\vec{v} \cdot \vec{v}) + \vec{f} \quad (9)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dt} + \rho_0 \vec{v} \cdot \vec{v} = 0 \quad (10)$$

Por otra parte en la ecuación (9) la fuerza $\vec{f}$ está compuesta por dos sumandos, $\vec{f}_1$ y $\vec{f}_2$. Por $\vec{f}_1$ entenderemos la fuerza de Coriolis y por $\vec{f}_2$, la fuerza centrífuga, que aparecen como consecuencia de la rotación del fluido en el sistema de referencia elegido.

$$\vec{f}_1 = -\vec{\alpha} \times \vec{v}; \quad \vec{f}_2 = -\frac{1}{8} \vec{\nabla} (\vec{\alpha} \times \vec{r})^2$$

donde $\vec{r} = (x_1, x_2, 0)$, $(\vec{\alpha} \times \vec{r})^2 = \alpha^2 r^2$. Por consiguiente, la ecuación Navier-Stokes ya linealizada adopta la expresión:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\alpha} \times \vec{v} + \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} \left[p + \frac{\rho_0}{8} (\vec{\alpha} \times \vec{r})^2 \right] = \frac{\eta}{\rho_0} \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{\rho_0} \left[\xi + \frac{\eta}{3} \right] \vec{\nabla} (\vec{v} \cdot \vec{v}) \quad (11)$$

Redefinimos la presión dinámica efectiva como $p_e = p + (\rho_0/8) \alpha^2 r^2$. Entonces, bajo la suposición de propagación isoentrópica de las perturbaciones de la presión:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \frac{1}{c^2} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{c^2} \frac{dp_e}{dt} - \frac{\rho_0 \alpha^2 2r}{8 c^2} \frac{dr}{dt} = \\ \frac{1}{c^2} \frac{dp_e}{dt} - \frac{\rho_0}{4} \alpha^2 r \frac{v}{c^2} &\approx \frac{1}{c^2} \frac{dp_e}{dt} \end{aligned}$$

bajo el supuesto de que $v \ll c^2$ y siempre que las distancias r al eje de rotación no sean demasiado grandes. Entonces el sistema quedará:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{\alpha} \times \vec{v} + \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} p = \frac{\eta}{\rho_0} \vec{\nabla}^2 \vec{v} + \frac{1}{\rho_0} \left[\xi + \frac{\eta}{3} \right] \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \quad (12)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dt} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (13)$$

donde hemos denotado por p simplemente la presión dinámica p_e . El sistema (12)–(13) es nuestro sistema fundamental de ecuaciones linealizadas para describir las pequeñas variaciones de la presión dinámica en el fluido viscoso, rotatorio y compresible y será el sistema de ecuaciones de partida para nuestro estudio posterior.

3. ECUACION DIFERENCIAL

Como se sabe, existen dos enfoques fundamentales para el estudio de los procesos en los fluidos. Uno se basa en el trabajo directo con las ecuaciones de Navier-Stokes y de continuidad encontradas, lo que generalmente entraña dificultades de cálculo grandes y el otro que consiste en reducir el sistema a una ecuación diferencial de orden superior. El segundo método ha sido el empleado en nuestros trabajos anteriores reportados en la bibliografía del presente trabajo y es el que utilizaremos en el presente estudio.

Sustituyendo la divergencia de $\vec{v}$ dada por (13) en (12), se obtiene:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{\alpha} \times \vec{v} + \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} p = \frac{\eta}{\rho_0} \vec{\nabla}^2 \vec{v} - \frac{1}{\rho_0 c^2} \left[\xi + \frac{\eta}{3} \right] \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} p \quad (14)$$

Aplicamos a (14) el operador divergencia. Entonces obtenemos después de sustituir de nuevo la divergencia de $\vec{v}$ dada por (13):

$$\frac{1}{\rho_2 c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial p}{\partial t} - M \nabla^2 p \right] - \frac{1}{\rho_0} \nabla^2 p + \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{v} = 0 \quad (15)$$

donde hemos tenido en cuenta que, por el sistema de referencia empleado $\vec{\alpha} = (0, 0, \alpha)$, por lo que $\vec{\nabla} \times \vec{\alpha} = 0$ y por lo tanto, $\vec{\nabla} \cdot \vec{\alpha} \times \vec{v} = -\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{v}$. Derivemos (15) respecto a t . Entonces queda, finalmente:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + M \nabla^2 \frac{\partial}{\partial t} + c^2 \nabla^2 \right] \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{v}) = 0 \quad (16)$$

La ecuación (16) será para nosotros la ecuación diferencial fundamental para el vector de velocidades de las partículas del fluido viscoso, rotatorio y compresible. Como se aprecia, (16) es una ecuación diferencial no clásica de cuarto orden para $\vec{v}$ que describe las pequeñas oscilaciones en nuestro fluido. Esta ecuación contiene solo a la velocidad como incógnita, pero sus componentes se encuentran entremezcladas, lo que habla sobre la complejidad del aparato matemático para describir este tipo de fenómenos.

4. ANALISIS DE LOS CASOS PARTICULARES DE LA ECUACION FUNDAMENTAL: FLUIDOS IDEALES ROTATORIOS Y FLUIDOS VISCOSOS NO ROTATORIOS

a) Caso viscoso

Supongamos en (16) que el fluido no rota es decir, $\alpha = 0$. Entonces el segundo sumando se anula y queda:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + M \nabla^2 \frac{\partial}{\partial t} + c^2 \nabla^2 \right] \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (17)$$

Por ser operadores lineales los aplicados, de (17) se obtiene, finalmente:

$$L[u] = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + M \nabla^2 \frac{\partial u}{\partial t} + c^2 \nabla^2 \vec{\nabla} u = 0 \quad (18)$$

No es difícil demostrar que (18) es satisfecha por cada una de las componentes de la velocidad $\vec{v}$. La ecuación (18) se escribe de forma equivalente como sigue:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial t} - M \nabla^2 u \right] - \nabla^2 u = 0 \quad (19)$$

que es la ecuación diferencial fundamental del fluido viscoso no rotatorio reportada en [5], cuya ley de dispersión es:

$$k = \frac{\omega}{\sqrt{2} \sqrt{c^4 + \omega^2 M^2}} \left\{ \sqrt{c^4 + \omega^2 M^2} + c^2 + i \sqrt{c^4 + \omega^2 M^2 - c^2} \right\} \quad (20)$$

donde $\vec{v} = \vec{v}_0 \exp \{ i(\vec{k} \cdot \vec{x} + \omega t) \}$ con $\vec{k} = (k_1, k_2, k_3)$ y $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$.

b) Caso rotatorio

Para este caso consideremos movimientos bidimensionales, tales que $(\partial/\partial x_2)\vec{v} = 0$. Entonces, tomando en (16) el fluido ideal: $M = 0$, obtenemos:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + c^2 \nabla_2^2 \right] \vec{v}_2 \cdot \vec{v} + \alpha \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1 \partial t} = 0 \quad (21)$$

donde

$$\vec{v}_2 \cdot \vec{v} \equiv \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3}$$

Consideremos, ahora, las ecuaciones del fluido ideal rotatorio:

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + \alpha v_2 + \frac{\partial p}{\partial x_1} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + \alpha v_1 = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial v_3}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_3} = 0 \quad (24)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{v}_2 \cdot \vec{v} = 0 \quad (25)$$

donde hemos supuesto que $\rho_0 = 1$ para simplificar las expresiones. Sustituyendo la divergencia de $\vec{v}$ de (25) y $(\partial v_2/\partial t)$ de (23) en (21), obtenemos:

$$\frac{1}{c^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + c^2 \nabla_2^2 \right] \frac{\partial p}{\partial t} + \alpha^2 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} = 0 \quad (26)$$

De (25):

$$\frac{\partial v_1}{\partial x_1} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \quad (27)$$

Sustituyendo (27) en (26), obtenemos:

$$\frac{1}{c^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + c^2 \nabla_2^2 \right] \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\alpha^2}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} - \alpha^2 \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0 \quad (28)$$

Derivando (24) respecto a x_3 y (28) respecto a t y sustituyendo la primera en la segunda se obtiene fácilmente, tras agrupar convenientemente:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla_2^2 p + \frac{\alpha^2}{c^2} p \right] - \alpha^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x_3^2} = 0 \quad (29)$$

que es la ecuación fundamental de las ondas bidimensionales en el fluido ideal rotatorio estudiada en [1] y cuya ley de dispersión es:

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\alpha^2 - \omega^2}{\alpha^2 \cos^2 \theta - \omega^2}} \quad (30)$$

donde $p = p_0 \{i(\vec{k} \cdot \vec{x} + \omega t)\}$ con $\vec{k} = (k_1, k_2, k_3)$ y $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$.

4. CONCLUSIONES

Como hemos podido apreciar, la ecuación (16) de las pequeñas oscilaciones en un fluido viscoso rotatorio y compresible reproduce como casos particulares los de los fluidos viscosos no rotatorios por un lado, y los de los fluidos ideales rotatorios por el otro y los contiene a ambos como casos particulares.

REFERENCIAS

- MARIN ANTUÑA, J. (1984): "Sobre una ecuación para ondas bidimensionales en un líquido giratorio y compresible". *Revista Cubana de Física*, IV(3).
- _____ y S.A. GABOV (1985): "Sobre un problema no estacionario de la difracción de ondas en un líquido giratorio y compresible", *Vestnik Moskov. Univers. Seria 3, Fizika-Astronomia*, Universidad de Moscú, 26(3), (en ruso).
- _____ (1989): "Sobre un problema de ondas estacionarias en un fluido giratorio y compresible", *Revista Cubana de Física*, IX(3).
- _____ (1989): "Difracción del paquete de Bessel en un líquido giratorio y compresible", *Revista Cubana de Física*, X(1).

5. MARIN ANTUÑA, J. y O. COSTA SOTOLONGO (1991): "Sobre una ecuación para oscilaciones pequeñas en un fluido viscoso y compresible", **Revista Cubana de Física**, XI(1).
6. _____ (1991): "Ondas en medios viscosos compresibles", **Revista Cubana de Física** XI(2-3).
7. _____ (1992): "Solución fundamental y Función de Green para la ecuación de las oscilaciones pequeñas en un fluido viscoso compresible", **Revista Cubana de Física**, XII(1).
8. MARIN ANTUÑA, J. (1992): "Oscilaciones no estacionarias de un fluido viscoso compresible para una excitación periódica espacial", **Revista Cubana de Física**, XII(1).

METODO PARA DETERMINAR EL CONTENIDO DE POTASIO EN EL ORGANISMO Y EVALUACION DE LA DOSIS INTERNA QUE RECIBE LA POBLACION CUBANA POR EL APOORTE DEL ^{40}K

G.M. López Bejerano, J.O. Arado López, J. Tomas Zerquera y N. Acosta Rodríguez,
Centro de Protección e Higiene de las Radiaciones, Cuba

RESUMEN

El ^{40}K es la principal fuente natural presente en el organismo que influye en la dosis efectiva anual que recibe la población. Con el objetivo de evaluar el aporte de esta componente a las dosis recibidas por la población cubana, se desarrolló un método para determinar el contenido de potasio presente en el organismo y se evaluó la dosis debida a la incorporación de ^{40}K como función de la edad y el sexo en una muestra representativa constituida por 289 personas, agrupadas en rango de edades de 5 años, comprendidos entre 3 y 77 años. Las mediciones se realizaron en el Contador de Cuerpo Entero (CCE) del Centro de Protección e Higiene de las Radiaciones (CPHR), que fue calibrado para la determinación de ^{40}K en el organismo por método directo, utilizando un juego de simuladores representativo del Hombre de Referencia, 15, 10 y 5 años de edad, cada uno con el contenido de potasio reportado para estas edades por el ICRP. Para la estimación de las dosis se asumió una distribución uniforme de potasio en todo el cuerpo y se utilizó la metodología recomendada por la ICRP, usando los valores de la fracción de energía absorbida reportados por Cristì, M. and Eckerman, K.F. para grupos de edades y los calculados por interpolación lineal basado en el recíproco de las masas totales y los valores obtenidos para una función de ajuste, en estos dos últimos casos se tuvo en cuenta el peso corporal de la persona estudiada. Las determinaciones realizadas en una muestra representativa de la población cubana permitió conocer el contenido de potasio en ella en el sexo femenino y masculino. Se obtuvieron además los coeficientes de ajuste para la función dosis-edad para cada sexo. Los resultados obtenidos concuerdan con los reportados por otros autores.

ABSTRACT

^{40}K is a principal natural source inside the body of the annual dose received by the population. With the purpose of evaluating the weight of this component in the whole dose, a method was developed in order to determine how much potassium is contained inside the body. Dose received of ^{40}K as a function of age and sex in a representative sample of 289 people, grouped on 5 years intervals, between 3 and 77 years. Measurements were done in the Hole Body Counter at the Centro de Protección e Higiene de las Radiaciones. This counter was calibrated to determine ^{40}K inside the body by a direct method, employing a simulators game representing a Reference Man, 15, 10 and 5 years old, each one with the potassium quantity reported by ICRP. In order to estimate the doses a uniform potassium distribution in all the body was assumed. Recommended methodology by ICRP was used, employing the values of fractional absorbed energy reported by Cristì, M. and Eckerman, K.F. for different groups of ages and the calculated by linear interpolation based on the inverse of the whole masses and the values obtained for and adjustment function. In this two last cases each person weight was taken in account. Determinations made with a representative sample of cuban population allowed the knowledge of potassium inside the bodies of different sex. Coefficients for the function dose-age for each sex were obtained. Results matched the reports made by other authors.

INTRODUCCION

El potasio natural es una mezcla de tres isótopos ^{39}K , ^{40}K y ^{41}K con una abundancia isotópica de 93.08, 0.0118 y 6.91 % respectivamente. Este elemento se encuentra presente en el organismo humano siendo fundamentalmente intracelular, por lo que su determinación puede dar una cantidad estimada de la masa celular; así como es de interés

para la dosimetría pues es la principal fuente natural que influye en la dosis interna que recibe la población. Las primeras determinaciones del potasio corporal, a través de la medición del radionúclido ^{40}K fueron reportados por Sievet, Burch y Spiers, en 1953 Reines y otros autores realizaron estas mediciones en un contador corporal con un detector de centelleo líquido y en 1956 Miller y Marinelli emplearon el detector de Ioduro de Sodio, el cual ha

sido más ampliamente utilizado. Los niveles de potasio en personas normales y su dependencia con la edad y el sexo han sido registrados y estudiados en varios países [1, 2, 3].

El objetivo de este estudio es la estimación de la dosis efectiva anual por contaminación interna que recibe la población cubana debido al ^{40}K presente en el organismo.

En el presente trabajo presentamos los resultados obtenidos en la determinación del potasio ^{40}K por el método directo realizado en las instalaciones del Contador de Cuerpo Entero del Centro de Protección e Higiene de las Radiaciones, en una muestra seleccionada representativa de la población cubana teniendo en cuenta el sexo y agrupada por rango de edades de 5 años, así como la dosis efectiva anual que recibe esta población producto de la presencia de este radionúclido en el organismo humano.

MATERIALES Y METODOS

Para la realización del estudio se partió en la selección de una muestra representativa de la población cubana, tomando como dato de partida el censo de población realizado en el año 1994 [4]. El análisis se realizó por sexo y conformando estratos teniendo en cuenta la edad que incluye un rango de 5 años desde 0 hasta mayores de 60 años y teniendo en cuenta las mediciones de ^{40}K efectuada en un determinado número de personas para cada grupo etario y por sexos que comprendió como promedio 3 personas. La cantidad de personas por estratos se determina prefijando el margen de error que puede ser tolerado para los conteos obtenidos durante la medición de ^{40}K en la región de interés de este radionúclido, calculando la varianza para cada caso y asumiendo que los conteos individuales no varían en más de 3. Se usó una construcción proporcional [5]. El valor óptimo de la muestra a medir para cada sexo fue calculado por la fórmula:

$$n = \frac{Z^2 1 - \alpha / 2 \sum_{h=1}^L \omega_h S_h^2 / d^2}{1 + Z^2 1 - \alpha / 2 \sum_{h=1}^L \omega_h S_h^2 / d^2 N}$$

donde:

N_h – número total de personas en el estrato

N – número total de personas en la población

S_h^2 – varianza del estrato (definida de mediciones previas)

d – margen de error que puede ser tolerado

α – probabilidad de exceder el error prefijado.
Se eligió $\alpha = 0.05$

para: $\alpha = 0.05$, $Z_{1-\alpha/2} = 1.96$.

Los resultados de los cálculos por estratos y la cantidad de personas medidas se reflejan en la Tabla 1.

Tabla 1. Número de personas a medir y medidas por estratos y sexos

Estrato años	Sexo femenino		Sexo masculino	
	Muestra calculada	Muestra medida	Muestra calculada	Muestra medida
0 - 4	3	6	4	5
5 - 9	4	12	5	7
10 - 14	3	10	4	10
15 - 19	3	5	4	9
20 - 24	4	14	6	11
25 - 29	5	11	6	15
30 - 34	4	10	5	19
35 - 39	3	4	4	5
40 - 44	3	4	4	4
45 - 49	3	3	3	1
50 - 54	2	2	3	6
55 - 59	2	5	2	4
60 - 64	2	1	2	1
> 65 años	4	1	2	3
Total	45	88	57	101

A la muestra estudiada se le aplicó una encuesta en la que se recogen datos específicos y generales que permiten su clasificación según los valores cubanos de peso para la talla [6] y conocer en ella la presencia de enfermedades que influyen en el contenido de potasio en las personas.

La determinación del contenido de potasio corporal se realizó por el método directo, en el cual este se evalúa por la medición de la velocidad de conteos de la radiación gamma emitida por el potasio ^{40}K presente en el organismo y por la conversión de esta a gramos de potasio natural, utilizando el factor de calibración obtenido mediante la medición de simuladores que contienen una cantidad conocida de potasio natural. La cantidad de potasio natural añadida en cada simulador fue la recomendada por la ICRP en su publicación 23 [7].

Las mediciones fueron realizadas en las instalaciones del Contador de Cuerpo Entero del

Centro de Protección e Higiene de las radiaciones [8]. Para la calibración del sistema de medición se utilizó un juego de simuladores con una estructura basada en el simulador BOMAB, que se aproxima a la distribución física del cuerpo humano para diferentes edades (5, 10, 15 y personas adultas). Los simuladores fueron llenados con bolsas plásticas que contienen la solución de referencia simulando una distribución uniforme en el organismo. En la Tabla 2 se resumen las características de los simuladores empleados en la calibración. Se realizó un ajuste lineal del factor de calibración en dependencia de la relación (Peso/Talla)¹² de los simuladores. Para la medición del fondo se emplearon simuladores similares, pero rellenos de sacos plásticos con agua. Se calculó el tiempo óptimo de medición que resultó igual a 30 min.

Tabla 2. Características de los simuladores empleados en la calibración

SIMULADOR	PESO (KG)	TALLA (CM)	CONTENIDO DE K(G)	ACTIVIDAD (BQ)	EFICIENCIA (CPS/BQ)
5 años	20	120	34.25	1063.52	2.44E-03
10 años	34	156	62.45	1939.36	2.18E-03
15 años	53.4	178	103.75	3221.84	2.03E-03
Adulto (Hombre de referencia)	66.12	179	132.97	4128.96	1.75E-03

Para chequear la reproducibilidad de las mediciones se midió el simulador del Hombre de referencia conteniendo ⁴⁰K varias veces. El coeficiente de variación fue de 2 %. La precisión fue calculada por la fórmula:

$$S(\%) = \frac{100 * \left(\frac{\sum_{i=1}^N (A_i - M)^2}{N - 1} \right)^{\frac{1}{2}}}{M}$$

donde:

M – valor medio de las mediciones

N – número de mediciones

A_i – valor de cada medición

El valor calculado de la precisión fue de 1.34 %.

Para la estimación de las dosis se asumió una distribución uniforme de potasio en todo el cuerpo y

un modelo de incorporación crónica. Se usó la metodología propuesta por la ICRP (30, 56, 67) [9, 01, 11], utilizándose tres variantes para el cálculo de la fracción de energía absorbida. Primeramente se emplearon los coeficientes reportados por Cristy, M. and Eckerman, K.F. para rangos de edades [12]. Como segunda variante estos valores fueron calculados usando la interpolación lineal del recíproco de las masas totales para el grupo de edades y el de las personas estudiadas y como tercera variante se ajustaron los valores reportados en esta publicación, a una función exponencial doble dependiente del peso de la persona estudiada.

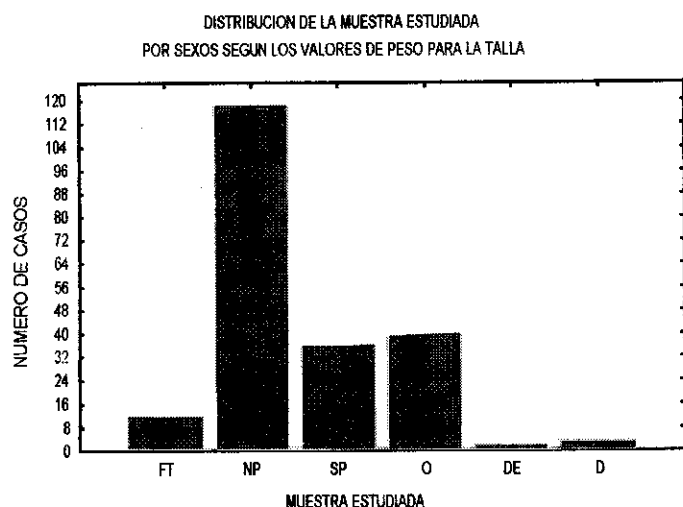
Se confeccionó la base de datos POTASIO la que permite realizar los cálculos de las magnitudes determinadas en el estudio. POTASIO se encuentra dividida en módulos que garantizan una adecuada interacción con el usuario y la organización y procesamiento de la información obtenida durante la encuesta y en las mediciones de ⁴⁰K. Es un sistema de fácil explotación sin necesidad de un conocimiento especializado, ya que posee una ayuda incluida para cada una de las opciones que se activa al teclear F1 en cualquier lugar del sistema.

RESULTADOS Y DISCUSION

El análisis de los datos recogidos en la encuesta aplicada a un total de 189 personas, de ellas 88 corresponden al sexo femenino y 101 al sexo masculino, permite concluir que la muestra estudiada puede ser considerada sana y que su distribución, teniendo en cuenta los valores de peso para la talla como se observa en la Figura 1, es similar al reportado para la población cubana.

Tabla. Distribución de la muestra estudiada por enfermedades que influyen en el contenido de potasio en el organismo.

ENFERMEDADES	No. MUESTRAS
Sano	154
Obesidad	3
Hipertensión	15
Afecciones cardiovasculares	6
Afecciones tiroideas	5
Afecciones renales	7
Afecciones musculares	4



Leyenda:

FT: Fuera de talla
NP: Normo peso
SP: Sobrepeso
O: Obeso
DE: Delgado
D: Desnutrido

Figura 1.
Distribución
de la muestra estudiada según
los valores
de peso para la talla

Se determinó el contenido y el contenido específico de potasio en dependencia del sexo. Los valores obtenidos fueron promediados y ajustados para cada grupo de edades estudiado. En las Figuras 2 y 3 se presentan los resultados obtenidos para el contenido de potasio en función de la edad para el sexo masculino y el sexo femenino respectivamente, los que concuerdan con resultados de estudios similares realizados por otros autores [1,3].

Las ecuaciones de ajuste obtenidas para el contenido y el contenido específico de potasio en dependencia de la edad son dadas:

Contenido de potasio:

Sexo masculino

$$K(g) = -6.83 + 10.0 (\text{edad}) - 0.19 (\text{edad})^2 + 3.62 \times 10^{-4} (\text{edad})^3 + 1.12 \times 10^{-5} (\text{edad})^4$$

Sexo femenino

$$K(g) = 15.61 + 5.81 (\text{edad}) - 0.14 (\text{edad})^2 + 1.1 \times 10^{-3} (\text{edad})^3$$

Contenido específico de potasio:

Sexo masculino

$$K(g)/Kg = 2.15 - 0.03 (\text{edad}) + 0.002 (\text{edad})^2 - 4.03 \times 10^{-5} (\text{edad})^3 + 2.52 \times 10^{-7} (\text{edad})^4$$

Sexo femenino

$$K(g)/Kg = 2.44 - 0.11 (\text{edad}) + 0.005 (\text{edad})^2 - 8.87 \times 10^{-5} (\text{edad})^3 + 2.52 \times 10^{-7} (\text{edad})^4$$

Se estudió la relación de los valores del contenido de potasio con la relación $(P/T)^{1/2}$ (este parámetro es considerado un índice de la constitución corporal), observando que el contenido de potasio aumenta con este índice, pero es ligeramente dependiente del sexo, lo que está en concordancia con los resultados obtenidos en [2]. Las ecuaciones de ajuste obtenidas fueron:

Sexo masculino:

$$K(g) = -1.22.88 + 4417.25 (P/T)^{1/2}$$

Sexo femenino:

$$K(g) = -62.69 + 2246.03 (P/T)^{1/2}$$

Partiendo de los valores medidos de la actividad de ^{40}K , fue calculada la dosis efectiva debida a la incorporación de este radionúclido para la población cubana, empleando tres variantes en el cálculo de los valores de la fracción de energía absorbida. Primeramente se emplearon los coeficientes reportados por Cristy, M. and Eckerman, K.F. para rangos de edades. Como segunda variante estos valores fueron calculados usando la interpolación lineal del recíproco de las masas totales para el grupo de edades y el de las personas estudiadas y como tercera variante se ajustaron los valores reportados en esta publicación a una función exponencial doble dependiente del peso de la persona estudiada, dicha función es:

$$\phi\gamma(P) = 1.4249 \times 10^{-2} \times \exp(-1.7718 \times 10^{-2} \times (P(Kg))) + 5.5479 \times 10^{-2} \times \exp(-1.9530 \times 10^{-1} \times (P(Kg)))$$

donde: $\phi\gamma(P)$: es la fracción de energía absorbida en dependencia del peso corporal.

$P(Kg)$: es el peso corporal en Kg .

Los valores de las dosis efectivas estimadas por las variantes 2 y 3 fueron similares. Se determinó la relación entre la dosis efectiva y la edad de las personas estudiadas, presentando la variante 2 mejor coeficiente de regresión, por lo que los valores reportados en este trabajo corresponden a esta variante.

Las dosis efectivas estimadas para la población cubana oscila entre 140.0 y 177.6 μSv para el sexo femenino. Se pudo apreciar que para el rango de edades comprendidos entre 0 y 14 años esta decrece en función de la edad, a partir de los 15 años el comportamiento es también decreciente, pero en menos proporción.

Las funciones de ajuste en cada rango de edades y para cada sexo están dadas por las expresiones siguientes:

Personas correspondientes entre los 0 y 14 años:

Sexo masculino:

$$H_E(\text{Sv}) = 1.88 \times 10^{-4} - 3.24 \times 10^{-6} (\text{edad})$$

Sexo femenino:

$$H_E(\text{Sv}) = 1.86 \times 10^{-4} - 4.21 \times 10^{-6} (\text{edad})$$

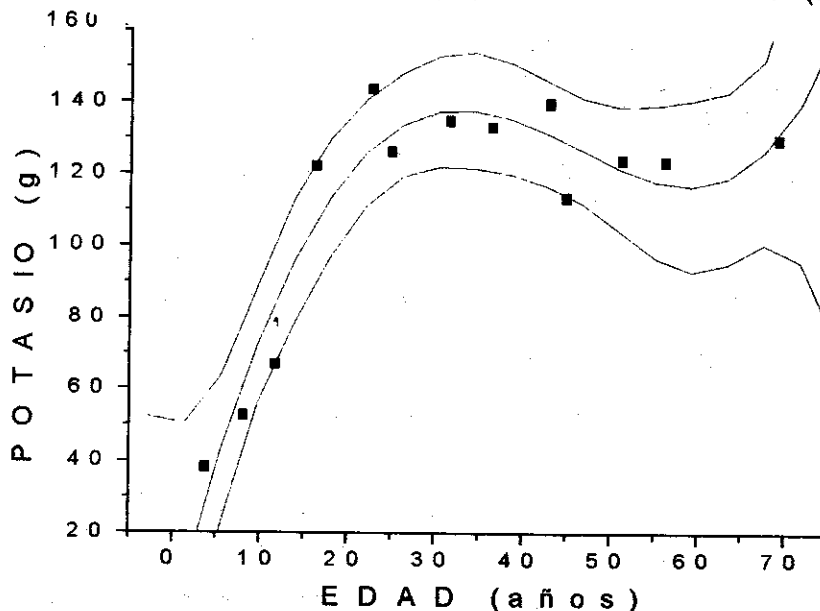


Figura 2. Contenido de potasio en dependencia de la edad, para el sexo masculino.

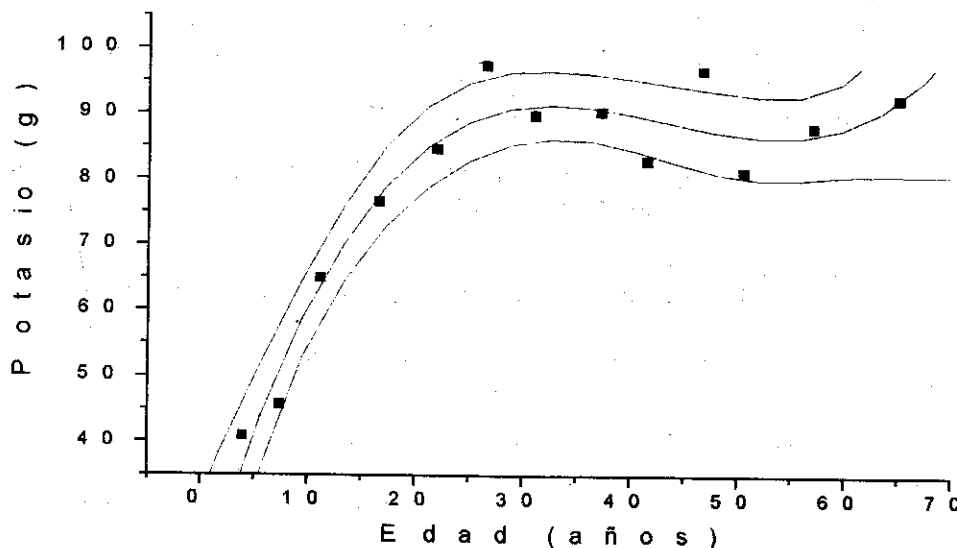


Figura 3. Contenido de potasio en dependencia de la edad, para el sexo femenino.

Personas mayores de 15 años:

Sexo masculino:

Sexo femenino:

$$H_E(\text{Sv}) = 3.59 \times 10^{-6} + 1.05 \times 10^{-5}(\text{edad}) - 3.9 \times 10^{-7}(\text{edad})^2 + 5.81 \times 10^{-9}(\text{edad})^3 - 3.11 \times 10^{-11}(\text{edad})^4$$

$$H_E(\text{Sv}) = 6.81 \times 10^{-6} + 2.11 \times 10^{-5}(\text{edad}) - 9.06 \times 10^{-7}(\text{edad})^2 + 1.57 \times 10^{-9}(\text{edad})^3 - 9.52 \times 10^{-11}(\text{edad})^4$$

Las dosis estimadas de ^{40}K para la población cubana están comprendidas entre los 111.9 y 177.6 μSv lo que concuerda con el valor de dosis de 180 μSv reportado por el UNSCEAR [13].

REFERENCIAS

- [1] ANDRASI, A. and E. BELEZNAY ((1979): "Natural Potassium Content and Internal Radiation Burden of the Hungarian Adult Population from K-40", **Health Physics** 37 (october), 591-592. Pergamon Press Ltd., Printed in U.S.A.
- [2] NAVESTEN, Y. and V. LENGGER (1983): "Total body potassium using a Whole-Body Counter", *Acta radiologica Oncology* 22 Fasc. 2, 167-175.
- [3] ABDEL-WAHAB, M.S. *et al* (1992): "A Simple Calibration of a Whole-Body Counter for the Measurement of Total Body Potassium in Humans", **Appl. Radiat.** 4(10), 1285-1289.
- [4] Publicación 24 del Centro de Estudios de la Población y Desarrollo (1994). La Habana, Cuba.
- [5] GILLART, RICHARD O. "Statistical Methods for Environmental Pollution Monitoring. ISBN 0-442 -23050-8
- [6] COLECTIVO DE AUTORES. Medicina general integral. Tomo I. Editorial Pueblo y Educación. II Edición Corregida en 1987, p. 29. Tabla 4-23.
- [7] ICRP-Oublication 23. Report of the Task Group on Reference Man. Programon Press. (1975).
- [8] CRUZ SUAREZ, R.; G.M. LOPEZ BEJERANO y C.A.N. OLIVEIRA (1996): Laboratorio del Contador de Cuerpo Entero en Cuba. Características y resultados de calibración. Memorias del III Congreso sobre Seguridad Radiológica y Nuclear II, 897. Cuzco. Perú.
- [9] ICRP – Publication 30 limits for Intake of Radionuclides by Workers. Pergamon Press. 1978
- [10] ICRP – Publication 56. Age-dependent Doses to Members of the Publics from Intake of Radionuclides. Part 1. Pergamon Press, 1989.
- [11] ICRP- Publication 67. Age-dependent Doses to Members of the Publics from Intake of Radionuclides: Part 2 Ingestion Dose coefficients. Pergamon Press, 1993.
- [12] CRISTY, M. and K.E. ECKERMAN (1987): "Specific absorbed fracphotan sources". ORNL/TM-8381/V2. Oak Redge National Laboratory.
- [13] United Nations. Sources, Effects and Risks of Ionizing Radiation. United Nations Scientific Committee on Effects of Atomic Radiation, 1988. Report to General Assembly, with annexes. United Nations sales publication E.88.IX.7 United Nations, New Yor, 1988.

ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DE LOS DEFECTOS CRISTALINOS DE LOS SÓLIDOS SOBRE LA RETRODISPERSIÓN BETA

G. Capote Rodríguez, L. Calderín Hidalgo y L. F. Desdín García
Centro de Estudios Aplicados al Desarrollo Nuclear (CEADEN)

RESUMEN

La interacción de la radiación con los defectos en sólidos cristalinos continúa siendo una línea de investigación por la gran trascendencia práctica y académica de la misma. En este trabajo se presentan los resultados de una serie de experimentos llevados a cabo para estudiar la influencia que ejercen distintos tipos de defectos sobre el coeficiente de retrodispersión beta. El estudio fue llevado a cabo en muestras de cobre y aluminio y los tipos de defectos creados fueron vacancias (variando la temperatura) y dislocaciones (mediante deformación plástica). Los experimentos fueron realizados de forma tal que se obtuvo información de la interacción de la radiación beta sólo con vacancias, sólo con dislocaciones y con la combinación de ambos defectos. Los resultados demuestran que este tipo de radiación es sensible a los diferentes tipos de defectos y a su concentración.

ABSTRACT

The interaction of radiation with defects in crystal is important from the scientific and practical point of view. This investigation reports the results of different experiments carry out to study the crystal defects' influence on the beta backscattering coefficient. The study was undertaken using copper and aluminum samples and different types of defects: vacancy (changing the temperature) and dislocation (by plastic deformation). The experiment was carried out in such way that was possible to obtain information about the interaction of beta particles only with vacancy, only with dislocations and with both types of defects. The results show that this type of radiation is sensible to the different types of defects and its concentration.

INTRODUCCION

Una fracción considerable de las partículas beta que inciden sobre un material se dispersa a ángulos grandes. Este fenómeno se denomina retrodispersión beta y es usado con frecuencia para la medición del grosor de láminas finas, deposiciones y en el análisis de muestras compuestas por dos elementos [1,2].

La retrodispersión beta es comúnmente expresada como el coeficiente de retro- dispersión (R), el cual se define como la relación del número de partículas retrodispersadas (para una geometría dada) I_R entre el número de partículas incidentes sobre la superficie del material I_0 :

$$R = I_R/I_0 \quad (1)$$

El coeficiente R se incrementa con el aumento del espesor del material sobre el cual incide hasta que alcanza el valor de saturación (X_s), donde R depende en primer orden del número atómico (Z) del material sobre el cual incide la radiación beta. Esta dependencia puede ser expresada como [3]:

$$R = a Z^b \quad (2)$$

donde a y b son constantes.

Cuando el material sobre el cual inciden las partículas beta (o electrones) está compuesto por muchos elementos, la intensidad de la radiación retrodispersada se representa como una función del número atómico efectivo del material ($Z_{ef.}$). $Z_{ef.}$ se expresa como la suma de los Z de los elementos presentes en el material estudiado, pesado en base a sus concentraciones:

$$Z_{ef.} = \sum C_i Z_i \quad (3)$$

donde C_i es la fracción en peso y Z_i el número atómico de cada elemento i .

Basándose en la ecuación (3) muchos autores han considerado que las propiedades retrodispersantes de mezclas y compuestos son similares a las de un elemento puro con igual número atómico [4].

Sin embargo, se ha reportado [5] que en los metales R depende además del estado cristalino, por lo que variaciones de R pueden ser correlacionadas con cambios en la dureza del metal. En trabajos anteriores se demuestra la influencia de la dureza en la retrodispersión beta para aceros al carbono [6].

Además, la presencia de defectos puntuales y dislocaciones en el material pueden dar lugar a un efecto de segundo orden que altera el valor de R. Los defectos en los materiales influyen en el proceso de retrodispersión de las partículas beta porque en su entorno ocurre un cambio del potencial eléctrico y en la práctica se comportan como centros de dispersión.

En el presente trabajo se estudió la influencia de los defectos puntuales y las dislocaciones en el valor de R, tomando como modelo de cuerpo cristalino a dos metales. El estudio fue llevado a cabo en muestras de cobre y aluminio y los tipos de defectos creados fueron vacancias (variando la temperatura) y dislocaciones (mediante deformación plástica). Los experimentos fueron realizados de forma tal que se obtuvo información de la interacción de la radiación beta sólo con vacancias, sólo con dislocaciones y con la combinación de ambos defectos. Los resultados demuestran que este tipo de radiación es sensible a los diferentes tipos de defectos y a su concentración.

MATERIALES Y METODOS

El esquema del equipo utilizado en los experimentos se muestra en la Figura 1. El mismo está constituido por el blindaje de Pb, el cual tiene una abertura de 2 mm de diámetro para colimar la radiación beta de la fuente de $^{90}\text{Sr}/^{90}\text{Y}$ (2), con una actividad de 1.1 GBq (30 mCi). Un par de detectores Geiger-Muller (3) conectados en paralelo y a un radiómetro registran las partículas retrodispersadas. La muestra analizada (4) se coloca en el portamuestra con una fina ventana plástica ($5\text{mg}/\text{cm}^2$) (5) para que la absorción de los electrones sea lo menor posible.

Para las mediciones realizadas a bajas temperaturas se diseñó una geometría de medición que comprende un sensor de temperatura (6) conectado a una Unidad de Temperatura Variable de la firma Bruker B-VT 1000 (rango 64-575 K). A través de un tubo (7) se hace pasar nitrógeno gaseoso, obtenido de la evaporación de nitrógeno líquido, permitiendo mantener a una temperatura constante la muestra analizada dentro de la caja de poliespuma (8). El tubo (9) se utiliza para reciclar el nitrógeno gaseoso y evitar la humedad que provoca el congelamiento de la superficie de los detectores y de la película plástica.

Para evitar las fluctuaciones provocadas por los cambios de temperatura, inestabilidad de los circuitos electrónicos y otras fuentes de error, se utilizaron mediciones relativas. La intensidad retrodispersada del Pb se midió periódicamente y el coeficiente de retrodispersión se reporta como $R = I_s/I_{\text{Pb}}$ (I_s , I_{Pb} - intensidad de la retrodispersión beta de las muestras estudiadas y del Pb, respectivamente).

Se confeccionaron 10 probetas de aluminio e igual cantidad de cobre. Las mismas se hicieron de metales "puros" y para evitar la presencia de tensiones residuales producidas por el maquinado del metal se sometieron a un proceso previo de alivio de tensiones. Posteriormente 9 de estas probetas se sometieron a diferentes tracciones, obteniéndose diferentes valores de deformación (Δl). En la Tabla 1 se reportan los diferentes Δl obtenidos para cada material. De las 10 probetas se cortaron 5 muestras en forma de cuadrados de dimensiones $17 \times 17\text{ mm}$.

El experimento contó de 2 partes:

1. Estudio de la dependencia de R vs. Δl (%). Se midió R tanto por la cara longitudinal, como por la transversal.
2. Estudio de la dependencia de R vs. T(K) para cada valor de Δl (%).

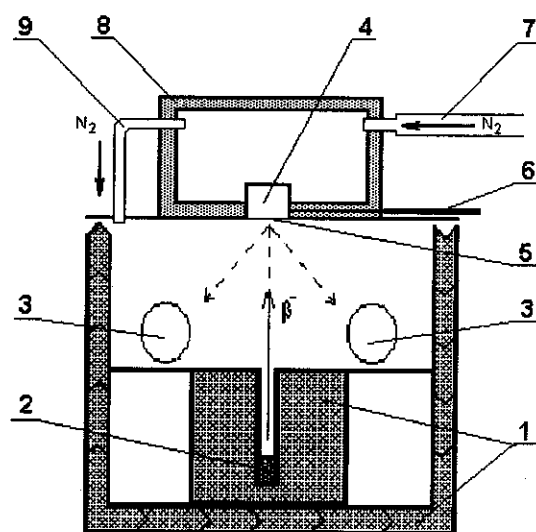


Figura 1. Esquema de la instalación de medición:

- (1) blindaje de plomo; (2) fuente beta $^{90}\text{Sr}/^{90}\text{Y}$;
- (3) detectores Geiger-Muller; (4) muestra;
- (5) ventana de plástico ($5\text{ mg}/\text{cm}^2$);
- (6) sensor de temperatura; (7), (9) capilares para la circulación de nitrógeno gaseoso;
- (8) caja de poliespuma.

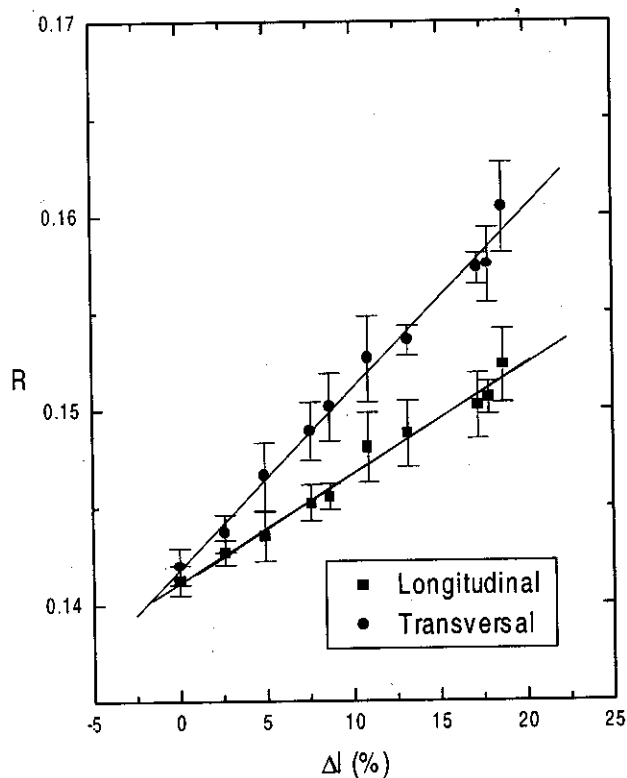
Tabla 1. Deformaciones de las muestras empleadas en el trabajo.

Muestras de Aluminio		Muestras de Cobre	
Muestra	Δl (%)	Muestra	Δl (%)
1	0	1	0
2	2.64	2	2.2
3	4.95	3	4.55
4	7.6	4	8.4
5	8.7	5	16.5
6	10.9	6	19.2
7	13.2	7	20.4
8	17.25	8	21.0
9	17.85	9	25.0
10	18.7	10	26.4

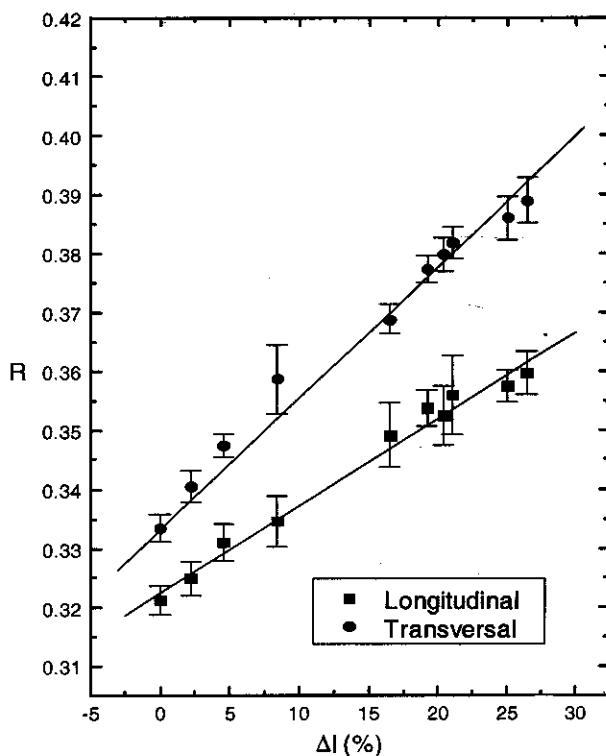
RESULTADOS Y DISCUSION

En la Figura 2 se muestran los resultados de la dependencia de R con la elongación Δl para las

muestras de Al (a.) y para las muestras de Cu (b.). En cada gráfico aparecen dos rectas, una donde la medición de R se realizó por la cara longitudinal de la probeta (representada con el símbolo ■) y una segunda donde la medición se realizó por la cara transversal (representada por el símbolo ●). De los gráficos se observa que R es mayor para las muestras de Cu. Esto se debe a la fuerte dependencia que existe entre la intensidad de los electrones retrodispersados y del número atómico (Z) del material sobre el cual inciden ($Z_{Al}=13$; $Z_{Cu}=29$) (ver Ecuación (2)). Además, se observa que el coeficiente R es mayor para la medición realizada por la cara transversal de las muestras, lo que demuestra el reforzamiento del efecto por la cara transversal a donde se aplicó la deformación. Otro aspecto a señalar, es que la pendiente de las rectas para la medición realizada por la cara transversal es mayor para ambos casos, mostrando un aumento de la retrodispersión de las partículas beta para las muestras a las cuales se le aplicó una mayor deformación.



a)



b)

Figura 2. Dependencia de R con Δl para $T = 296$

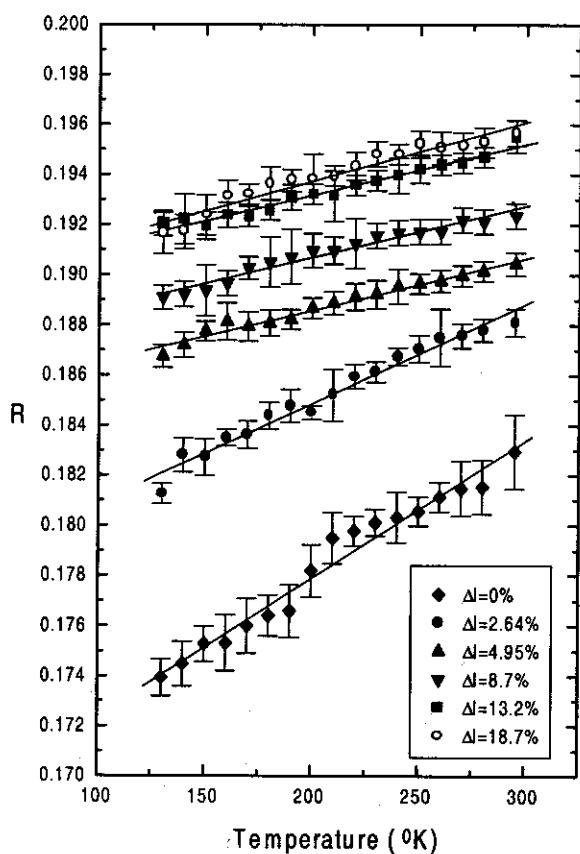
a) muestras de A

b) muestras de Cu.

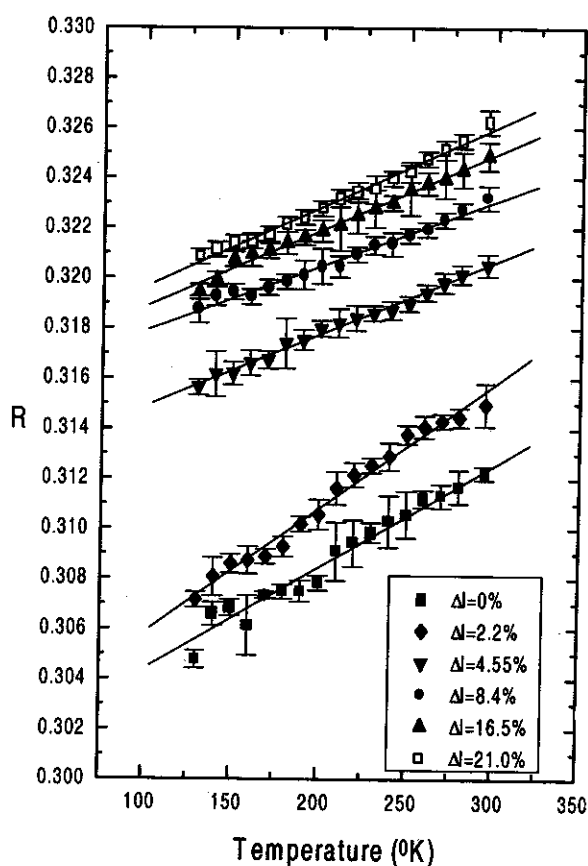
En la Figura 3 se muestra la dependencia de R con la temperatura (K) para los diferentes valores de Δl (%) y para los dos materiales empleados en este estudio (a). Al y b). Cu). En los gráficos se observa que para ambos materiales el coeficiente R aumenta con la temperatura y con el por ciento de deformación de las muestras. La dependencia de R con la temperatura en estos metales sometidos a deformaciones se corresponde con la distribución de Boltzmann que describe la dependencia de los defectos con la temperatura. El valor de la energía de formación de vacancias y átomos intersticiales obtenidos a partir de la dependencia R vs. T se

encuentra en correspondencia con lo reportado en la literatura [7].

La Figura 4 muestra la dependencia de R con Δl (%) para diferentes valores de T (K) [a). Al y b). Cu]. De las curvas se observa que R aumenta con la temperatura. La variación de R observada con el incremento de la deformación en la región de deformaciones plásticas se corresponde con el incremento del número de dislocaciones a medida que la deformación se acerca al límite de resistencia.



a)



b)

Figura 3. Dependencia de R con la T (K) para los diferentes valores de Δl (%) para los dos materiales empleados en este estudio

a). Al y b). Cu.

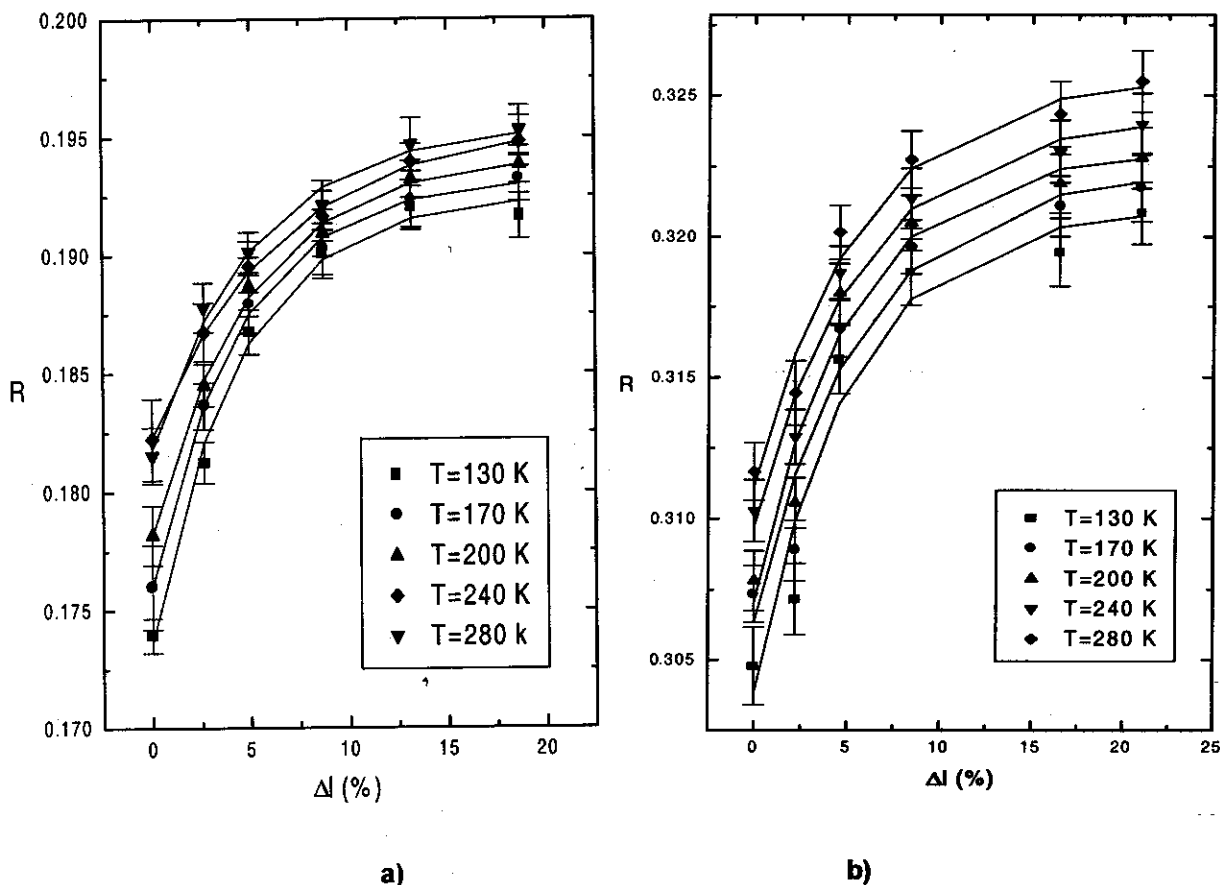


Figura 4. Dependencia de R con Δl (%) para diferentes valores de T (K) [a]. Al y b[Cu].

REFERENCES

1. GARDNER, R.P. and R.L. ELY (1975): "Radioisotope Measurement Applications in Engineering". Reinhold Publishing Corporation, New York, 1975, p. 302.
2. TOLGYESSY, J. and S. VARGA (1979): **Nuclear Analytical Chemistry**, Part IV: 44.
3. SHARMA, K.K. and M.J. SINGH (1979): **J. Appl. Phys.** 50(3), 1529.
4. DARLINGTON, E.H. (1975): **J. Phys. D: Appl. Phys.** 8, 85.
5. CAMERON J.F. y C.G. CLAYTON (1975): "Instrumentos Nucléonicos". Parte 1. Editorial Alhambra S.A., p. 310.
6. DESDIN, LF.; G. CAPOTE, A. LEYVA and L. CALDERÍN (1998): **J. Radioanal. Nucl. Chemistry**, 237(1-2).
7. SIVUJIN, D.V. (1979): Curso de Física. Vol. II: Termodinámica y Física Molecular. Nauka. Moscú, Rusia, p. 551 (en ruso).

METODOS NUMERICOS DE DIFERENCIAS FINITAS AVANZADOS PARA RESOLVER LA ECUACION DE DIFUSION DE LOS NEUTRONES

Daniel Millian Lorenzo¹, Carlos García Hernández² y Dany Sánchez Domínguez²

¹Centro de Tecnología Nuclear

²Instituto Superior de Ciencias y Tecnología Nuclear

RESUMEN

La tarea de la determinación del campo de liberación de energía en los reactores nucleares energéticos es de vital importancia para el buen funcionamiento y la seguridad de un CEN. Es por ello que se continúa trabajando en el desarrollo de modelos físico-matemáticos para la simulación de los procesos físico-neutrónicos que ocurren en la zona activa de los reactores nucleares. Los modelos de red gruesa basados en métodos de diferencias finitas (FD) han demostrado tener ciertas limitaciones en su exactitud, por lo que es una tarea actual el desarrollo de nuevos métodos para la solución en red gruesa de la ecuación de difusión de neutrones (EDN). En el trabajo se desarrolla un nuevo método de solución de la EDN para redes gruesas, el cual alcanza un mayor orden de exactitud, que los métodos de FD tradicionales. Los resultados obtenidos para una zona activa modelo se comparan contra tareas de pruebas analíticas y numéricas. Para la implementación de los algoritmos diseñados se empleó el compilador Fortran Power Station Versión 3.2.

ABSTRACT

The task of determining the energy field liberation in the power nuclear reactors is of vital importance for the good operation and the safety of a nuclear plant. For this reason continues working in the development of mathematics models for the simulation of the nuclear processes that occurs in the active zone of the nuclear reactors. The models of gross mesh based on finite differences methods (FD) have demonstrated certain limitations in their exactness. Therefore is a current task the development of new methods for the solution of the equation of diffusion of neutrons (EDN) in gross mesh. In this work is developed a new method for solving the EDN in gross mesh. That reaches a higher order of exactness, than traditional FD methods. The outputs obtained for a model zone active is compared against analytic and numeric benchmarks. For the computational implementation of the designed algorithms we employed the Fortran Power Station Version 3.2 compiler.

INTRODUCCION

La Ecuación de Difusión (ED) describe el balance neutrónico en la zona activa del reactor nuclear; por lo cual es utilizada como modelo en los cálculos de red gruesa. Tradicionalmente se resuelve empleando el Método de Diferencias Finitas (MDF), este presenta limitaciones en cuanto a rapidez, exactitud y eficiencia computacional.

En el presente trabajo mostraremos un novedoso enfoque del método de diferencias finitas que permite resolver la ED con coeficientes constantes y obtener el autovalor principal y la autofunción asociada al mismo con exactitud y un uso eficiente de los recursos de la computadora. Este se conoce como el Método de Aproximación de Sumas (MAPS) para la Ecuación de Difusión de los neutrones en aproximación de un grupo.

Método de aproximación de sumas para la ecuación de difusión a un grupo neutrónico

Para el desarrollo del modelo partiremos de la ED en aproximación monoenergética, para geometría cuadrada y un medio homogéneo, con condición de contorno de primera especie:

$$-D(x,y)\Delta\phi(x,y) + \Sigma_a(x,y)\phi(x,y) = q(x,y)\phi(x,y)_{-r} = \mu(x,y)$$

El modelo desarrollado se apoya en las ideas fundamentales del MAPS, al dividir el problema original multidimensional en varios problemas unidimensionales más sencillos, el paso de una iteración a otra se realiza en varias etapas en cada una de las cuales se utiliza un esquema corriente de dos capas, dichos esquemas por separado no aproximan la ecuación de partida, pero la suma de los residuos para cada paso intermedio tiende a cero.

Basándonos en las ideas anteriores se escribe el esquema iterativo del sistema empleando las siguientes expresiones:

$$-D\Delta_x\phi(x,y)^{n+1/2} + \alpha_x(x,y)\Sigma_a\phi(x,y)^{n+1/2} = q(x,y)$$

$$-D\frac{\partial^2\phi(x,y)^{n+1}}{\partial y^2} + \Sigma_a\phi(x,y)^{n+1} = \alpha_x(x,y)\Sigma_a\phi(x,y)^{n+1/2}$$

El coeficiente $\alpha_x(x,y)$ garantiza el cumplimiento de las condiciones del esquema aditivo para el sistema anterior y durante el proceso iterativo este coeficiente se determina a través de la expresión:

$$\alpha_x^n(x,y) = \alpha_x^{n-1}(x,y) \frac{\phi^{n+1/2}(x,y)}{\phi^{n-1}(x,y)}$$

Para obtener los esquemas en diferencias que aproximen las derivadas de segundo orden presentes en las ecuaciones con un alto orden de precisión se utiliza como función de interpolación un Spline bicúbico, en la región elemental R_{ij} , $x_{i-1} \leq x \leq x_i$, $y_{j-1} \leq y \leq y_j$, y se define como:

$$\begin{aligned} \phi_{ij}(x,y) = & \alpha_{00}^{ij} + \alpha_{10}^{ij}(x-x_i) + \alpha_{20}^{ij}(x-x_i)^2 + \alpha_{30}^{ij}(x-x_i)^3 \\ & + \alpha_{01}^{ij}(y-y_j) + \alpha_{02}^{ij}(y-y_j)^2 + \alpha_{03}^{ij}(y-y_j)^3 \end{aligned}$$

A continuación se brinda el sistema de ecuaciones formado por las condiciones de interpolación y continuidad para cada uno de los nodos de la red.

a) condición de interpolación:

$$\phi_{ij}(x_i, y_j) = \phi_{ij}(x_i, y_j) \quad i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, J$$

b) condiciones de continuidad:

$$\phi_{ij}(x_i - 0, y_j) = \phi_{i+1j}(x_i + 0, y_j)$$

$$\phi_{ij}(x_i, y_j - 0) = \phi_{i+1j}(x_i, y_j + 0)$$

$$[\phi_{ij}(x_i - 0, y_j)]_x = [\phi_{i+1j}(x_i + 0, y_j)]_x$$

$$[\phi_{ij}(x_i, y_j - 0)]_y = [\phi_{i+1j}(x_i, y_j + 0)]_y$$

$$[\phi_{ij}(x_i - 0, y_j)]_{xx} = [\phi_{i+1j}(x_i + 0, y_j)]_{xx}$$

$$[\phi_{ij}(x_i, y_j - 0)]_{yy} = [\phi_{i+1j}(x_i, y_j + 0)]_{yy}$$

$$i = 1, \dots, I-1; \quad j = 1, \dots, J-1$$

al resolverlo se obtienen las siguientes expresiones donde el miembro izquierdo representa una aproximación para las segundas derivadas con un orden de precisión $O(h^2)$:

$$\frac{1}{6}[(m_1)_{i-1j} + 4(m_1)_{ij} + (m_1)_{i+1j}] = \frac{1}{h^2}(\phi_{i-1j} - 2\phi_{ij} + \phi_{i+1j})$$

$$\frac{1}{12}[(m_2)_{ij-1} + 10(m_2)_{ij} + (m_2)_{ij+1}] = \frac{1}{h^2}(\phi_{ij-1} - 2\phi_{ij} + \phi_{ij+1})$$

Se realizan transformaciones algebraicas en las expresiones anteriores y teniendo en cuenta el desarrollo de la segunda derivada en serie de Taylor es posible obtener esquemas en diferencia con un orden de precisión $O(h^4)$:

$$\frac{1}{12}[(m_1)_{i-1j} + 10(m_1)_{ij} + (m_1)_{i+1j}] = \frac{1}{h^2}(\phi_{i-1j} - 2\phi_{ij} + \phi_{i+1j})$$

$$\frac{1}{12}[(m_2)_{ij-1} + 10(m_2)_{ij} + (m_2)_{ij+1}] = \frac{1}{h^2}(\phi_{ij-1} - 2\phi_{ij} + \phi_{ij+1})$$

Se aproxima el flujo a través de la función Spline descrita anteriormente y al discretizar el sistema iterativo de las ecuaciones de difusión podemos escribir en cada región elemental R_{ij} :

$$-D(m_1)_{ij} + \alpha_{xij}\Sigma_a\phi_{ij}^{n+1/2} = \frac{1}{k}q_{ij}$$

$$-D(m_2)_{ij} + \Sigma_a\phi_{ij}^{n+1} = \alpha_{xij}\Sigma_a\phi_{ij}^{n+1/2}$$

Al escribir las ecuaciones anteriores en notación matricial y combinarlas con los esquemas en diferencias obtenidos para cada una de las direcciones correspondientes, se obtienen los siguientes Sistemas de Ecuaciones Lineales Algebraicos (SELA) asociados a cada una de las direcciones:

$$(T_1)_j(\Phi)_j^{n+1/2} = (\bar{F}_1)_j + (\bar{R}_1)_j$$

$$(T_2)_j(\Phi)_j^{n+1} = (\bar{F}_2)_j + (\bar{R}_2)_j$$

Se obtienen las matrices $(T_1)_j$ y $(T_2)_j$ tridiagonales de dimensiones $(I-1) \times (I-1)$ y $(J-1) \times (J-1)$. Los componentes de la matriz $(T_1)_j$ y los vectores $(\bar{F}_1)_j$ y $(\bar{R}_1)_j$ son:

$$a_i = \alpha_{xi-1j}\Sigma_a - 12\left(\frac{D}{h^2}\right)$$

$$b_i = 10\alpha_{xij}\Sigma_a + 24\left(\frac{D}{h^2}\right)$$

$$c_i = \alpha_{xi+1j}\Sigma_a - 12\left(\frac{D}{h^2}\right)$$

$$f_i = q_{i-1j} + 10q_{ij} + q_{i+1j}$$

para $i = 1, \dots, I-1$

$$r_1 = \left[-\alpha_{x0j}\Sigma_a + 12\left(\frac{D}{h^2}\right) \right] \phi_{0j}^{n+1/2}$$

$$r_i = 0, i = 2, \dots, I-2$$

$$r_{I-1} = \left[-\alpha_{xIj}\Sigma_a + 12\left(\frac{D}{h^2}\right) \right] \phi_{Ij}^{n+1/2}$$

Los elementos de la matriz $(T_2)_i$ y de los vectores $(\bar{F}_2)_i + (\bar{R}_2)_i$ se calculan a través de las siguientes expresiones:

$$a_j^* = \Sigma_a - 12\left(\frac{D}{h^2}\right)$$

$$b_j^* = 10\Sigma_a - 24\left(\frac{D}{h^2}\right)$$

$$c_j^* = \Sigma_a - 12\left(\frac{D}{h^2}\right)$$

$$f_j^* = \alpha_{xij-1}\Sigma_a\phi_{ij-1}^{n+1/2} + 10\alpha_{xij}\Sigma_a\phi_{ij}^{n+1/2} + \alpha_{xij+1}\Sigma_a\phi_{ij+1}^{n+1/2}$$

$$r_1^* = \left[-\Sigma_a + 12\left(\frac{D}{h^2}\right) \right] \phi_{i0}^{n+1}$$

$$r_j^* = 0; j = 2, \dots, J-2$$

$$r_{J-1}^* = \left[-\Sigma_a + 12\left(\frac{D}{h^2}\right) \right] \phi_{iJ}^{n+1}$$

Los sistemas de ecuaciones obtenidos se caracterizan por tener matrices simétricas, con diagonal dominante y sus soluciones pueden obtenerse por cualesquiera de los métodos convencionales de resolución de sistemas de ecuaciones lineales algebraicos (SELA), por la rapidez, exactitud y sencillez de programación se recomienda el uso del método de factorización.

RESULTADOS NUMERICOS

En la validación de la metodología de cálculo descrita en el epígrafe anterior se generó una tarea de prueba con el programa de difusión de red fina SNAP3D, las características de la misma se describen a continuación:

- Longitud del dominio 180 cm .
- Flujo cero en la frontera.
- Propiedades físicas homogéneas en toda la región.
- Relación de constantes:

Tabla 1. Relación de constantes de la región de cálculo

Constantes	Valor
D	1.000
Σ_a	0.021
$v\Sigma_f$	0.022

Los resultados obtenidos con el MAPS en el cálculo del autovalor fundamental y la autofunción asociada al mismo, que se corresponden con el coeficiente efectivo de multiplicación y la distribución de flujo neutrónico respectivamente, se compararon con los obtenidos con el Método de Diferencias Finitas tradicional.

Se realizaron corridas para diferentes pasos de la malla, desde redes gruesas a finas. Los resultados obtenidos en el cálculo del autovalor fundamental se muestran en la Tabla 2.

En ella: K_{eff} es el autovalor fundamental del sistema o coeficiente efectivo de multiplicación, Errk (%) es el error relativo del autovalor y N° Iter es el número de iteraciones externas. Los valores obtenidos para K_{eff} con el MAPS son satisfactorios con errores relativos muy pequeños y mejores que los obtenidos por el MDF con un menor número de iteraciones externas. En la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos en el cálculo de la distribución de flujo neutrónico:

Tabla 2. Resultados del cálculo del autovalor

Criterios de convergencia para las iteraciones:

Valor Patrón K_{eff} : 1.018087Error Autovalor: 1×10^{-5} Error Flujo: 1×10^{-4}

Puntos	MAPS			MDF		
	K_{eff}	Errk (%)	Nº Iter	K_{eff}	Errk (%)	Nº Iter
5 x 5	1.018014	7.17×10^{-3}	49	1.018893	7.92×10^{-3}	56
10 x 10	1.017997	8.84×10^{-3}	52	1.018219	7.23×10^{-3}	54
20 x 20	1.017988	9.72×10^{-3}	52	1.108050	6.63×10^{-3}	54
50 x 50	1.017947	1.58×10^{-2}	49	1.017905	1.79×10^{-3}	53
100 x 100	1.017926	1.37×10^{-2}	48	1.017615	4.63×10^{-3}	53

Tabla 3. Resultados del cálculo de la autofunción (flujo neutrónico).

Puntos	MAPS			MDF		
	ErrMax ϕ (%)	σ (%)	Nº Iter	ErrMax ϕ (%)	σ (%)	Nº Iter
5 x 5	7.464	7.05	49	67.31	67.04	56
10 x 10	2.227	1.78	52	3.332	1.82	54
20 x 20	0.542	0.56	52	0.971	0.55	54
50 x 50	0.423	0.39	49	1.165	0.50	53
100 x 100	0.441	0.41	48	2.703	1.16	53

En la Tabla 3:

ErrMax ϕ (%) es el error relativo máximo del flujo, σ (%) es la dispersión o raíz cuadrática media de los errores relativos.

El MAPS permite obtener con exactitud los valores de la autofunción para diferentes pasos espaciales. Logrando mejores resultados que el MDF tradicional fundamentalmente en cálculos de red gruesa (Tabla 3).

El MAPS posibilita la reconstrucción del campo de liberación de energía a partir de la función de interpolación.

Los resultados obtenidos con el MAPS demuestran sus posibilidades para ser usado en el cálculo físico de los reactores nucleares.

REFERENCIAS

- [1] SAMARSKI, A.A. (1986): "Introducción a los métodos numéricos", Editorial Mir, Moscú.
- [2] GOMEZ MONTENEGRO, A. (1992): "Construcción de esquemas de diferencias para la resolución numérica de problemas iniciales y de contorno por el método de interpolación por tramos", Tesis de Doctorado, ISPJAE. Cuba.
- [3] SANCHEZ DOMINGUEZ, D. (1998): "Desarrollo de Métodos Numéricos avanzados para la solución de la Ecuación de Difusión de los Neutrones", Tesis de Diploma, ISCTN, Cuba.
- [4] MILLIAM LORENZO, D. (1998): "Método para resolver la Ecuación de difusión de los Neutrones utilizando Polinomios de Interpolación por Tramos para la construcción de los Esquemas de Diferencias", **Revista de la Sociedad Cubana de Física**, Cuba.

COMPORTAMIENTO DE LAS DETERMINACIONES DE ACTIVIDAD CORPORAL Y ESTIMACION DE LA DOSIS DEBIDAS A LA CONTAMINACION INTERNA POR ^{137}Cs EN PERSONAS PROCEDENTES DE LA REPUBLICA DE UCRANIA

G.M. López Bejerano, J.O. Arado López, O. García Lima, M. Valdés Ramos y N. Acosta Rodríguez
Centro de Protección e Higiene de las Radiaciones, Cuba

RESUMEN

Como parte de las investigaciones que se realizan en el Programa cubano de atención a niños de áreas afectadas por el accidente de Chernobil se realizó la medición de la contaminación interna debido al ^{137}Cs en personas procedentes de zonas afectadas de la República de Ucrania, en los Contadores de Cuerpo Entero instalados en la Ciudad de los Pioneros "José Martí" y en el Centro de Protección e Higiene de las Radiaciones, así mismo fueron estimadas las dosis de radiación recibidas. Los sistemas de detección fueron calibrados para la determinación de la actividad de ^{137}Cs en el organismo, simulando una distribución uniforme utilizando para ello un juego de simuladores que permitió tener en cuenta la influencia de la edad y composición física de cada persona. La actividad incorporada y la dosis interna recibida por ^{137}Cs fueron calculadas según las últimas recomendaciones de la ICRP, teniendo en cuenta la dependencia de la dosis con la edad. En el trabajo se presentan los principales resultados de las mediciones ejecutadas a 1691 personas, durante los años 1993-1997, comprendidas en el rango de edades de 2 a 63 años, procedentes de 28 provincias, donde el 53.9 % de los casos son de la provincia de Kievkaya y el 67.2 % de la muestra vive en poblados con una contaminación superficial inferior a los 200 KBq/m². El 44.35 % de las personas tienen una actividad medida inferior a la actividad mínima detectable (AMD) y un 37.61 % se encuentran entre esta y los 250 Bq de actividad. Las dosis estimadas, en el 73.51 % de las personas, son inferiores a los 0.2 mSv y sólo el 3.43 % tienen dosis superiores a los 3 mSv; la dosis máxima se estimó en 49.58 mSv. Se correlacionan los valores de actividad medida y dosis con la contaminación superficial y los distintos grupos de edades y formas de alimentación de las personas estudiadas, comparándose estos resultados con otros obtenidos en evaluaciones anteriormente publicadas.

ABSTRACT

As a part of the research that is being done by the Cuban Program of children care with people from the influenced area by the Chernobil's accident, determination of internal contamination by ^{137}Cs was made. Subjects of these measurements were people from Ukrainian Republic. Whole body counters installed in the "Ciudad de los Pioneros José Martí" and in the national "Centro de Protección e Higiene de las Radiaciones" were used. Radiation dose received were also estimated. Detection systems were calibrated for the determination ^{137}Cs inside the body simulating a uniform distribution and employing for this a simulators game that allowed to take account each person's age and physical composition. Activity and internal ^{137}Cs dose received were calculated following the former recommendations by ICRP. In this work we present the fundamental results of measurements made in 1691 individuals between the years of 1993-1997 with ages in the range from 2 to 63 years, from different 28 regions where the 53.9 % of the cases belong to the Kievkaya province. The 67.2 % of the sample lives in towns with internal superficial contamination below 200 KBq/m². The 44.35 % of the people has mean activity below the minimum activity detectable (AMD) and 37.61 % are between this level and 250 Bq. Estimated doses in the 73.51 % of the groups are less than 0.2 mSv and only 3.43 % have values higher than 3 mSv. Maximal dose was estimated as 49.58 mSv. Mean activity values and superficial contamination doses are correlated as well as different ages groups, different eating habits, comparing this results with some others obtained in evaluations already published.

INTRODUCCION

Durante el accidente de la central electronuclear de Chernobil en 1986, fueron expulsados radionúclidos

emisores gamma, el ^{137}Cs es el de mayor período de semidesintegración y por ello constituye un importante contribuyente a la dosis que recibe la población de las áreas afectadas siendo posible en

un largo período de tiempo detectar la presencia de este radionúclido en su organismo y estimar la dosis que por contaminación interna recibe.

Desde el año 1900 en nuestro país se reciben grupos de niños y adultos acompañantes, procedentes de estas zonas, para brindarles asistencia médica altamente calificada. La medición de la contaminación interna por ^{137}Cs y su evaluación dosimétrica son parte integrante del conjunto de investigaciones que son ejecutadas por el CPHR.

MATERIALES Y METODOS

Las determinaciones de actividad corporal de ^{137}Cs a personas procedentes de la República de Ucrania fueron realizadas en dos Contadores de Cuerpo entero (CCE) diferentes, los cuales han sido descritos en [1,2]. Durante los años 1993-1994 se efectuaron mediciones a 452 personas, en la instalación ubicada en la Ciudad de los pioneros "José Martí" en Tarará. Se empleó una geometría sujeto-detector de camilla con un blindaje parcial de sombra de 5 cm de espesor de Pb. En los años 1995-1998 las mediciones se efectuaron a un total de 1239 personas en la instalación del CCE constituida por una cámara de bajo fondo ubicada en el CPHR y empleando una geometría de silla.

Para la calibración de los sistemas se empleó un juego de simuladores, que permite reproducir la estructura anatómica del hombre desde un niño de 5 años hasta el hombre dosimétrico de referencia. Los simuladores se llenaron con soluciones radiactivas de emisores gamma comprendidos en el rango energético de 0.1 a 2 MeV, simulando una distribución uniforme de estos en el organismo.

La eficiencia de detección de los sistemas fue ajustada en dependencia de la relación Peso/Talla de los simuladores empleados. La AMD calculada según Brodsky [3] fue de 126 Bq en el primer caso y de 76 Bq en el segundo caso, para tiempos de medición de 25 y 15 min respectivamente referidas al hombre de referencia.

La actividad medida fue corregida por el tiempo de permanencia de las personas en nuestro país hasta el día de la medición, tomándose en cuenta la decorporación de ^{137}Cs . En todos los casos este tiempo es inferior a los tres meses. Se consideró la dependencia de la función de retención de este radionúclido con la edad [4,5].

Para la estimación de la dosis por contaminación interna se tomó como base la metodología reco-

recomendada por la ICRP 30, 56 y 67 [4,5,6], de acuerdo con la cual la dosis equivalente comprometida ($H_{70,T}$) para cualquier órgano o tejido del cuerpo después de una incorporación unitaria se calcula por la siguiente ecuación:

$$H_{70,T} = 1.6 \times 10^{-10} \text{ Us SEE } (T \leftarrow S) (\text{Sv/Bq})$$

donde:

US: es el número de transformaciones que ocurre en el órgano T durante los 70 años posteriores a la incorporación.

SEE ($T \leftarrow S$): es la energía específica absorbida en el órgano fuente T por desintegración ocurrida en el órgano fuente S (MeV g^{-1})

1.6×10^{-10} : factor de conversión de unidades (Jg/MeV Kg)

El número de transformaciones está dado por la integral en el tiempo de la actividad presente en el órgano de interés, que en el caso del ^{137}Cs se considera una distribución uniforme en el cuerpo. La dependencia de la actividad corporal de ^{137}Cs con el tiempo fue estimada a partir de su función de retención para el grupo de edades correspondientes, teniendo en cuenta un modelo de incorporación crónica.

La energía específica absorbida fue estimada partiendo de la fracción de energía específica absorbida calculada por Cristy, M. y Ekerman, K.F. [7] para niños de 1, 5, 10 y 15 años cuando el órgano blanco y fuente es todo el cuerpo. Para determinar el valor correspondiente a las edades no reportadas se realizó una interpolación lineal del recíproco de las masas totales, que fueron tomadas para estos casos de la ICRP 23 [8]. Se tuvo en cuenta el caso de las radiaciones penetrantes y no penetrantes al estimar el valor total de la dosis. Para tomar en cuenta el crecimiento de los niños se calculó el promedio de este parámetro para los años de vida transcurridos bajo los efectos del accidente.

RESULTADOS Y DISCUSION

Durante los años que comprende el estudio fueron medidos un total de 1691 personas de las cuales el 53.64 % son del sexo femenino y 46.36 % son del sexo masculino, en un rango de edades que comprende de 2 a 63 años, con el 63.34 % de los casos entre 10 y 15 años de edad, procedentes de 28 provincias de la República de Ucrania, siendo la provincia de Kievkaya la que mayor número de casos aportó con el 53.9 % . Los poblados estudiados

fueron clasificados según la contaminación superficial de ^{137}Cs presente en ellos, constatándose que el 67.42 % de la muestra vive en zonas donde se reportan valores inferiores a los 200 KBq/m² y en un 29.10 % de los casos se desconoce este valor.

En la Tabla 1 presentamos la relación, entre los rangos de contaminación superficial de ^{137}Cs de las localidades, el número de poblados y los casos estudiados en estos; así como la actividad total media. Se comparan los periodos 93-94 y 95-98.

En el último periodo se han podido estudiar mayor número de poblados y se ha confirmado la tendencia de que existe una relación entre contaminación superficial y actividad medida, como se expresó en el estudio de los años 90-92 [9].

En la medición del contenido de ^{137}Cs en las personas estudiadas se detectó que el 55.65 % de estas presentan una actividad medida superior a la AMD reportada para los sistemas de detección empleados. Los valores de la actividad específica oscilaron entre 0.22 y 1230.28 Bq/Kg, donde al 73.86 % de los casos se le detectó un valor inferior a los 20 Bq(Kg). En la Tabla 2 presentamos, por periodos de

realización del estudio, los resultados generales obtenidos de la medición de ^{137}Cs en el organismo, a personas procedentes de la República de Ucrania.

El número de casos por intervalos de actividad específica medida para los diferentes rangos de edades se presenta en el Gráfico1, observándose un comportamiento similar entre los mismos, lo cual nos permite ratificar que no existe una relación directa entre estos dos parámetros, como se concluyó en el estudio anterior [9].

Se estudió la posible relación entre los valores de actividad específica medida y los diferentes hábitos alimentarios de las personas. De su análisis podemos concluir que del 47.07 % de los casos reportados con valores superiores a la AMD específica un 59.55 % consumen alimentos suministrados en la red comercial y un 6.75 % consumen productos cosechados en sus huertos, así como ingieren la leche que le suministra su ganado. Comportamiento similar se encontró en aquellas personas en que no se detectó presencia de ^{137}Cs , por lo cual no puede concluirse que exista una relación definida entre actividad específica medida y hábitos alimentarios.

Tabla 1. Relación entre los rangos de contaminación superficial de ^{137}Cs de las localidades con el número de poblados, números de casos estudiados y la actividad total media.

Rangos de Contaminación Superficial por ^{137}Cs (KBq/m ²)	Número de poblados estudiados		Número de personas estudiadas		Actividad total media (Bq)	
	93-94	95-98	93-94	95-98	93-94	95-98
0 - 200	20	173	281	859	174.57	526.76
> 200	4	15	8	42	270.41	1364.79
Desconocidos	62	117	162	330	1721.82	258.47
Evacuados	1	3	1	8	453.82	12.61
TOTAL	87	308	452	1239		

Tabla 2. Resultados generales obtenidos de la medición de ^{137}Cs en el organismo, a personas procedentes de la República de Ucrania.

Período de realización del estudio (años)	Número de personas medidas	Números de casos con actividad medida superior a la AMD (%)	Intervalo de actividad específica (Bq/Kg)
1990-1992	3121	2239	1.5 - 565
1993-1994	452	205	2.17 - 1230.28
1995-1998	1239	727	0.22 - 388.02
TOTAL	48.12	3171	0.22 - 1230.28

La dosis comprometida en 70 años se calculó para ^{137}Cs asumiendo un modelo de incorporación crónica. En el Gráfico 2 se presentan la distribución de las personas estudiadas por rangos de dosis comprometida. El 73.51 % de los casos reciben dosis inferiores a 0.2 mSv y sólo el 3.43 % tienen dosis superiores a los 3 mSv. El valor de la dosis máxima se estimó en 49.58 mSv.

El número de casos por intervalos de dosis comprometida en 70 años, presenta un comportamiento similar entre los diferentes rangos de edades, no siendo posible establecer una relación directa entre estos parámetros.

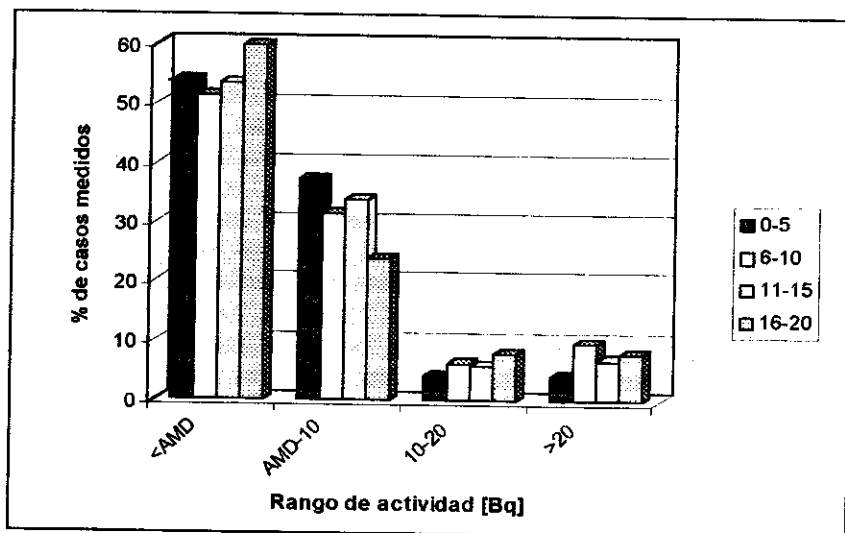


Gráfico 1. Dependencia de la actividad específica medida con la edad

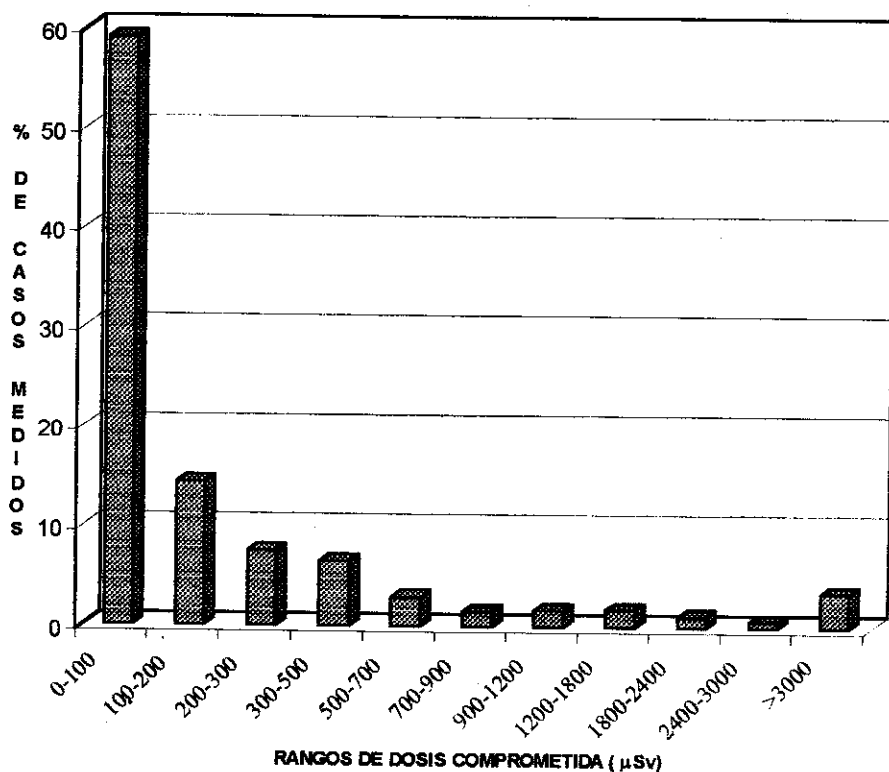


Gráfico 2. Distribución de personas por rangos de dosis comprometida en 70 años.

REFERENCIAS

- [1] CRUZ SUAREZ, R. y otros (1994): "Mediciones de actividad de ^{137}Cs en un grupo de infantes de áreas afectadas por el accidente de Chernobil", **Nucleus** 16.
- [2] _____ (1996): Laboratorio del Contador de Cuerpo Entero en Cuba. Características y Resultados de calibración. Memorias del III Congreso sobre Seguridad Radiológica y Nuclear, II, 897.
- [3] BROOSKY, A. (1986): "Accuracy and detection limits for bioassay measurements in radiation protection". Statistical considerations. NUREG-1156.
- [4] ICRP-Publication 30 limits for Intake of Radionuclides by Workers. Pergamon Press 1978.
- [5] ICRP-Publication 56. Age-dependent Doses to Members of the Publics from Intake of Radionuclides: Part I. Pergamon Press 1978.
- [6] ICRP-Publication 67. Age-Dependent Doses to Members of the Publics from Intake of Radionuclides: Part II. Ingestion Dose coefficients. Pergamon Press 1978.
- [7] CRISTY, M. and K.F. ECKERMAN (1987): Specific absorbed fracphotan sources. ORNL/TM-8381/V2. Oak Redge National Laboratory.
- [8] ICRP-Publication 23. Report of the Task Group on Reference Man. Pergamon Press 1975.
- [9] Dosimetric and biomedical studies conducted in Cuba of children from areas of the former USSR affected by the radiological consequences of the Chernobyl accident. IAEA-TECDIC-958. IAEA, Viena. August 1977.

AUTOMATIZACION DE LAS MEDICIONES DE FIGURAS DE POLOS EN UN GONIOMETRO DE TEXTURA COMERCIAL TZ6

J.H. Espina¹ y F. Caleyó²

¹Laboratorio de Análisis Estructural, Instituto de Materiales y Reactivos, Facultad de Física, Universidad de La Habana, Cuba

²Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, México, D.F.

RESUMEN

Un Goniómetro de Textura comercial TZ6, destinado a la determinación de figuras de polos por difracción de rayos X, ha sido modificado para lograr una automatización completa de este equipo. Se diseñó una tarjeta interfase para computadoras personales y se desarrolló un programa encargado del control automático de la posición del portamuestra y de la adquisición de los conteos en el TZ6. Esta nueva configuración fue probada satisfactoriamente midiendo las figuras de polos {111}, {200}, {220} y {113}, y calculando la Función de Distribución de Orientaciones en una muestra laminada 48 % Ni - 0.5 % Mn-Fe, cuya textura fue caracterizada previamente por difracción de neutrones. Las Funciones de Distribución de Orientaciones obtenidas a partir de estas dos experiencias resultaron muy similares, mostrando diferencias relativas menores que el 5 %.

ABSTRACT

A commercially available TZ6 texture goniometer, intended for pole figure determination by X-ray diffraction, has been modified in order to provide fully automated measurements. An electronic interface card and a dedicate software were developed for their use in a personal computer, to make possible the automatic control of the cradle position and to improve counts acquisition in the TZ6. This new configuration of the TZ6 was successfully tested by measuring the {111}, {200}, {220} and {113} pole figures and by calculating the orientation distribution function of a cold rolled 48 % Ni - 0.5 % Mn-Fe sample for which the texture had already been characterized by neutron diffraction. The calculated orientation distribution functions from X-ray and neutron diffraction were largely similar showing differences less than 5 %.

INTRODUCCION

La mayoría de los análisis cuantitativos de textura son llevados a cabo mediante la difracción de rayos X o neutrones, y se basan en la determinación de la función de densidad de distribución de polos conocida como figuras de polos (FPs). A partir de estos datos, se calcula la Función de Distribución de Orientaciones (ODF) para obtener una descripción cuantitativa completa de la textura de los materiales policristalinos [1]. La determinación de las FPs se realiza registrando la distribución espacial de intensidades que resulta de la difracción en una familia de planos {hkl}. Para obtener una FP, se utiliza un difractómetro equipado con un goniómetro donde se encuentra el portamuestras conocido como cuna de Euler. El propósito de este artículo es presentar la automatización de un goniómetro de textura comercial TZ6 utilizando una computadora personal (PC) como elemento de control central. Como resultado del presente trabajo se ha logrado

la automatización completa de las mediciones de FPs por difracción de rayos X cuando se utiliza el método de reflexión [1].

MODIFICACIONES DEL TZ6

Como la Figura 1 muestra, la configuración básica del TZ6 se compone de: (i) un bloque de radiación (RB) el cual incluye el tubo de rayos X (Co ó Cu) y una fuente de alto voltaje capaz de suministrar 30 mA a 30 kV ; (ii) el goniómetro (G) donde se encuentra la cuna de Euler (C) y (iii) el bloque de detección (DB) que incluye un detector de centelleo seguido por un sistema analizador para la conformación y discriminación de pulsos. Todos los movimientos angulares (polar $[\chi]$, azimutal $[\varphi]$ y movimientos de integración) del TZ6 son ejecutados por tres motores de pasos de reluctancia variable y una sección [2], [3]. La exactitud de la posición en los ejes χ y φ es de 0.02° en operación de un solo paso.

Como parte del presente trabajo se diseñó y se construyeron las tarjetas de excitación unipolar (MD, Figura 1) encargadas de manejar las corrientes de trabajo de los motores de pasos, así como una tarjeta interfase para PC (IC, Figura 1) destinada al control de la posición de la cuna de Euler a través de un control a lazo abierto con frecuencia de trabajo constante [2], [3]. La tarjeta IC es usada también en el conteo de los pulsos provenientes del bloque de detección. Estos pulsos (con niveles lógicos TTL) son introducidos a un contador digital, que forma parte de la tarjeta IC, capaz de registrar hasta 2^{32} eventos a una ocurrencia máxima de $2 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$. Finalmente, se desarrolló un programa en lenguaje de programación C con una interfase a usuario gráfica, con el objetivo de controlar los elementos antes mencionados y así automatizar las mediciones de figuras de polos.

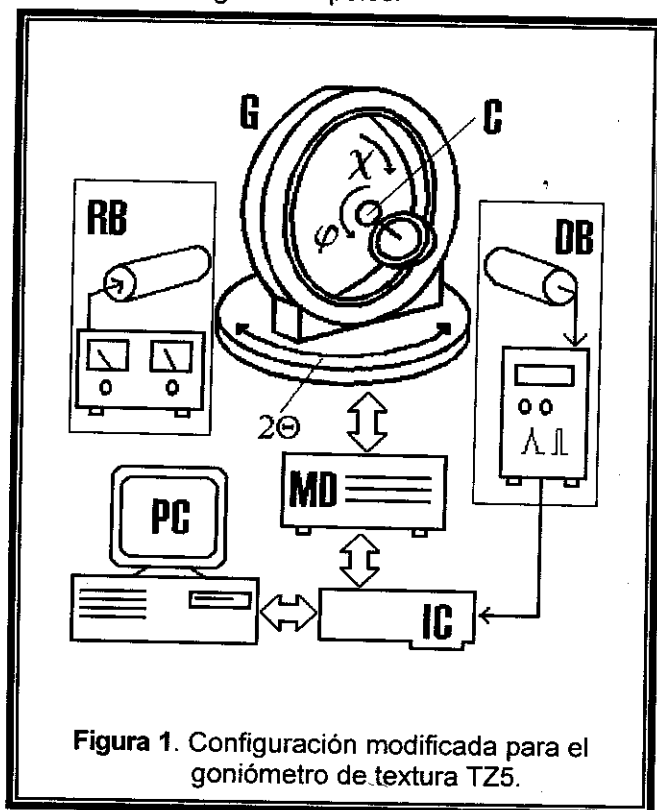


Figura 1. Configuración modificada para el goniómetro de textura TZ5.

Después de estas modificaciones el TZ6 brinda las siguientes posibilidades:

- Determinación de FP incompletas usando el método de reflexión.
- Medición y corrección de intensidades de fondo.
- Flexibilidad en los parámetros de medición, tales como: tiempo de conteo y posición de la cuna del portamuestras en todos los ejes.

Tabla 1. Condiciones para la determinación de FP por Rayos X, usando el TZ6 modificado, y por difracción de neutrones.

Experiencia	Rayos-X	Neutrones
Difractómetro	TZ6 modificado	6T1
Condiciones	Radiación $\text{CoK}\alpha_1$ 30 kV, 30 mA	$\lambda = 0.1155 \text{ nm}$
Tipo de FP	Incompleta	Completa
Rango angular FP	$\chi: 0.75^\circ \Delta\chi: 5^\circ$ $\phi: 0-360^\circ \Delta\phi: 5^\circ$	$\chi: 0.90^\circ \Delta\chi: 5^\circ$ $\phi: 0-360^\circ \Delta\phi: 5^\circ$
Muestra*	Lámina de $1 \text{ cm}^2 \times 0.02 \text{ cm}$	Cubo de 1 cm^3
Correcciones PF	Fondo + defocalización	Fondo

* Lámina de 340μ de espesor. Cortada, pulida mecánicamente y electropulida para difracción de rayos-X. Solo cortada y apilada para difracción de neutrones.

Una vez realizada las correcciones de fondo la FP medida es almacenada en fichero con formato estándar, i.e. formato de FP para el programa Beartex [4]. De esta manera se asegura compatibilidad con programas comerciales para el análisis cuantitativo de textura.

RESULTADOS

La textura de una muestra laminada 48 % Ni-0.5 % Mn-Fe (en peso), cuya textura se había determinado con anterioridad a través de la difracción de neutrones, fue caracterizada midiendo las figuras de polos $\{111\}$, $\{200\}$, $\{220\}$ y $\{113\}$ con ayuda de esta nueva configuración del TZ6. En ambos casos las condiciones experimentales utilizadas se muestran en la tabla I mientras que la Figura 2 muestra la FP experimental $\{111\}$ y las secciones $\phi_2 = 45^\circ$, en el Espacio de Euler, de las ODFs calculadas a partir de estas FPs. Las ODF fueron calculadas por el método ADC [5], asumiendo una simetría de muestra ortorrómbica para el material estudiado.

Para estimar de manera cuantitativa la exactitud de los resultados obtenidos con el sistema modificado, relativos a los resultados obtenidos por difracción de neutrones, se calculó el error relativo tanto para las ODFs como para las FPs medidas.

En el caso de las FPs las diferencias relativas entre ambas experiencias se cuantificaron utilizando la siguiente expresión:

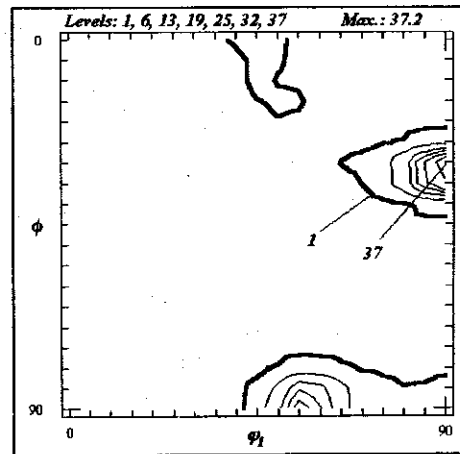
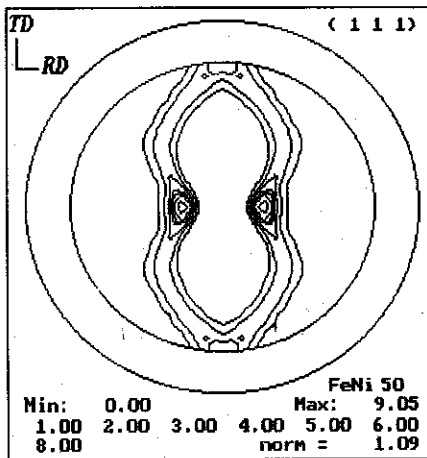
$$RE_{PF} = 100 \% \cdot \frac{1}{N_{PF}} \sum_i \sum_k \left| \frac{P_{ik}^{Neut} - P_{ik}^{Xray}}{P_{ik}^{Neut}} \right|$$

donde N_{PF} es el número de FP medidas y P_{ik} representa la densidad de polos en el punto k de la FP_{ima} . El valor de RE_{PF} fue calculado teniendo en cuenta solo la zona medida en las FPs incompletas obtenida con el TZ6 modificado (ver Tabla I y Figura 2).

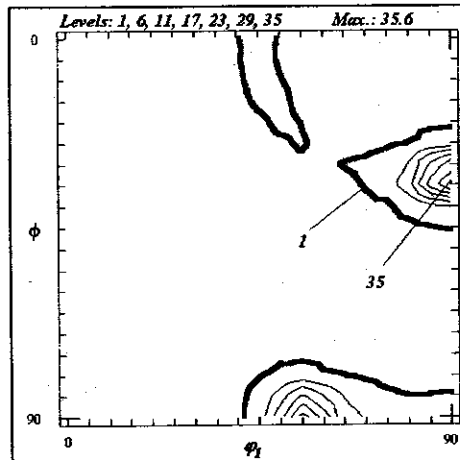
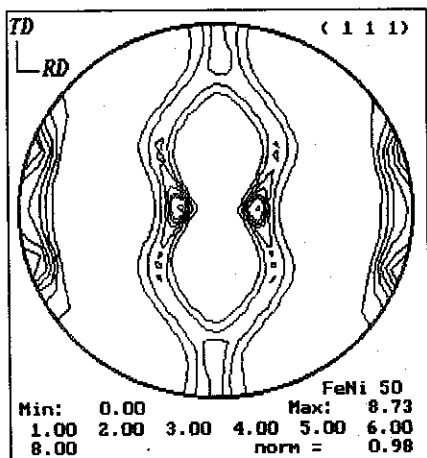
El error relativo para las ODFs fue calculado utilizando la siguiente expresión:

$$RE_{PF} = 8.5 \% \cdot \frac{\int_G (f(g)^{Neut} - f(g)^{Xray})^2 dg}{\int_G (f(g)^{Xray})^2 dg}$$

donde $f(g)$ designa el valor de la ODF para la orientación g en el espacio de Euler, el cual se denota por G .



(a)



(b)

Figura 2. Figuras de polos experimentales {111} y sección $\phi_2 = 45$ de la ODF en el Espacio de Euler para la muestra estudiada por :

(a) difracción de rayos-X con el TZ6 modificado,

(b) por difracción de neutrones

Los errores obtenidos fueron:

$$RE_{PF} = 8.5 \% \text{ y } RE_{ODF} = 4.2 \%$$

Estos valores de errores relativos demuestran que con ambas experiencias se obtienen resultados similares, no solo cualitativamente como muestra la Figura 2 sino también cuantitativamente. Es importante resaltar que los errores calculados confirman la confiabilidad del análisis cuantitativo de

textura realizado utilizando los datos experimentales obtenidos con esta nueva configuración del TZ6 [1].

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer al Ministerio de Relaciones Exteriores de Francia, a la Universidad de París Sud Orsay y al CEA de Saclay por la ayuda brindada a F. Caleyó para realizar una parte importante de este trabajo

REFERENCIAS

- [1] BUNGE, H. J. (1982): "Texture Analysis in Material Science", Butterworths & Co. Publishers, London, 593 pp.
- [2] ACARNLEY P.P. (1984): Stepping Motor, A Guide to Modern Theory and Practice (Peter Peregrinus LTD, London), 157 pp.
- [3] ESPINA HERNÁNDEZ, J. H (1998): Automatización de las mediciones de textura con el uso de un goniómetro comercial. Tesis de Maestría, ISPJAE, Facultad de Eléctrica.
- [4] WENCK, H. R., S. MATTHIES and J. DONOVAN (1996). "Beartex, a Windows Based Program System for Quantitative Texture Analysis", Texture of Materials, Proc. of ICOTOM 11, Xi'an, China, Ed. Zhide Liang, Liang Zuo and Youyi Chu, 2, 957-964.
- [5] PAWLIK, K. and J. POSPIECH (1987): A Method for ODF approximation in Arbitrarily Defined Cells from Poles Figures, 127-139. In Theoretical Methods of Texture Analysis. Ed. H. J. Bunge. (DGM, Oberrursel, Germany), 242 pp.

CARACTER FRACTAL EN FRONTERAS DE GRANO DE ZINC PURO

Amelia Martín Rodríguez¹, Raquel Varela Zarragoitia¹, Guillermo del Rosario² y Eduardo Fernández Martín³

¹Dpto. de Física, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría" (ISPJAE)

²Centro de Investigaciones Metalúrgicas

³Facultad de Matemática, Universidad de La Habana

RESUMEN

Diversas estructuras adquieren características irregulares al ser sometidas a acciones que las desordenen respecto a un estado inicial conocido. Si estas irregularidades son fractales, la dimensión fractal de la estructura, su evolución con el cambio de las condiciones a las que se encuentra la muestra, pueden dar información de valor sobre sus propiedades. En el caso de muestras metálicas se han empezado a hacer estudios para caracterizar las fronteras de grano como fractales. En este trabajo se reportan resultados de determinación en el caso de Zn puro sometido a tratamiento térmico y se indica un método apropiado para realizar el estudio.

ABSTRACT

Different structures in nature acquire certain irregularities when submitted to actions which brings them to states more disordered than initial state. If these cases are fractals, structure's fractal dimension, its evolution in time when the target conditions are changed, might offer some kind of interesting information about their properties. Metallic targets have been studied to show fractal properties of grain boundaries. This paper reports fractal dimension determination in the case of pure Zinc and discuss one possible method of doing this task.

INTRODUCCION

La aparición de irregularidades en estructuras diversas sometidas a acciones que aumenten su desorden respecto a un estado inicial ha motivado el interés en la introducción de nociones fractales en la descripción de las mismas. La geometría fractal es adecuada para la descripción de microestructuras complejas y ha sido empleada en algunos estudios de fracturas, rugosidad de superficies e irregularidades en fronteras de granos de materiales metálicos. Se ha reportado que la generación de frontera de grano rugosa puede ser un método efectivo para mejorar algunas propiedades de compuestos, demostrándose incluso que hay correspondencia entre la dimensión fractal de las fronteras de grano y las propiedades de resistencia a la fractura y a la fluidez bajo carga.

La generación de fronteras de grano irregulares y su caracterización fractal es por ello interesante, pero ha sido poco abordada por otros autores.

Se reportan criterios que no han sido suficientemente probados, lo cual indica que deben hacerse reiteradas comprobaciones de los resultados, haciendo tratamientos diversos a las

muestras. De ahí que ha tenido interés para nosotros realizar las determinaciones que reportamos aquí.

La dimensión fractal es una de las magnitudes que permite caracterizar cuantitativamente un objeto irregular de propiedades fractales. Es un concepto genérico por lo que en cada caso debe escogerse un método de determinación de la misma y valorar cuidadosamente si se cumple la propiedad de autosimilaridad en la estructura para poder afirmar que la magnitud calculada es una D_f . No hay una manera única de determinar la dimensión de una estructura irregular.

Para un grano tridimensional, se ha estimado que la dimensión 3D (ver I)

$$D = D_e + 1$$

$$P(\varepsilon) = a\varepsilon^{1-D_f}$$

se puede calcular a partir de esta última ecuación en la que P es el perímetro del grano, a una constante, D la dimensión fractal de la superficie, ε es la unidad de medida de longitud. Así se estima la dimensión fractal de la superficie.

De hecho se emplea la ecuación equivalente :

$$N(\epsilon) = a\epsilon^{-D}$$

en la que N cuenta el número de lados del polígono mediante el cual se aproxima el perímetro del grano.

El gráfico logarítmico de la misma da el valor de D como la pendiente de la línea ajustada por mínimos cuadrados.

En este trabajo se seleccionaron y trataron muestras de Zn puro. Consta de dos partes:

1. Observaciones de comprobación de autosimilaridad de las estructuras
2. Determinación de dimensión fractal de fronteras de grano irregulares

MEDICIONES

La autosimilaridad de los fractales es la propiedad de que el todo sea estadísticamente igual a las partes y se cumple estrictamente en los fractales matemáticos, aquellos generados por procesos iterativos. En las estructuras reales, irregulares, presuntamente fractales, la autosimilaridad o invarianza de escala como propiedad de simetría se cumple sólo en un rango de variaciones. Hasta ahora en los estudios de fractales ha sido útil aprovechar las propiedades fractales aun cuando el objeto de estudio sólo sea invariante de escala unas pocas veces.

En este caso las observaciones de autosimilaridad de las estructuras microscópicas en las muestras se realizaron mediante microscopía óptica y electrónica de barrido. Los valores de los aumentos se variaron entre 100X y 5000X.

Se empleó un microscopio metalográfico Neophot y diversos SEM.

Varias muestras fueron deformadas por compresión entre un 29 y un 35%, con carga de 860 kgf por probeta y velocidad de aplicación de la carga de 4mm/min. Otras muestras no fueron deformadas para ser empleadas como testigos.

Las muestras deformadas fueron tratadas durante 15 min hasta temperaturas de 623 °C y 423 °C.

Las muestras deformadas y recalentadas hasta 623 °C presentan fronteras de grano lisas y granos grandes. Las muestras calentadas hasta 423 °C tienen granos de menor tamaño con fronteras más irregulares.

Un método posible para determinar la dimensión fractal de las fronteras de los granos es aproximando dicha frontera con polígonos de lado cada vez menor, denominado el método del yardstick.

Se desarrolló un software en Delphi 3 como herramienta para : a) fronterizar el grano, b) dibujar y contar yardsticks con longitudes entre diez y cien píxeles a intervalos de cinco píxeles, c) dibujar la curva, d) ajustar la mejor recta.



Figura 1. Zn puro tratado térmicamente.

CONCLUSIONES

1. Las muestras tratadas presentan fronteras de grano con irregularidades más acusadas en algunos de los granos en los casos en que la temperatura llegó a 423 °C. En casos de granos de frontera irregular a los que se midió la dimensión fractal los valores de esta son de 1,..... lo que es consistente con el resultado reportado por otros autores.
2. Encontramos que las irregularidades no aparecen por igual en todos los granos de las zonas de la muestras examinadas y por tanto la generación no es general.

REFERENCIAS

1. B. MANDELBROT (1983): "The Fractal Geometry of Nature", Freeman, New York.
2. TANAKA, M. (1992): Journal of Materials Science 27, 1992.
3. STREITENBERGER, P. et al. (1995): Scripta Metallurgica et Materialia, 33(4)

DETERMINACION DEL COEFICIENTE DE REFLEXION DE NEUTRONES TERMICOS EMPLEANDO EL METODO DE MONTE CARLO

L.M.García Fernández y L.F.Desdín García¹

Centro de Estudios Aplicados al Desarrollo Nuclear (CEADEN)

RESUMEN

En el presente trabajo se desarrolla un método para el cálculo del Coeficiente de Reflexión de Neutrones Térmicos (η), empleando el Método de Monte Carlo. La eficiencia de detección de los neutrones es estimada mediante una aproximación sencilla. Los cálculos son comparados con los datos experimentales obteniéndose buena concordancia. Se describen las posibles aplicaciones del método desarrollado.

ABSTRACT

The present paper is devoted to develop a method based on the Monte Carlo Simulation for the calculation of the Thermal Neutron Reflection Coefficient. A simple model is used for detection efficiency estimation. Calculations are in good agreement with experimental results. Possible application of present results was analysed.

INTRODUCCION

El concepto de albedo basado en la medición de la actividad de una lamina fina con reflector y sin reflector fue introducido por Fermi y Amaldi en 1936. Este método fue generalizado para dos medios de diferentes propiedades difusivas en [1] que es el caso más común en la práctica.

En muchas situaciones resulta complicado y lento la aplicación del concepto de albedo pues se requiere del empleo de láminas de activación con el objetivo de perturbar el mínimo posible el campo neutrónico en las mediciones. Una alternativa que en muchos casos satisface los requerimientos de la práctica es el uso del parámetro fenomenológico Coeficiente de Reflexión de Neutrones Térmicos, el cual resulta más simple de aplicar, pero que en contraste no dispone de una fundamentación teórica sólida.

El Coeficiente de Reflexión de Neutrones térmicos η es un parámetro que caracteriza el exceso de conteo que experimenta un detector de neutrones

térmicos en el entorno de una fuente de neutrones rápidos ambos situados en la superficie de un moderador semi-infinito cuando sobre este se coloca un medio que actúa como reflector.

En una geometría como la que se muestra en la Figura 1 con una fuente puntual de neutrones rápidos S y el reflector R, la intensidad de neutrones registrados en el detector de neutrones lentos D, resulta función de los parámetros de diseño de la instalación y de las propiedades de dicho reflector.

El Coeficiente de Reflexión de Neutrones Térmicos η se define como [2]:

$$\eta = \frac{1}{\rho} \frac{(I - I_0)}{I_0} \quad (1)$$

donde

I - es intensidad de conteo con R,

I_0 - Intensidad de conteo sin R y

ρ - la densidad del reflector R (g/cm^3).

¹E-mail: lou@ceaden.edu.cu

El objetivo del presente trabajo consiste en el desarrollo de un método basado en la Simulación por Monte Carlo y en una aproximación sencilla de la eficiencia de detección de los neutrones para determinar el Coeficiente de Reflexión de Neutrones Térmicos η . Finalmente se comparan los cálculos con los valores experimentales y se analizan las posibles aplicaciones del método desarrollado.

MATERIALES Y METODOS

El método de Monte Carlo es un método numérico que permite resolver problemas matemáticos mediante la simulación de variables aleatorias. Su algoritmo tiene una estructura sencilla. Como regla, se elabora primero un programa para la realización de una prueba aleatoria. Después, esta prueba se repite N veces de modo que cada experimento sea independiente de los restantes y se toma la media de los resultados de los experimentos. La precisión es proporcional a la magnitud $1/N^{1/2}$ donde N es el número de pruebas.

El programa de Monte Carlo empleado en el presente trabajo es el "Monte Carlo N-Particle Transport Code, MCNP-4A" [3]. Este es el mas poderoso de los programas actuales de Monte Carlo para simular el transporte de neutrones a energías bajas e intermedias.

El tratamiento de las secciones eficaces en función de la energía es continuo en el MCNP-4A, con interpolaciones entre energías específicas de manera que los datos originales pueden ser reproducidos con un error de alrededor de 0.5 %. Todos los tipos de reacciones a partir de datos básicos están incluidos en el rango de energía entre 10^{-5} eV y 20 MeV. Las secciones eficaces empleadas fueron tomadas de la biblioteca ENDF/B-V [4]. Para los elementos H, C, B, Be, N, Pb y O fueron usadas las series "50C", que son las reproducciones mas fieles de los datos evaluados. Las recientes evaluaciones del Laboratorio Nacional de Los Alamos (E.E.U.U.) disponibles en las series "51C" fueron usadas para el Si, F y el Cd.

El tratamiento geométrico permite configuraciones tridimensionales definidas en coordenadas cartesianas. Los volúmenes, que contienen a materiales específicos, son construidos usando operadores de unión e intercepción basados en el álgebra de Boole.

El MCNP-4A sigue la trayectoria de la partícula en la geometría por un muestreo aleatorio de recorridos

y asigna una cuenta de uso de aquellas magnitudes especificadas. Las salidas estándares del MCNP-4A son normalizadas a una partícula de salida. La salida contiene también el error relativo $R = \frac{S_x}{\bar{x}}$ del valor medio $\bar{x}$ de la magnitud registrada, promediada sobre los N resultados de N historias en el experimento numérico.

Para realizar las investigaciones se diseñó una instalación experimental con una fuente de $^{241}\text{AmBe}$ de una salida de $6.6 \cdot 10^6$ n/s [5]. El moderador empleado fue de parafina en forma cilíndrica con un diámetro de 40 cm. El portamuestra empleado era de forma cilíndrica ($\phi 10 \times 12$ cm) de aluminio forrado con una lamina de cadmio (1 mm) excepto en su parte inferior para garantizar el mínimo de fondo.

En la instalación se empleó un esquema electrónico convencional constituido por: detector de BF_3 , preamplificador, amplificador Canberra 2020, analizador monocal Canberra 2030, fuente de alto voltaje Canberra 3102 y contador Canberra 2071. La discriminación se fijó en un nivel que garantizó eliminar los pulsos debidos a la radiación gamma y a los ruidos electrónicos.

A continuación se brinda información sobre los estándares empleados en el proceso de validación de la simulación por el Método de Monte Carlo (MMC) (Tabla 1). Las muestras usadas en el presente experimento pesaron 700 g aproximadamente, 10 cm en diámetro y 12cm de altura.

El tiempo de medición empleado fue de 100s, asegurando un error estadístico despreciable con respecto a las otras fuentes de error. Los valores típicos de I y I_0 fueron de 34000 - 43000 y 13800 conteos/min. para los líquidos con alto contenido de hidrógeno y 23000 y 13800 conteos/min. para los otros estándares respectivamente.

Al aplicar el MMC se confrontó la dificultad de no disponer de los datos de la eficiencia del detector en función de la energía de los neutrones (η del valor de la presión del BF_3) ya que las firmas suministradores no brindan este dato como regla. Para efectuar el cálculo se partirá de considerar que los espectros que llegan al detector con reflector y sin reflector son esencialmente térmicos. Esta consideración se basa en los resultados de los cálculos empleando el MCNP-4A, como ilustración se muestran en la Figura 2 a los espectros en los casos extremos que serán estudiados: SiO_2 y H_2O .

Tabla 1. Estándares empleados en el experimento.

Estándares	Composición	ρ (g/cm ³)	% H
AGUA	H ₂ O	1.00	11.11
BUTANOL	C ₄ H ₉ OH	0.819	13.60
TOLUENO	C ₇ H ₈	0.866	8.76
HEPTANO	C ₇ H ₁₆	0.866	16.09
ACETONA	C ₃ H ₆ O	0.791	10.41
ESTANDAR 1	Si ₂ O	0.813	0.00
ESTANDAR 2	4.7% H ₂ O + 95.3% Si ₂ O	0.844	0.05
ESTANDAR 3	9.9% H ₂ O + 90.1% Si ₂ O	0.893	1.11
ESTANDAR 4	15.2% H ₂ O + 84.8% Si ₂ O	0.915	1.70
ESTANDAR 5	21.2% H ₂ O + 78.8% Si ₂ O	0.941	2.38

Tabla 2. Comparación de valores experimentales η de los estándares con los valores del ajuste η_{exp} (2).

Estándares	Composición	η_{exp}	η
AGUA	H ₂ O	2.11 ± 0.09	2.04 ± 0.02
BUTANOL	C ₄ H ₉ OH	2.43 ± 0.09	2.46 ± 0.02
TOLUENO	C ₇ H ₈	1.93 ± 0.08	1.92 ± 0.01
HEPTANO	C ₇ H ₁₆	2.71 ± 0.09	2.69 ± 0.02
ACETONA	C ₃ H ₆ O	2.07 ± 0.08	2.13 ± 0.02
ESTANDAR 1	Si ₂ O	0.26 ± 0.06	0.26 ± 0.01
ESTANDAR 2	4.7% H ₂ O + 95.3% Si ₂ O	0.37 ± 0.06	0.38 ± 0.01
ESTANDAR 3	9.9% H ₂ O + 90.1% Si ₂ O	0.53 ± 0.06	0.51 ± 0.01
ESTANDAR 4	15.2% H ₂ O + 84.8% Si ₂ O	0.62 ± 0.06	0.65 ± 0.01
ESTANDAR 5	21.2% H ₂ O + 78.8% Si ₂ O	0.75 ± 0.06	0.73 ± 0.01

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En la Figura 3 se muestra la correlación entre el Coeficiente de Reflexión experimental, η_{exp} y el Coeficiente de Reflexión calculado por el MMC, η_{MMC} . La dependencia obtenida es:

$$\eta_{\text{exp}} = (0.96 \pm 0.03)\eta_{\text{MMC}} + (0.17 \pm 0.05) \quad (2)$$

con un coeficiente de correlación $R = 0.995$, lo cual confirma la certeza de la hipótesis de trabajo escogida. La pendiente (0.96 ± 0.03) es ligeramente inferior a la unidad debido a que se está despreciando la contribución minoritaria de los neutrones epitérmicos.

En la Tabla 2 se comparan los valores experimentales de los estándares con los valores del ajuste (2).

Con esta aproximación se puede obtener una mejor concordancia entre los datos experimentales y el cálculo teórico realizando el análisis en intervalos de concentraciones de hidrógeno más pequeños acorde a lo que usualmente ocurre en el campo de las aplicaciones. En aras de comprobar en las condiciones más adversas a la aproximación, se analizaron simultáneamente dos tipos de medios completamente diferentes: el SiO₂ y H₂O con bajas concentraciones de hidrógeno y alta absorción, y líquidos con alta concentración de hidrógeno y poca absorción respectivamente.

Las fuentes de error en el cálculo teórico son las siguientes: el error de naturaleza estadística en el cálculo de Monte Carlo, la no consideración de la contribución de los neutrones epitérmicos, las incertidumbres en los datos nucleares empleados y las imprecisiones en la descripción de la instalación en la simulación.

Debe señalarse que inclusive sin la corrección introducida previamente por el ajuste (2), las pendientes de las curvas η_{exp} vs. %H y η_{MMC} vs. %H resultaron de 0.153 ± 0.007 y 0.163 ± 0.002 respectivamente, coincidiendo dentro de los límites de los errores. Esta pendiente es la magnitud más importante en el diseño de un instrumento nucleónico: la Sensibilidad.

De manera que podemos concluir que empleando la Simulación por el Método de Monte Carlo con una aproximación sencilla de la eficiencia de detección de los neutrones resulta factible describir de una manera adecuada el comportamiento del Coeficiente de Reflexión de Neutrones Térmicos. Los resultados obtenidos pueden ser aplicados a simular la dependencia de la Sensibilidad de las instalaciones

en función de los parámetros de diseño de esta (tipo de fuente de neutrones, distancia fuente-detector, largo del detector, tipo de moderador mpleado, etc.) con vistas a la optimización del diseño de estos tipos de instrumentos nucleónicos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el financiamiento brindado por la Organización Internacional de Energía Atómica (Proyecto CUB/8/014) para la realización de este trabajo.

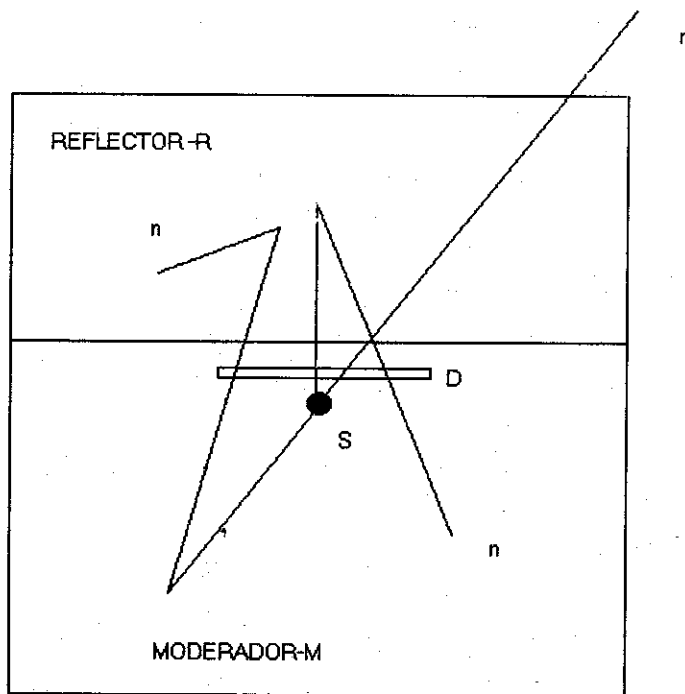


Figura 1. Geometría para la medición del Coeficiente de Reflexión de Neutrones Térmicos η .

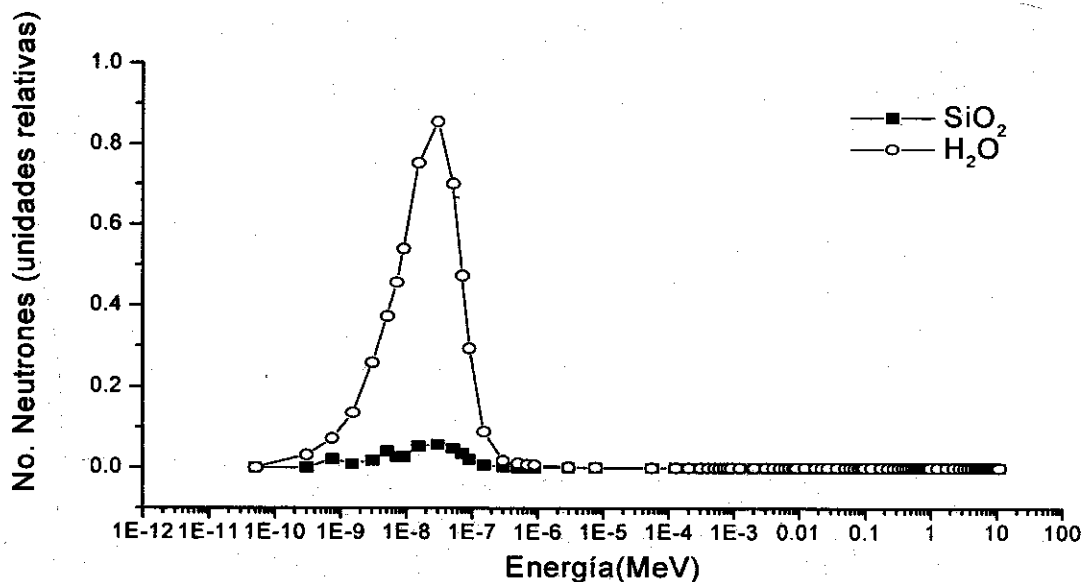


Figura 2. Espectros de neutrones en SiO_2 y H_2O .

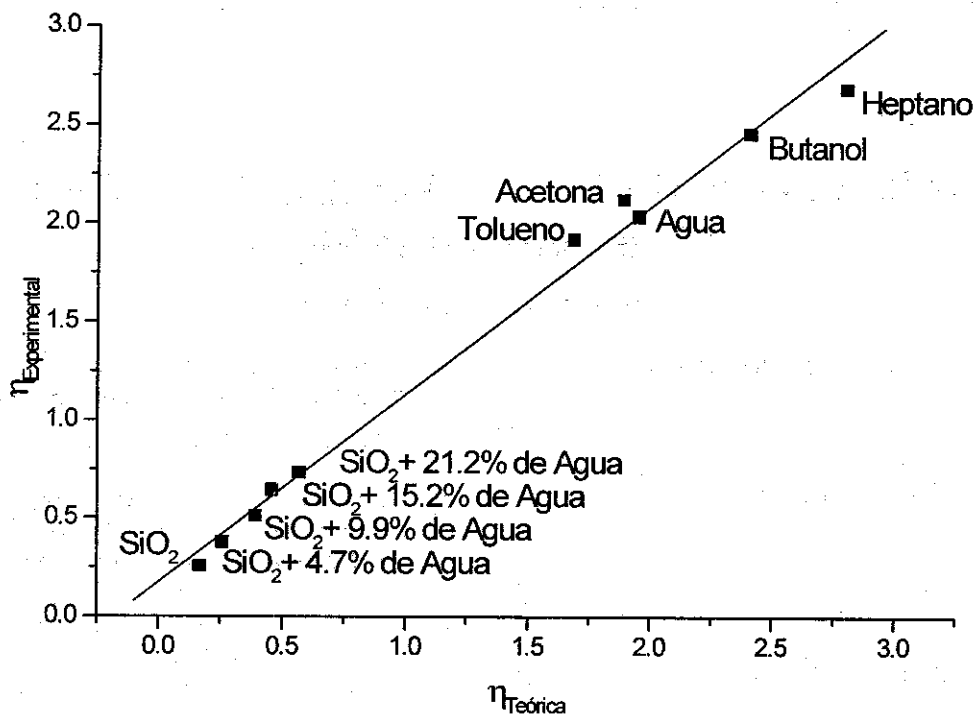


Figura 3. Dependencia η_{exp} vs. η_{teo}

REFERENCIAS

1. CSIKAI, J. *et al.* (1983): "Some applications of atomic and nuclear methods in geology and mining" Proceedings IAEA Consultants' Meeting on nuclear data for bore-hole and bulk-media assay using nuclear techniques. Krakow, Poland 14-18, november.
2. BUCZKO, M. *et al.* (1978): "Determination of hydrogen content in crude oil by the neutron reflection methods". **J. Radioanal. Letters.** 33(3), 133.
3. BRIESMEISTER, J. (Editor) (1993): MCNP "General Monte Carlo Code N-Particle Transport Code Version 4A", LA-12625 (november).
4. KINSEY, R. (1979): "Data format and Procedures for the Evaluated Nuclear data File, ENDF", Brookhaven National Laboratory Report, BNL-NCS-50496 (ENDF 102) 2nd Edition (ENDF/B-V) (october).
5. DESDIN, L. y R. PEREZ (1991): Empleo del equipo LAN-1 para la determinación de la humedad en mineral laterítico en Memorias del Simposio Internacional MINIMETAL-91. Palacio de las Convenciones, Habana.

PRIMER CONCURSO DE PROBLEMAS DE FISICA

“Fernando Crespo Sigler”

Primer lugar: Ernesto Altshuler

Detectando el Monopolo Magnético

De existir el llamado *monopolo magnético* (esto es, la “carga magnética” aislada), las ecuaciones Maxwell pudieran enunciarse así:

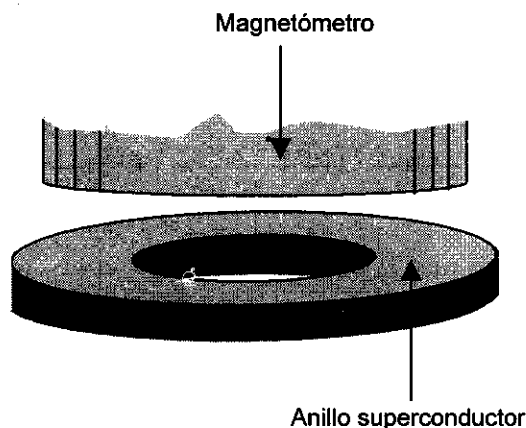
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{J}_m \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_e \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_e \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \rho_m \quad (4)$$

donde ρ_m y $\vec{J}_m$ son la *densidad de carga magnética* y la *densidad de corriente de carga magnética*, respectivamente, mientras que el resto de los símbolos corresponden a la formulación convencional de las ecuaciones. Algunos cálculos teóricos indican que el monopolio magnético debe tener una magnitud de $4 \times 10^{-15} \text{ Tm}^2$. Aunque hasta hoy no se ha podido probar experimentalmente su existencia, desde los primeros años 80' se ha estado tratando de detectar mediante un montaje como el que muestra la Figura 1.



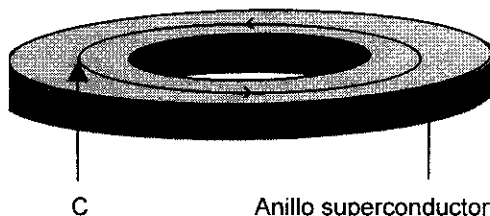
- Explique el principio de funcionamiento de este detector. Tenga en cuenta que, dentro del material superconductor, $\vec{E} = 0$.
- Suponga que el anillo superconductor se ha conformado a partir de una lámina superconductora de alta temperatura crítica cuyo grosor es de $1 \mu\text{m}$. ¿Cuál es, aproximadamente, el máximo radio interior que puede poseer el anillo si se pretende detectar el monopolio con el dispositivo inmerso en un baño de nitrógeno líquido ($T \approx 77 \text{ K}$)? Suponga que $\vec{B}$ es uniforme dentro del orificio del anillo, y que es nulo dentro del material superconductor. Desprecie el efecto de los “ruidos magnéticos” del ambiente tales como el campo magnético terrestre, y los campos asociados a las líneas de transmisión y a las señales de radiofrecuencia.

NOTA: Este ejercicio se torna mucho más sencillo si se agregan las siguientes sugerencias al final de los incisos (a) y (b).

- Integre la ecuación (1) en una superficie limitada por un contorno C dentro del anillo superconductor que encierre el orificio.
- Compare las energías térmica y magnética asociadas al anillo superconductor.

Respuesta

- Integrando (1) sobre la superficie S limitada por el contorno C según la siguiente figura:



y aplicando el Teorema de Stokes, obtenemos:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} - \iint_S \vec{J}_m \cdot d\vec{s}$$

como $\vec{E} = 0$ dentro del superconductor,

$$-\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} - \iint_S \vec{J}_m \cdot d\vec{s} = 0 \quad R1$$

Definamos:

$\phi_s = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$ como el flujo magnético que atraviesa el contorno C

$I_m = -\frac{\partial}{\partial t} Q_m = \iint_S \vec{J}_m \cdot d\vec{s}$ como la corriente de "carga magnética" que atraviesa el contorno C.

Sustituyendo en R1 estas definiciones y suponiendo que $\vec{B}$ es uniforme dentro del orificio del anillo:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi_s + Q_m) = 0$$

O sea, si una carga magnética atraviesa C en cualquier dirección o con cualquier velocidad, el flujo magnético ϕ_s asociado al mismo contorno se "adapta" para que la suma de ambos sea constante. Así, una variación de flujo magnético de unos $4 \times 10^{-15} \text{ Tm}^2$ medido con la ayuda del magnetómetro (o un múltiplo entero de ese valor) puede ser interpretado como el paso de una "carga magnética" a través del anillo superconductor.

- b) Aún si somos capaces de apantallar todos los "ruidos" magnéticos externos convenientemente, pueden haber variaciones del estado superconductor asociados a fluctuaciones térmicas que afecten el experimento. Si la energía media de estas fluctuaciones a $T \approx 77 \text{ K}$, E_T , es igual o mayor que la energía magnética asociada al paso de un monopolio magnético E_{mm} , no es posible realizar la detección. O sea, para que nuestro dispositivo funcione, debe cumplirse la condición:

$$E_T < E_{mm} \quad R2$$

La energía térmica a 77 K, vale:

$$E_T = \frac{1}{2} k_B T = \frac{1}{2} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 77 \text{ K} = 5.3 \cdot 10^{-22} \text{ J} \quad R3$$

donde k_B es la constante de Boltzmann. La energía magnética asociada a $\vec{B}$ dentro del volumen acotado por la trayectoria C y las superficies planas del anillo, es:

$$E_m = \frac{1}{2\mu_0} \iiint_V \vec{B}_2 \cdot d\vec{v} = \frac{1}{2\mu_0} \left\{ \iiint_{V_{\text{orificio}}} \vec{B}_2 \cdot d\vec{v} + \iiint_{V_{sc}} \vec{B}_2 \cdot d\vec{v} \right\}$$

Como $\vec{B} = 0$ dentro del material superconductor, y suponiendo $\vec{B}$ uniforme dentro del orificio:

$$E_m = \frac{1}{2\mu_0} \iiint_{V_{\text{orificio}}} \vec{B}_2 \cdot d\vec{v} = \frac{B^2}{2\mu_0} V_{\text{orificio}} = \frac{B^2}{2\mu_0} \pi r^2 d = \frac{1}{2\mu_0} \phi^2 \frac{d}{\pi r^2}$$

donde d es el grosor del anillo, r es su radio interior, y ϕ es el flujo magnético que atraviesa el contorno C. Si sustituimos valores para $\phi = 4 \times 10^{-15} \text{ Tm}^2$:

$$E_{mm} = \frac{(4 \cdot 10^{-15} \text{ Tm}^2)^2}{2 \cdot 1.26 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}} \cdot \frac{1}{\pi r^2} = 6.35 \cdot 10^{-30} \frac{1}{\pi r^2} \text{ J} \quad R4$$

Sustituyendo R3 y R4 en R2:

$$5.3 \cdot 10^{-22} \text{ J} < \frac{6.35 \cdot 10^{-30}}{\pi} \cdot \frac{1}{r^2} \text{ J} \Rightarrow r < 0.63 \cdot 10^{-4} \text{ m} \Rightarrow r < 63 \mu\text{m}$$

Aunque este anillo "de alta temperatura" ha sido diseñado expresamente para el presente problema, sus dimensiones no han de ser muy lejanas de las que se utilizan en la práctica. Entonces no es de extrañar que, de existir, sea bien difícil detectar el monopolio magnético: ¡Hay que esperar a que uno de ellos "se le ocurra" atravesar nuestro minúsculo anillo superconductor!