

# Sobre una ecuación para oscilaciones pequeñas en un fluido viscoso y compresible

José Marín Antuña y Oscar Sotolongo Costa  
Departamento de Física Teórica, Facultad de Física, Universidad de La Habana

## RESUMEN

Los autores obtienen una ecuación diferencial en derivadas parciales de tercer orden no clásica para describir las oscilaciones pequeñas de la presión y la densidad en un fluido viscoso y compresible, que se reduce a la conocida ecuación de las ondas acústicas en fluidos ideales para el caso en que los parámetros de viscosidad tienden a cero. Analizan, además, las relaciones de dispersión para dicha ecuación y obtienen una expresión general que se reduce, como caso particular de viscosidad pequeña, a un resultado reportado por Landau y obtenido de forma diferente. Para altas frecuencias y viscosidades grandes se obtiene, como caso particular, un resultado reportado por Brejovskij y Goncharov.

## ABSTRACT

The authors obtain a partial differential equation of third order to describe the small oscillations of pressure and density in a viscous and compressible fluid, which reduces to the well known equation of the acoustic waves in ideal fluids when the parameters of viscosity become zero. They, moreover, analyze the dispersion relations for this equation and obtain a

general expression, which reduces, in the particular case of small viscosity, to a result reported by Landau and obtained by other way. In the particular case of high frequency and high viscosity they obtain a result reported by Brekhovskij and Goncharov.

## INTRODUCCIÓN

En los últimos tiempos ha crecido el interés por el estudio de las propiedades dinámicas y de los procesos físicos en fluidos viscosos compresibles. Este interés viene dado por las diversas aplicaciones de las investigaciones a los procesos relacionados con el uso de combustibles [1] y lubricantes [2], así como la necesidad de estudios más profundos de los procesos reales en océanos y en la atmósfera [3]. Igualmente, son de interés las posibles aplicaciones en la medicina. Se ha realizado un conjunto grande de trabajos teóricos y prácticos sobre los problemas del movimiento y la excitación de ondas en fluidos ideales y viscosos [4-12] y en la presente publicación presentamos una ecuación diferencial de tercer orden en derivadas parciales que permite describir las oscilaciones pequeñas en un fluido viscoso y compresible y hacemos algunas consideraciones al respecto.

### 1. ECUACIÓN FUNDAMENTAL

Consideremos un fluido viscoso y compresible. Referiremos el análisis de las oscilaciones pequeñas en dicho fluido a un sistema de coordenadas cartesianas  $(x_1, x_2, x_3)$ . El sistema de ecuaciones hidrodinámicas que describe los movimientos del fluido está compuesto por:

- La ecuación de Navier-Stokes

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \frac{1}{\rho} \nabla p = \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{\rho} \left( \xi + \frac{\eta}{3} \right) \nabla (\nabla \cdot \vec{v}) + \vec{f} \quad (1)$$

donde  $\vec{v} = \{v_1, v_2, v_3\}$  es la velocidad de las partículas del fluido,  $p$  su presión,  $\rho$  su densidad,  $\eta$  el coeficiente de viscosidad newtoniana,  $\xi$  la segunda viscosidad y  $\vec{f}$  las fuerzas externas por unidad de masa. Consideramos un fluido tal que  $\eta$  y  $\xi$  son constantes.

- La ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2)$$

- La ecuación de estado

$$p = p(\rho, S) \quad (3)$$

donde  $S$  denota la entropía de la partícula de fluido.

Consideremos que la naturaleza de los procesos que estudiamos es tal que estos puedan considerarse isoentrópicos; entonces, denotando por [13]

$$c^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad (4)$$

cuyo sentido físico es el cuadrado de la velocidad del sonido en el fluido y que consideramos una función dada de  $p$  y  $\rho$ , la ecuación (2) adopta la forma

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dt} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (5)$$

Consideremos ahora que las perturbaciones en el fluido con respecto a una posición de equilibrio son pequeñas. Ello significa que si, por ejemplo,  $v_0$  es la amplitud de la velocidad,  $\omega$  la frecuencia y  $k$  el número de la onda:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \propto \omega v_0, \quad (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \propto kv_0^2$$

La relación de estas magnitudes es

$$\epsilon = \frac{(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}}{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}} = \frac{kv_0^2}{\omega v_0} = \frac{v_0}{c_f} \quad (6)$$

donde  $c_f$  es la velocidad de fase.  $\epsilon$  es un parámetro de linealidad y exigiremos que  $\epsilon \ll 1$ , lo que equivale a que la velocidad de las partículas del fluido en la onda sea mucho menor que la velocidad de fase de la onda. Bajo esta suposición podemos desprestigiar el término no lineal  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}$  en la ecuación de Navier-Stokes y como resultado -no considerando la acción de fuerzas externas- el sistema de ecuaciones (1) y (5) que describe los movimientos del fluido adopta la forma

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p = \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{\rho} \left( \xi + \frac{\eta}{3} \right) \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \quad (7)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dt} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (8)$$

Analícemos en este fluido perturbaciones pequeñas de la presión y de la densidad con respecto a una posición de equilibrio; es decir, consideremos que

$$p = p_0 + p', \quad \rho = \rho_0 + \rho' \quad (9)$$

Entonces, tomando sólo la parte lineal de las expresiones para la densidad y para la presión dinámica (la cual escribiremos en lo adelante sin la prima para simplificar las expresiones) llegamos a

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} p = \frac{\eta}{\rho_0} \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{\rho_0} \left( \xi + \frac{\eta}{3} \right) \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \quad (10)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (11)$$

El sistema de ecuaciones (10)-(11) es nuestro sistema básico de ecuaciones lineales para describir las pequeñas oscilaciones en el fluido viscoso y compresible. Sencillas operaciones matemáticas nos permiten llevar este sistema a la siguiente ecuación diferencial equivalente:

$$L[p] \equiv \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial p}{\partial t} - M \nabla^2 p \right] - \nabla^2 p = 0 \quad (12)$$

donde hemos representado por

$$M = \frac{1}{\rho_0} \left( \xi + \frac{4\eta}{3} \right) \quad (13)$$

al parámetro fundamental de la viscosidad.

La ecuación (12) la denominamos ecuación fundamental para las pequeñas oscilaciones en un fluido viscoso y compresible y, según se aprecia, es una ecuación diferencial en derivadas parciales de tercer orden no clásica que se reduce a la conocida ecuación de D'Alembert para las ondas acústicas en un fluido ideal en el caso en que el parámetro de viscosidad  $M=0$ . No es difícil comprobar que la variación de la densidad del fluido satisface esta misma ecuación.

## 2. RELACIONES DE DISPERSIÓN

Propongamos en (12) una solución de la forma

$$p = p_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} + \omega t)} \quad (14)$$

con  $\vec{k} = \{k_1, k_2, k_3\}$  y  $\vec{x} = \{x_1, x_2, x_3\}$ .

Colocando (14) en (12) se obtiene

$$c^2 k^2 + i\omega M k^2 - \omega^2 = 0 \quad (15)$$

ecuación que expresa la ley de dispersión de las ondas en el fluido viscoso compresible. La solución de (15) puede expresarse en la forma

$$k = \pm \frac{\sqrt{\omega}}{\sqrt{c^4 + \omega^2 M^2}} e^{-i \arctg \frac{\omega M}{c^2}} \quad (16)$$

que se reduce a la conocida expresión de dispersión de las ondas acústicas en un fluido ideal para  $M=0$ . Una forma equivalente de (16) es:

$$k = \frac{\omega}{\sqrt{2} \sqrt{c^4 + \omega^2 M^2}} \left\{ \sqrt{\sqrt{c^4 + \omega^2 M^2} + c^2} + i \sqrt{\sqrt{c^4 + \omega^2 M^2} - c^2} \right\} \quad (17)$$

La expresión (17) nos permite afirmar que tiene lugar el amortiguamiento de la onda plana al propagarse en el fluido a consecuencia de la viscosidad. La parte imaginaria del número de onda es la responsable de dicho amortiguamiento y su expresión

$$k_2 = \frac{\omega}{\sqrt{2} \sqrt{c^4 + \omega^2 M^2}} \sqrt{\sqrt{c^4 + \omega^2 M^2} - c^2} \quad (18)$$

ha sido aquí obtenida sin ningún tipo de restricción para los valores del parámetro de viscosidad  $M$ . En el caso en que  $M \rightarrow 0$ ,  $k_2 \rightarrow 0$  y el amortiguamiento desaparece. La expresión (18) es la contribución al amortiguamiento debida exclusivamente a la viscosidad. Consideremos, además, la contribución asociada a la conducción del calor; para ello tengamos en cuenta que la variación de la energía mecánica del sistema debido a los gradientes de temperatura creados por la onda es [14]:

$$E_m = \frac{\chi}{T} \int (\nabla T)^2 dV \quad (19)$$

Este es el término que da cuenta de  $E_m$  por razones de termoconducción;  $\chi$  es el coeficiente de conductividad térmica. La alteración de la temperatura  $T'$  del medio en relación con la temperatura inicial  $T$  es [14]:

$$T = \frac{cT}{c_p} \beta v \quad (20)$$

donde  $\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$  es el coeficiente de dilatación térmica.

Sencillos cálculos conducen a

$$\dot{E}_m = \frac{\chi \beta^2 c^2 T}{c_p^2} k^2 v^2 V_0 \quad (21)$$

donde  $V_0$  es el volumen del fluido. Colocando en (21)  $k^2$  despejado de (15)

y teniendo en cuenta que [14]  $c_p - c_v = T\beta^2 c^2 \frac{V^C}{c_p}$  se llega, finalmente a:

$$|\dot{E}_m| = \frac{\chi v_0^2 V_0^2}{2} \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \frac{\omega^2}{\sqrt{c^4 + M^2 \omega^2}} \quad (22)$$

donde  $v_0$  es la media temporal de la velocidad de las partículas de fluido.

La expresión (22) representa la contribución a las pérdidas de energía debido a la termoconducción y se reduce a la obtenida por Landau [14] cuando el fluido no es viscoso ( $M=0$ ). Producto de esta disipación, la onda decrece en amplitud la cantidad  $e^{-\gamma_0 x}$  donde

$$Y_0 = \frac{E_{ov}^2}{2cE} = \frac{\rho c \omega^2}{2cE} = \frac{\rho \omega^2}{2E} \quad (23)$$

donde  $E^{ov^2} = \frac{\rho}{2} V_0$  es la energía media. La expresión (23) se reduce a la

de Landau [14] si  $M=0$ . Sumando (18) y (23) obtenemos el decremento logarítmico total debido tanto a la viscosidad, como a la conducción de calor.

La expresión final es:

$$Y = \frac{\omega}{\sqrt{c^4 + M^2 \omega^2}} \left\{ \frac{\chi \omega}{2c\rho} \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) + \frac{\sqrt{c^4 + M^2 \omega^2 - c^2}}{\sqrt{2}} \right\} \quad (24)$$

En el caso particular en que  $\omega^2 M^2 \ll c^4$  de (24) se obtiene

$$Y = \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \left\{ \left[ \xi + \frac{4\eta}{3} \right] + \chi \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right\} \quad (25)$$

La expresión (25) coincide exactamente con la reportada por Landau [14] obtenida por otros medios para el amortiguamiento en el caso de fluidos de viscosidad pequeña, cuestión esta que nos ayuda a confirmar la validez del resultado general (24) obtenido por nosotros.

### 3. ONDAS VISCOSAS

Supongamos que el fluido que investigamos es incompresible; entonces

desde el principio de nuestras deducciones debemos suponer  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$  y  $M = v = \frac{\eta}{\rho_0}$ .

Para este caso la expresión (24) adopta la forma

$$Y = \frac{\omega}{\sqrt{c^4 + v^2 \omega^2}} \left\{ \frac{\chi \omega}{2c\rho} \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) + \frac{\sqrt{c^4 + v^2 \omega^2 - c^2}}{\sqrt{2}} \right\} \quad (26)$$

Considerando la conductividad térmica baja ( $\chi \approx 0$ ) y viscosidad cinemática grande y frecuencia alta de la onda sonora ( $\omega^2 v^2 \gg c^4$ ), de (26) se llega a la expresión

$$Y = \sqrt{\frac{\omega}{2v}} \quad (27)$$

La fórmula (27) fue obtenida por Brejovskij y Goncharov [13] al estudiar el amortiguamiento de una onda excitada por una placa vibrando en su plano en un medio viscoso.

Con un dispositivo experimental puede medirse el amortiguamiento de una onda sonora de frecuencia  $\omega$  conocida. Para amplitudes pequeñas y frecuencias altas la aproximación es buena y la viscosidad cinemática, de (27), es

$$v = \frac{\omega}{2Y^2} \quad (28)$$

La fórmula (24) permite -a diferencia de (26) y (28)- conocer el amortiguamiento de la onda para cualquier rango de valores de la viscosidad y de la frecuencia, lo que podría ser de gran utilidad en la industria.

#### 4. CONCLUSIÓN

La fórmula (24) resulta de gran importancia, ya que sirve para calcular cualquier valor de la viscosidad y contiene en el límite como casos particulares a las fórmulas conocidas (25) y (27). Es innecesario -por lo evidente- recalcar la importancia que ésto tiene para la realización de experimentos.

La figura 1 representa la dependencia de  $\gamma$  como función de  $\eta$  para  $\omega$ ,  $c$  y  $\rho$  fijos ( $\mathcal{K} \approx 0$ ) de los resultados arriba expresados. La curva (1) representa la dependencia según (25) (Landau); la curva (2) representa dicha dependencia de acuerdo con (27) (Brejovskij y Goncharov) y la curva (3) de la gráfica de la expresión (24) obtenida en el presente trabajo. Como puede apreciarse, la fórmula propuesta no presenta divergencias y, además, conduce a otras fórmulas aproximadas como casos particulares; ello la hace muy atractiva físicamente.

Lo expuesto en el presente trabajo, de acuerdo con nuestro conocimiento, constituye un primer intento de estudiar una descripción general de los procesos de pequeñas oscilaciones en fluidos viscosos sin considerar limitación alguna en los parámetros de viscosidad, por lo que resulta de gran interés para la investigación teórica de dichos procesos tanto desde el punto de vista matemático, como desde el punto de vista físico.

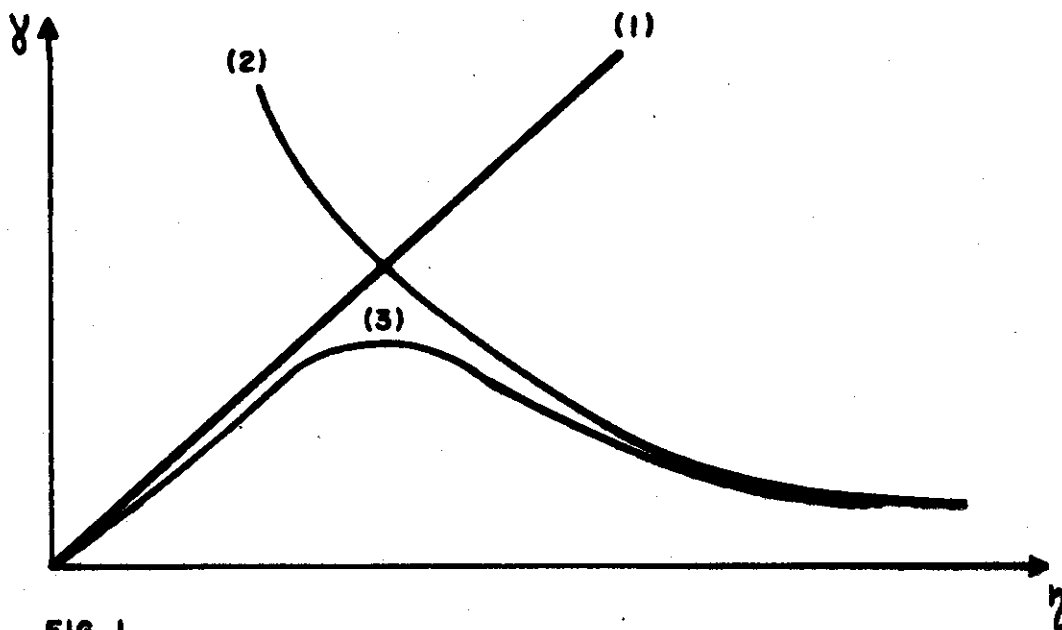


FIG. 1

(1) Landau, (2) Brejovskij- Goncharov, (3) Nueva relación

## BIBLIOGRAFÍA

1. Nevolin, V.G. (1983)  
*Excitaciones paramétricas de oscilaciones de un fluido que se desborda de un recipiente.* Izv. AN SSSR. Mecanica Zhid. y gaza. Vol. 18, No. 2, 150-152, 1983; Fluid Dyn. (USA) Vol. 18, No. 2, 293-295.
2. Semenova, I.P. y A.E. Yakubenko (1983)  
*Regímenes de ondas estacionarias en una película de líquido viscoso que fluye a lo largo de una pared vertical.* Izv. AN SSSR. Mecanica Zhid. y gaza Vol. 18, No. 3, 16-22, 1983; Fluid Dyn. (USA), Vol. 18, No. 3, 349-355.
3. Campos, L.M.B. (1983)  
*Tendencias modernas en la investigación de ondas en fluidos II. Propagación y disipación en atmósferas compresibles e ionizadas.* Port. Phys. (Portugal), Vol. 14, No. 3-4, 145-173. 1983.
4. Palko, L.S. (1983)  
*Sobre cierta representación general de la solución de ecuaciones en los problemas de hidrodinámica de líquidos viscosos.* Dopv. Akad. Nauk Uk RSR, seria A, No. 10, 33-37.
5. Shik, P.; G.E. Smith; G.S. Springer y Y. Rimo (1983)  
*Condiciones de frontera para la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes compresibles por un método implícito de factorización.* J. Comput. Phys. (USA), Vol. 52, No. 1, 54-79, 1983.
6. Vasin, S.V. y N.G. Tamurov (1983)  
*Efecto de la compresibilidad de un fluido viscoso sobre las oscilaciones libres de una lámina circular elástica que interactúa con el fluido.* Sov. Appl. Mech. (USA), Vol. 19, No. 7, 604-609, 1983; Prikl. Mej. (URSS), Vol. 19, No. 7, 48-54.
7. Riley, N. (1984)  
*Progressive surface waves on a liquid of non-uniform depth.* Wave Motion (Netherlands), Vol. 6, No. 1, 15-22, 1984.
8. Anile, A.M. y S. Pluchino (1984)  
*Wave modes in non-local fluid dynamics.* J. Mec. Theor. and Appl. (Frame), Vol. 3, No. 2, 167-179.
9. Gào Zhi, Lu Wen-qiáng (1983)  
*On waves in nonadiabatic and nonequilibrium gases.* Acta Phys. Sin (China) Vol. 32, No. 6, 713-722, 1983. English translation in Chin. J. Phys. (USA).
10. Fried, H.M. y J. Tesselndorf (1984)  
*Green's functions at zero viscosity.* J. Math. Phys. (USA), Vol. 25, No. 4, 1144-1154.



11. Kiuken, G.D.C. (1984)  
*Wave propagation in fluid lines. Appl. Sci. Res. (Netherlands), Vol. 41, No. 2, 69-91.*
12. Aslanov, S.K. (1983)  
*Excitación hidrodinámica de ondas por una superficie caliente en un líquido viscoso. Hidromejánica (URSS), No. 7, 18-25.*
13. Brejovskij, L.M. y V.V. Goncharov  
*Introducción a la mecánica de los medios continuos. Moscú, Nauka.*
14. Landau, L.D. Lifshits (1967)  
*Curso de Física Teórica, Tomo VI. Mecánica de los Fluidos. Moscú, Nauka.*

# Estudio y uso de contactos de níquel en celdas solares de silicio

J. Almeida, N. Safronova, A. Martel y G. Santana  
Departamento de Investigaciones de Electrónica del Estado Sólido,  
Instituto de Materiales y Reactivos para la Electrónica, Universidad  
de La Habana

## RESUMEN

En este trabajo se ofrecen las experiencias y resultados acerca del comportamiento de contactos de níquel, depositados por vía química (electroless), para distintas máscaras aisladoras, tratamientos térmicos y condiciones de formación, en la confección de celdas solares de silicio monocristalino.

## ABSTRACT

In this work is present the study and fabrication of electroless nickel contact for solar cells applications. The system Ni/n type Si, were study for different thermal treatments and using four dielectric masks for the obtention of the front grid. Contact resistance were measured by TLM method and the I-V characteristics on the solar cells for further analysis.

## I. INTRODUCCIÓN

Entre los factores que elevan el costo de las celdas solares de silicio monocristalino, están el tipo de metal utilizado en los contactos anterior, posterior y los métodos de obtención de los mismos. Es conocido [1-2] que los sistemas Ti/Pd/Ag y Ti/Ni/Cu dan excelentes resultados, pero su costo tanto por los metales como por el método, es elevado. Una alternativa a

esta situación es el uso de procesos serigráficos con pastas constituidas fundamentalmente por Ag y Al (60-80 % en peso). En este caso el proceso de formación es sencillo y barato, pero el material es relativamente costoso. Esta situación ha despertado interés teórico y práctico hacia el uso de contactos de níquel obtenidos por deposición química (electroless) [3-6].

La utilización de este método en celdas solares de silicio permite formar simultáneamente el contacto anterior y posterior para superficies pulidas y texturadas y es compatible con la tecnología de capa gruesa, que también tiende a disminuir el costo. El procedimiento y soluciones químicas usados en este método están reportados en la literatura [7] y han sido utilizados y enriquecidos por varios autores [4-5]. Sin embargo, en la ejecución práctica de estos contactos existen contradicciones que deben ser resueltas.

Entre ellas se encuentran:

- la mala deposición o pobre adherencia del níquel al silicio que están en dependencia de la preparación de la superficie.
- las diferentes velocidades de crecimiento del níquel en las caras n y p del dispositivo que obligan a compromisos de tiempo.
- por un lado la necesidad de realizar tratamientos térmicos (para disminuir la resistencia del contacto) y la rapidez de difusión del níquel en silicio (que puede cortocircuitar la juntura), por otro [2-3].

## II. PREPARACIÓN Y ESTUDIO DEL CONTACTO DE NÍQUEL

Para ello se obtuvieron con una topología determinada contactos de níquel sobre un emisor tipo n. Para ello se formó una capa n+ mediante la difusión de fósforo a 970 °C en un sustrato tipo p de orientación <100> y resistividad 0,5 ohm cm. La difusión se realizó a través de una ventana rectangular abierta en SiO<sub>2</sub> crecido térmicamente. La resistividad laminar de la capa n+ varió entre 15 y 20 Ohm/cm. Posteriormente se depositó SiO<sub>2</sub> por pulverización catódica reactiva y por fotolitografía se abrieron las ventanas de contacto en la zona difundida. A continuación se realizó la deposición química del níquel, pudiéndose o no realizar un tratamiento térmico antes de engrosar los contactos por inmersión en Sb-Pb fundidos.

El efecto de los tratamientos térmicos se estudió sometiendo las muestras a una temperatura de 300 °C en atmósfera de nitrógeno para dos tiempos diferentes.

## III. PREPARACIÓN DE LAS CELDAS

Los resultados y experiencias obtenidas en la preparación y estudio del contacto fueron aplicados a la confección de celdas solares de silicio monocristalino. Para ello partimos de obleas de silicio tipo p, orientación <100> con 0,5 y 7,5 ohm cm de resistividad.

Después de una limpieza química con ácidos y solventes orgánicos algunos sustratos se atacaron con una solución de KOH al 10 % que contiene isopropanol con el fin de obtener el texturado superficial deseado. La juntura se obtuvo por difusión de fósforo a 970 °C utilizando una fuente líquida de  $\text{POCl}_3$  en un horno de tubo abierto, lográndose una resistividad laminar entre 15 y 20  $\text{Ohm}/\square$ . Para la deposición del níquel se ensayaron diferentes máscaras:  $\text{Si}_3\text{N}_4$  y  $\text{SiO}_2$  depositados por pulverización catódica reactiva, fotoresina AZ 1350H y  $\text{TiO}_2$  depositados por el método de spin-on.

Los espesores de las capas de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ,  $\text{SiO}_2$  y  $\text{TiO}_2$  fueron ajustados de tal manera que fungen como capas antirreflectantes.

La juntura p-n por la cara posterior se eliminó por desbaste mecánico con polvos abrasivos. Sumergiendo la muestra en la solución para depositar níquel *electroless* se obtienen simultáneamente los contactos anterior y posterior de la celda. Finalmente se realiza el tratamiento térmico y se engrosan los contactos, también por inmersión, en Pb-Sn fundidos a 230 °C. Usualmente es necesario desbastar mecánicamente los bordes con el fin de eliminar el metal que cortocircuita la juntura.

De esta forma se confeccionaron cerca de 50 celdas de área 4 y 7,5  $\text{cm}^2$ .

#### IV. RESULTADOS

La resistencia de contacto en el sistema Ni *electroless*/Si tipo n se estudió utilizando el método de la línea de transmisión [9,10].

Por este método se determinó la resistencia laminar de la capa difundida y la de contacto.

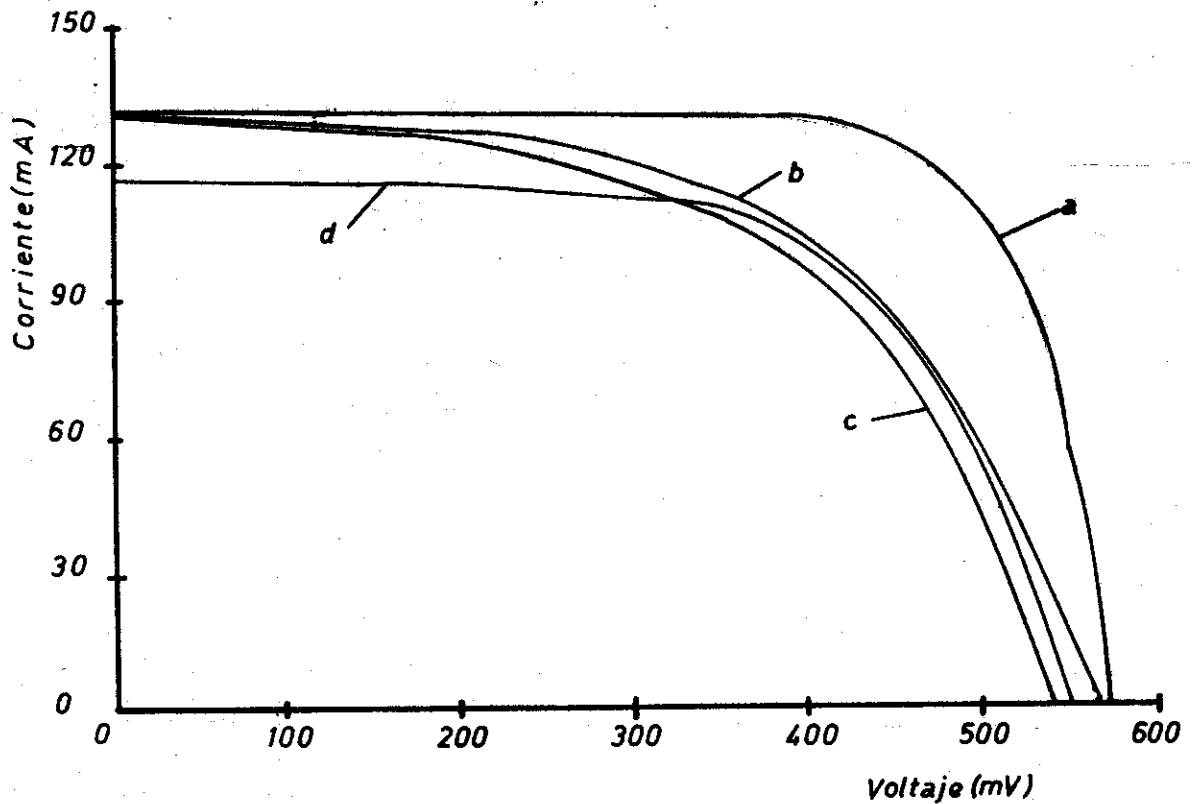
Los resultados de estas mediciones se recogen en la Tabla I. Para evaluar la influencia de los contactos sobre las características de las celdas fueron medidas las curvas I-V iluminadas bajo radiación artificial de 100  $\text{mW}/\text{cm}^2$ .

TABLA I

número muestra	Temperatura de tratamiento	Tiempo de tratamiento	Resistencia de contacto	Resistencia laminar
	°C	minutos	$\text{Ohm}/\text{cm}^2$	$\text{Ohm}/\square$
1	sin tratamiento	-	$1,0 \cdot 10^{-4}$	21,8
2	sin tratamiento	-	$2,9 \cdot 10^{-4}$	22,0
3	sin tratamiento	-	$1,1 \cdot 10^{-4}$	25,1
4	sin tratamiento	-	$4,7 \cdot 10^{-4}$	22,3
5	sin tratamiento	-	$8,1 \cdot 10^{-4}$	21,9

6	300	3	$1,3 \cdot 10^{-5}$	14,9
7	300	3	$8,1 \cdot 10^{-6}$	14,7
8	300	3	$7,3 \cdot 10^{-6}$	14,5
9	300	3	$7,7 \cdot 10^{-6}$	14,6
10	300	20	$3,5 \cdot 10^{-6}$	11,7
11	300	20	$4,1 \cdot 10^{-6}$	11,7
12	300	20	$6,2 \cdot 10^{-6}$	11,6

En la figura 1 se muestran cuatro de estas características, para diferentes máscaras dieléctricas.



A partir de estas características mediante una computadora personal [11], fueron calculados el voltaje de circuito abierto y la resistencia serie de las celdas. Estos dos parámetros son los más sensibles a la penetración del níquel y la calidad del contacto.

En la Tabla II se resumen estas mediciones.

TABLA 2

número de la celda	tipo de máscara dieléctrica	área aproximada	voltaje de circuito abierto	resistencia serie
	-	cm <sup>2</sup>	mV	Ohm
1	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	4	570	0,5
2	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	4	560	0,2
3	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	4	564	0,8
4	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	4	562	1,0
5	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	4	573	0,5
6	AZ-1350H	7,5	520	0,3
7	AZ-1350H	7,5	550	0,3
8	AZ-1350H	7,5	522	0,3
9	SiO <sub>2</sub>	7,5	580	1,2
10	SiO <sub>2</sub>	7,5	564	0,9
11	SiO <sub>2</sub>	7,5	568	0,8
12	TiO <sub>2</sub>	7,5	577	0,2
13	TiO <sub>2</sub>	7,5	563	0,5
14	TiO <sub>2</sub>	7,5	564	0,3

## V. DISCUSIÓN

El análisis de la Tabla I muestra que el tratamiento térmico a 300 °C mejora la resistencia de contacto en aproximadamente dos órdenes. Mientras que el tiempo mayor de 3 minutos no aporta una reducción sustancial de dicha resistencia pero si degrada drásticamente el voltaje de circuito

abierto de las celdas, como fue establecido en la práctica. Por esta razón escogimos un tratamiento térmico a 300 °C durante tres minutos, para la confección de las celdas.

La Tabla II confirma que el tratamiento térmico escogido permite obtener celdas solares con altos valores de voltaje de circuito abierto. Además de la misma se ve que la repetibilidad del valor de la resistencia en serie es mayor cuando se usan máscaras dieléctricas AZ 1350H y  $TiO_2$  que con otras. También con estas máscaras el valor promedio de la resistencia en serie es menor en general. De lo anterior se concluye que la máscara idónea es la de  $TiO_2$ , ya que garantiza buenos parámetros eléctricos en el dispositivo y además puede ser usada como capa antirreflectante.

#### AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a José Moreno por realizar los procesos de limpieza química y difusión y a José Vilahomat por deposición de  $SiO_2$  y  $Si_3N_4$  por el método de pulverización catódica reactiva.

#### BIBLIOGRAFÍA

- [1] Almeida, J.; N. Safronova y A. Martel  
*Fabricación de celdas solares de silicio monocristalino con superficie texturada*. Rev. Cubana de Física (en publicación).
- [2] Meier, D.L.; R.B. Campbell; J.R. Davis et al.  
*Solar cell contacts*. 16<sup>th</sup> IEEE Photovoltaic Spec. Conf. San Diego, Calif. 1982, Conf. Rec. N.Y. 1982, pp. 904-906.
- [3] Petersen, R.C. y A. Muleo  
*Silicon Solar cells with nickel/solder metallization*. Proc. 3<sup>rd</sup> commission of the European Comm. Conf. Photov. Solar Evergy Cannes. Oct. 27-31, 1980, pp. 684.
- [4] Grenon, L.A.; N.G. Sakiotis y M.G. Coleman  
*Reliability of Silicon solar cells with a plated nickel-copper metallization system*. Proc. 15<sup>th</sup> Photovolt. specialist conf. Orlando. Fla. May 13-15. 1981 IEEE N.Y. 1981, pp. 522.
- [5] Cocorullo, G.; G. Prezioso y M. Zarccone  
*High reliability nickel electroless metallization of solar cells*. Solar Cells, 11, 1984, pp. 19-27.
- [6] Wolf, M.  
*Metallization for large area solar cells*. Proc. 15<sup>th</sup> Photovolt Specialist Conf. Orlando Fla. May 13-15 1981 IEEE N.Y. 1981, pp. 506.
- [7] Sullivan, M.V. y J.H. Eigler  
*Electroless nickel plating for making ohmic contacts to silicon*. Journal of the Electrochemical Society. 104, 1957. pp. 226.

- [8] Iwasa, H.; M. Yokizawa e I. Teramoto  
*Electroless nickel plating on silicon*. Journal of the Electrochemical Society 115, 1968, pp. 912.
- [9] Maenpaa, M.; I. Suni; M. Nicolet; F. Ho y P. Iles  
Proc. 15<sup>th</sup> Photovolt specialist conf. Orlando Fla. May 13-15, 1981 IEEE  
N.Y. 1981, pp. 518.
- [10] Shroder, D.K. y D.L. Meier  
*Solar cell contact resistance-review*. IEEE Trans. Electron Devices  
vol. ED-31, no. 5 May 1984.
- [11] Martel, A.  
*Programas de computación para el estudio de celdas solares de Si monocristalino*. Poster X SLAFES. Habana.



# Acerca de las soluciones clásicas del SU (2) Yang-Mills Euclideo

Jorge A. González y Reynaldo Mola H.  
Departamento de Física, Universidad de Camagüey, Cuba

## RESUMEN

Para el SU(2) Yang-Mills Euclideo descrito en el formalismo de t'Hooft se encuentra un análogo entre las ecuaciones de los campos de calibración y la ecuación de la teoría  $\lambda\phi^4$ . Se muestra que las únicas soluciones existentes en el espacio Euclideo que contienen acción finita corresponden a soluciones instantónicas con cargas topológicas uno y cero.

## ABSTRACT

An analogous between the theory  $\lambda\phi^4$  and the SU(2) Euclidean gauge theory described in t' Hooft's formalism is found. It is shown that the unique solutions existing in the Euclidean space which contain finite action belong to instanton-solutions with topological charges one and zero.

## I. INTRODUCCIÓN

El estudio de las teorías de calibración es de gran interés para la descripción de las interacciones de los quarks y leptones y juegan un papel fundamental en la teoría cuántica del campo.

Estas teorías han sido estudiadas desde varios puntos de vista. En particular el análisis de las soluciones de las ecuaciones clásicas del movimiento juegan un rol importante en los estudios no perturbativos como

por ejemplo: en la construcción del vacío de la cromodinámica cuántica, en el estudio del confinamiento quárcico, cuantificación no-lineal y otros.

Desde la aparición de las soluciones instantónicas de Belavin, Polyakov, Schwartz y Tyupkin y t' Hooft en 1975 (BPST-instanton) [1,2] de las ecuaciones clásicas del movimiento de los campos no-abelianos se lleva a cabo una serie de importantes investigaciones de las mismas debido fundamentalmente a las propiedades de acción mínima finita que estas presentan, lo cual es decisivo para la cuantificación por los métodos de la teoría cuasi-clásica (ver por ejemplo [3,4]). Producto de esto en los últimos años se han realizado estudios con el objetivo de encontrar nuevas soluciones de las ecuaciones euclidianas del Yang-Mills [5-7] con mínima acción que puedan brindar algún aporte a las anteriores cuestiones. En estos trabajos [5,7] se encontraron soluciones elípticas a la ecuación de autodualidad o antiautodualidad, las cuales generalizan a las de tipo BPST y además presentan singularidad para valores arbitrarios de las funciones elípticas de Jacobi. No obstante eso en el trabajo [6] se muestra que la aparición de un instantón singular de tipo BPST puede ser obtenido en la teoría de perturbación.

En el presente trabajo se hacen estudios de las posibles soluciones de la ecuación de Yang-Mills en el espacio de Euclides utilizando el ansatz de t'Hooft para el grupo SU(2), lo cual posibilita representar la compleja ecuación en una forma escalar más sencilla. Las únicas soluciones localizadas de la ecuación de Yang-Mills que tienen acción finita corresponden a valores nulos del tensor energía-impulso y satisfacen a las ecuaciones de autodualidad con diferentes cargas topológicas.

## 2. FORMULACIÓN EUCLIDIANA DEL YANG-MILLS Y ANSATZ DE t'HOOF T

Un sistema de campos de Yang-Mills se describe por la acción

$$S = - \frac{1}{2g} \int d^4x \text{Tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (1)$$

donde:  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + i[A_\mu, A_\nu]$  estensor intensidad del campo de calibración, representados en forma de matrices Ermitianas de una representación adjunta del álgebra de Lie del grupo de Lie G.

Los extremales de la acción (I) satisfacen a las ecuaciones de Yang-Mills

$$\partial_\nu F_{\mu\nu} + i[F_{\mu\nu}, A_\nu] = 0, \quad (2)$$

las cuales al igual que la acción (I) son invariantes con respecto a las transformaciones de calibración de los potenciales

$$A'_\mu = g^+ A_\mu g - ig^+ \partial_\mu g, \quad (3)$$

donde  $g$  son matrices realizadoras de la representación unitaria del grupo compacto de calibración  $G$ .

En el espacio real de Minkovsky existen muchas soluciones de las ecuaciones de Yang-Mills (2). En particular fue mostrado [8] que al igual que en la electrodinámica en el caso de los campos noabelianos existen soluciones de tipo de ondas planas. Estas, con densidad energética finita, poseen una energía indeterminada.

En el espacio de Euclides sin embargo la teoría cambia. Este último no es más que el de Minkovsky tomado con tiempo imaginario, o sea, haciendo el cambio

$$x_0 \rightarrow -ix_4 \quad (4)$$

podríamos obtener la representación euclideana de todas las magnitudes físicas.

En el espacio de Euclides es evidente que la suma de cuadrados

$$\text{Tr}[(F_{\mu\nu} - \tilde{F}_{\mu\nu})(F_{\mu\nu} - \tilde{F}_{\mu\nu})] \geq 0, \quad (5)$$

donde  $\tilde{F}_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$  es tensor dual con relación a  $F_{\mu\nu}$ ,  $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  es un tensor completamente antisimétrico.

De (5) sale que

$$\text{Tr}(F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \tilde{F}_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}) \geq 2 \text{Tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}), \quad (6)$$

de donde por la relación

$$\text{Tr}(\tilde{F}_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}) = \text{Tr}(F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}), \quad (7)$$

obtenemos que

$$\text{Tr}(F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}) \geq \text{Tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}), \quad (8)$$

quien establece luego de la integración el valor mínimo de la acción euclideana del Yang-Mills. Esta se establece cuando

$$F_{\mu\nu} = \tilde{F}_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta} \quad (9)$$

Las ecuaciones (9) son llamadas ecuaciones de autodualidad y como es evidente forman un sistema de ecuaciones menos complejo que (2). Las ecuaciones de antiautodualidad también responden a valores mínimos de la acción.

Para pasar de la teoría del campo en el espacio de Minkovsky a la teoría del campo en el espacio con métrica euclideana es necesario realizar el llamado virage de Bik en el plano complejo de la variable  $x_0$  y  $P_0$ .

$$x_0 \rightarrow -ix_4, \quad P_0 \rightarrow iP_4,$$

$$x^2 = x_0^2 - x^2 \rightarrow -x_E^2 = -(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2),$$

Las resoluciones instantónicas halladas en el trabajo [I] de la ecuación de autodualidad (9) se presentan en forma de deformación conforme del fono de calibración del vacío

$$A_{\mu} = \tau_a A_{\mu}^a, \quad A_{\mu} = if(x^2)g^+(x)\partial_{\mu}g(x) \quad (16)$$

Utilizando el formalismo (14) podemos escribir a (16) en forma: (ver apéndice)

$$A_{\mu}^a(x) = \frac{2 f(x)}{x^2} \eta_{a\mu\nu} x^{\nu}, \quad (17)$$

$\eta_{a\mu\nu}$  son símbolos de t'Hooft los cuales contienen un índice de grupo latino a, dos griegos del espacio-tiempo  $\nu, \mu$  y se determinan de la siguiente forma:

$$\eta_{a\mu\nu} = \begin{cases} \epsilon_{a\mu\nu}, & \mu, \nu = 1, 2, 3. \\ -\delta_{a\nu}, & \mu = 0 \\ \delta_{a\mu}, & \nu = 0 \\ 0, & \mu, \nu = 0 \end{cases} \quad (18)$$

Todo lo referente a estos símbolos ver en el apéndice.

Definiendo al tensor del campo

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_{\mu}A_{\nu}^a - \partial_{\nu}A_{\mu}^a + \epsilon_{abc}A_{\mu}^bA_{\nu}^c, \quad (19)$$

y utilizando (17), obtenemos que:

$$F_{\mu\nu}^a = \frac{-4}{x^2} f(1-f)\eta_{a\mu\nu} + \frac{4}{x^4} [f(1-f) - x^2 f'] (\eta_{a\mu\alpha} x^{\alpha} x^{\nu} - \eta_{a\nu\alpha} x^{\alpha} x^{\mu}). \quad (20)$$

La condición de autodualidad (9) exige que

$$f(1-f) - x^2 f' = 0, \quad f' \equiv df/d(x^2), \quad (21)$$

la cual tiene como solución el instantón de tipo BPST [I]

$$f(x^2) = x^2/x^2 + \lambda^2, \quad (22)$$

donde  $\lambda$  es constante de integración llamada dimensión del instantón.

### 3. ECUACIÓN DE YANG-MILLS

Hagamos ahora un estudio más detallado de las ecuaciones (2) en el formalismo antes explicado.

Teniendo en cuenta a (20) y (17) y haciendo algunas operaciones algebraicas utilizando las propiedades dadas en el apéndice, podemos llevar la ecuación (2) a la forma

$$x^4 f'' + x^2 f' - f + 3f^2 - 2f^3 = 0, \quad (23)$$

la cual representa a (2) mediante el campo escalar.

Notemos que las soluciones de (21) satisfacen a (23). Esto es consecuencia de que cualquier tensor autodual dado por la definición (9) satisface a la ecuación del campo (2).

Haciendo en (23) el cambio de variables

$$\rho = \ln x^2 / \lambda^2, \quad f = \frac{1}{2} + g, \quad (24)$$

donde  $\lambda$  es constante arbitraria dimensional de integración, obtenemos la ecuación

$$g'' + \frac{1}{2} g - 2g^3 = 0 \quad (25)$$

Esta expresión recuerda a la ecuación unidimensional de la teoría  $\lambda g^4$  que contiene como integral de movimiento a:

$$\frac{1}{2} g'^2 + \frac{g^2}{4} - \frac{g^4}{2} = \text{const} = A, \quad (26)$$

y puede describir a una partícula que se encuentra en un potencial

$$-V(g) = \frac{1}{2} \left( g^2 - \frac{1}{4} \right)^2, \quad (27)$$

por lo que (26) adquiere la forma

$$\frac{1}{2} g'^2 - V(g) = E \quad (28)$$

Definiendo  $g' = h$ , obtenemos el sistema

$$\begin{cases} h' = g \\ g' = -\frac{1}{2} g + 2g^3, \end{cases} \quad (29)$$

el cual posee dos puntos de ensilladura y un centro. (Ver [9, 10]). El retrato de fase de este sistema (Figura 1) indica que las trayectorias que están fuera de la separatriz corresponden a soluciones no-localizadas que tienden al infinito. Las únicas soluciones localizadas del sistema corresponden a la separatriz que une a los puntos de ensilladura y estas describen procesos de tunelización entre dos estados de vacío

$g = -\frac{1}{2}$ ,  $g = \frac{1}{2}$ . Evidentemente el instantón que a esto corresponde en la

teoría euclídeana de campos de calibración de Yang-Mills, que por (16) o

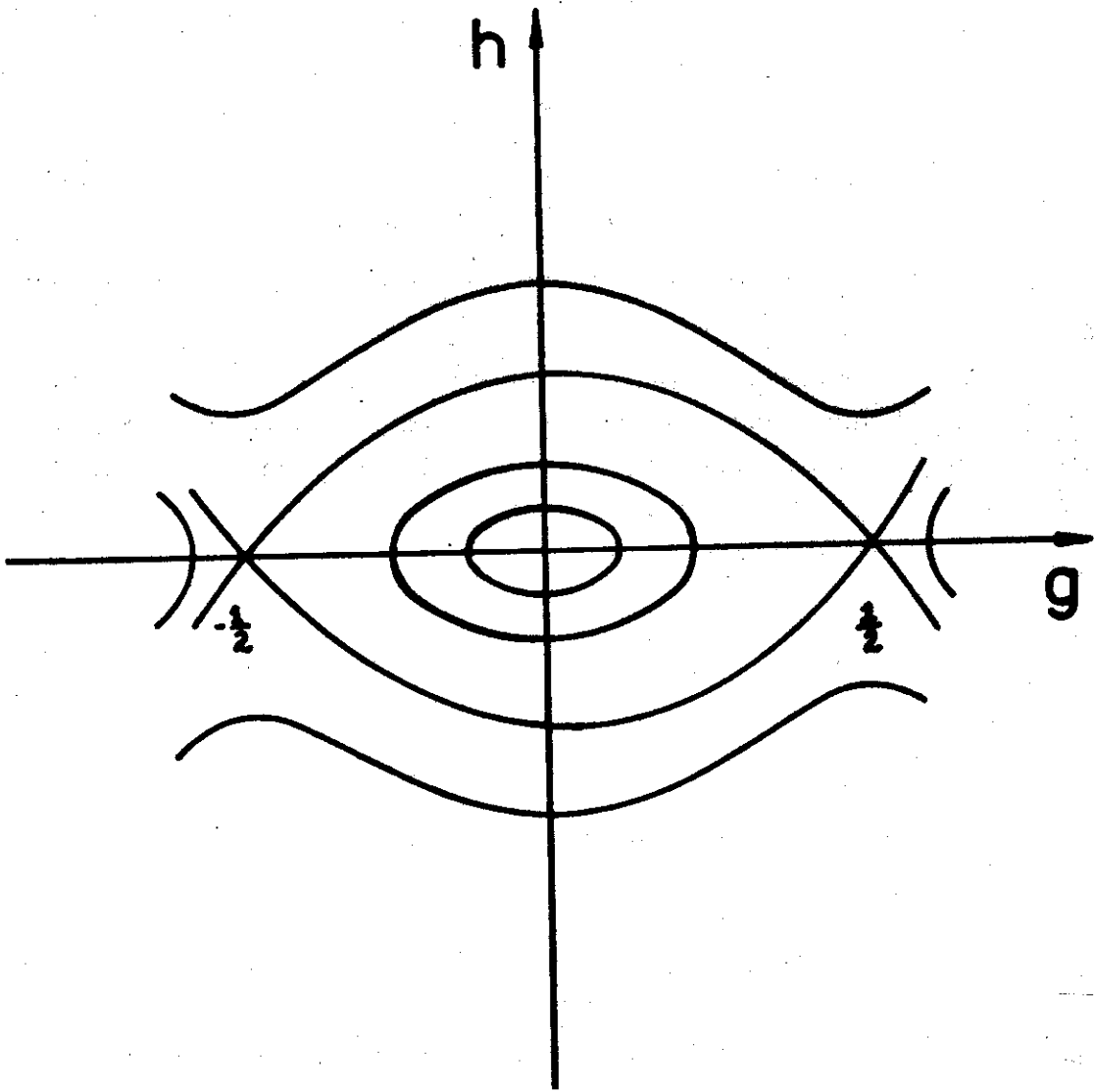


Figura 1. Retrato de fase del sistema (29).

(17) tiene carga topológica igual a uno describe el efecto túnel entre dos estados de vacío  $f = 0 (x^2 \rightarrow -\infty)$ ,  $f = 1 (x^2 \rightarrow \infty)$  con diferentes cargas topológicas:

Estas últimas soluciones aparecen en (28) cuando  $E = 0$ .

$$\frac{dg}{\sqrt{2(V+E)}} = \rho - \rho_0 = \pm \frac{dg}{g^2 - \frac{1}{4}}, \quad (30)$$

que tiene como solución a

$$\rho - \rho_0 = \pm \ln \frac{1+2g}{1-2g}, \quad g = \pm \operatorname{th} \frac{1}{2}(\rho - \rho_0) \quad (31)$$

Las soluciones (31) son de tipo KINK en la teoría  $\lambda\phi^4$  y teniendo en cuenta a (24) obtenemos que

$$f = \frac{1}{2} \frac{x^2 - \lambda^2}{x^2 + \lambda^2} + \frac{1}{2} = \frac{x^2}{x^2 + \lambda^2}, \quad (32)$$

$$f = -\frac{1}{2} \frac{x^2 - \lambda^2}{x^2 + \lambda^2} + \frac{1}{2} = \frac{\lambda^2}{x^2 + \lambda^2}, \quad (33)$$

los cuales son instantones con cargas topológicas iguales a uno y cero respectivamente.

Otras expresiones analíticas pueden ser obtenidas desde (30) y las mismas pueden ser expresadas en forma general a través de funciones elípticas que aunque con densidad de energía finita oscilan o tienen una mala conducta cuando  $x^2 \rightarrow \pm \infty$  y la acción se indetermina. Un ejemplo de ello es el caso  $A = 0$  donde la solución de  $g$  es dada por:

$$\int \frac{dg}{g\sqrt{g^2 - 1/2}} = \rho - \rho_0, \quad (34)$$

quien acepta como solución a

$$\rho - \rho_0 = \pm \sqrt{2} \operatorname{Arcsec} \sqrt{2} g, \quad (35)$$

por lo que

$$g(x) = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\cos \ln(x^2/\lambda^2)\sqrt{2}} \quad (36)$$

Para pequeñas amplitudes se tienen soluciones periódicas cuyas expresiones aproximadas son:

$$f = \frac{1}{2} + \gamma \sin(\ln x^2/\lambda^2),$$

donde  $\gamma \ll 1$  es constante arbitraria.

#### 4. CONCLUSIONES

Utilizando el formalismo de t'Hooft para el grupo SU(2) se plantean las ecuaciones de Yang-Mills de los campos de calibración dados mediante un campo conforme-escalar.

El uso de estos mecanismos nos permitió realizar un estudio detallado del SU(2) Yang-Mills euclideo debido a que es posible obtener un análogo entre esta teoría y la teoría del campo  $\lambda\phi^4$  quien además de ser menos compleja está más estudiada.

Haciendo un análisis del retrato de fase obtenido para un sistema de tipo Yang-Mills y estudiando sus posibles soluciones, obtenemos que las únicas localizadas que conllevan a una acción finita corresponden a las unoinstantónicas de tipo BPST [1] y a las ceroinstantónicas, o sea, soluciones con topología trivial. Otras soluciones del Yang-Mills euclideo no contienen acción finita en este formalismo.

## 5. APÉNDICE

Las matrices  $g(x)$  parametrizadas de tal forma que cuando  $x^2 \rightarrow \infty$  ellas correspondan a una proyección esfera-esfera, donde una de estas es el espacio de parámetros del grupo de calibración  $SU(2)$  y otra es el espacio tiempo euclideo cuatridimensional, es cómodo representarlas de forma

$$g(x) = i\tau_{\mu}^{+} x_{\mu} / \sqrt{x^2}, \quad g^{+}(x) = -i\tau_{\mu}^{-} x_{\mu} / \sqrt{x^2}$$

$$x^2 = x_4^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2, \quad \tau_{\mu}^{\pm} = (\vec{\tau}, \tau)$$

La multiplicación  $\tau_{\mu}^{+} \tau_{\nu}^{-}$  se puede escribir en forma

$$\tau_{\mu}^{+} \tau_{\nu}^{-} = \delta_{\mu\nu} + i\eta_{a\mu\nu} \tau_a, \quad \tau_{\mu}^{-} \tau_{\nu}^{+} = \delta_{\mu\nu} + i\bar{\eta}_{a\mu\nu} \tau_a$$

donde los símbolos de t'Hooft  $\eta_{a\mu\nu}$  se determinan por (18) y los símbolos  $\bar{\eta}_{a\mu\nu}$  se diferencian solamente por los signos ante los símbolos de Kroneker  $\delta_{a\mu}$  en esa definición.

$\eta_{a\mu\nu}$  satisface la condición de autodualidad

$$\eta_{a\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \eta_{a\alpha\beta}$$

y las siguientes importantes propiedades.

$$\eta_{a\mu\nu} = -\eta_{a\nu\mu}, \quad \eta_{a\mu\nu} \eta_{b\mu\nu} = 4 \delta_{ab},$$

$$\eta_{a\mu\nu} \eta_{a\alpha\beta} = \delta_{\mu\alpha} \delta_{\nu\beta} - \delta_{\mu\beta} \delta_{\nu\alpha} + \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta},$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \eta_{a\gamma\beta} = \delta_{\mu\gamma} \eta_{a\nu\alpha} - \delta_{\nu\gamma} \eta_{a\mu\alpha} + \delta_{\alpha\gamma} \eta_{a\mu\nu},$$

$$\eta_{a\mu\alpha} \eta_{b\mu\beta} = \delta_{ab} \delta_{\alpha\beta} + \epsilon_{abc} \eta_{c\alpha\beta},$$

$$\epsilon_{abc} \eta_{b\mu\nu} \eta_{c\alpha\beta} = \delta_{\mu\nu} \eta_{a\alpha\beta} - \delta_{\mu\beta} \eta_{a\nu\alpha} - \delta_{\nu\alpha} \eta_{a\mu\beta} + \delta_{\nu\beta} \eta_{a\mu\alpha},$$

$$\eta_{a\mu\nu} \bar{\eta}_{b\mu\nu} = 0, \quad \eta_{a\gamma\mu} \bar{\eta}_{b\gamma\nu} = \eta_{a\gamma\mu} \bar{\eta}_{b\gamma\mu}$$

donde  $\epsilon_{abc}, \epsilon_{\alpha\mu\beta\gamma}$  son los tensores completamente antisimétricos de Levi-Chivita. El paso a las relaciones que contengan a  $\bar{\eta}_{a\mu\nu}$  se realiza cambiando a  $\eta_{a\mu\nu}$  por  $\bar{\eta}_{a\mu\nu}$ ,  $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  por  $-\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ .



## RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen al C.Dr. Alejandro Cabo y al Dr. Hugo Pérez por su estimulación en la formulación de este trabajo.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Belavin, A.A.; A.M. Polyakov; A.S. Schartz y Yu. S. Tyupkin  
*Pseudoparticle solution of the Yang-Mills equations.* Phys. Lett. 1975.  
v. 59, N. 1, p. 85-87.
2. t'Hooft, G.  
*Symmetry breaking through Bell-Jaskiw anomalies.* Phys. Rev. Lett. 1976,  
v. 37, N. 1, p. 8-11.
3. Vainstein, A.I.; V.I. Sajarov; V.A. Novikov y M.A. Shifman  
*Instantonnaya asbuka. Uspeji fisicheskij nauk.* 1982. T.136, vip. 4,  
p. 553-591. (en ruso).
4. Jaskiw, R.  
*Quantum meaning of classical field theories.* Rev. Mod. Phys. 1977, v. 49,  
N. 3, p. 681-706.
5. Callan, C.; R. Dashen  
*A theory of Hadronic structure.* Phys. Rev. D. 1978, v. 17, p. 2717.
6. Mola, R. y V.M. Pyzh  
*Instantony v classicheskoi tori vozmuchenii. Problemi Yadernoi Fisiki y  
cosmicheskij luchei.* 1986, T. 26, p. 26-32 (en ruso).
7. Arai, Y.  
*New elliptic solutions of the Euclidian SU(2) gauge theory.* Phys. Rev. D,  
v. 34, N. 6, p. 1884-1887.
8. Coleman, S.  
*Non-Abelian planes waves.* Phys. Lett. 1977, v. 70 B N.I., p. 59-60.
9. Makhankov, V.G.  
*Phys. Rep.* Vol. 35, (1978), I.
10. González, J.A. y J.A. Holyst  
*Solitary waves in one-dimensional damped systems.* Phys. Rev. B. Vol. 35,  
N. 3, 1987, p. 1165.

# Structural comparison of clinoptilolite and heulandite

C.R. González<sup>2</sup>, R. Roque Malherbe<sup>1</sup>, R. Drake<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro Nacional de Investigaciones Científicas, Havana, Cuba

<sup>2</sup>Centro de Investigaciones Geológicas, Havana, Cuba

## ABSTRACT

With the aid of X-ray diffraction cell parameters were determined, and diffractograms of 12 natural zeolites of the heulandite-clinoptilolite group were identified. It was concluded that the classification of the minerals of this group in heulandite and clinoptilolite is artificial, so that they are crystallographically the same, notwithstanding the changes of their physical properties. The variations of cell parameters with the acid treatment were also studied.

## RESUMEN

A través de la difracción de Rayos X se determinaron los parámetros de la celda que permiten, mediante difractogramas de 12 zeolitas naturales la identificación del grupo heulandite-clinoptilolite. Se concluyó que la identificación de los minerales de este grupo en heulandite y clinoptilolite es artificial, ya que ellos son cristalográficamente los mismos, independientemente de los cambios de sus propiedades físicas. Se estudió igualmente las variaciones de los parámetros de la celda con tratamiento en ácido.

## INTRODUCTION

Owing to crystallochemical differences in the cationic composition and distribution in the frame-work or the Si/Al rate, the natural zeolites may change their catalytic, thermal, diffusive, sorbitic properties, etc. It provokes that these materials, in natural state, between the limits of one deposit, or from one to another, show very variable properties. Hence the necessity of accurately determine their crystallochemical parameters.

Heulandite like a new mineral was first introduced by Brooke (ref. 1) and polymorphism described by Rinne (ref. 2). Later, by rigorous and extensive works, Alietti and Breger (ref. 3,4) found three polymorphic forms. Parallely, Shaller (ref. 5) introduced clinoptilolite like a new mineral of the heulandite group and similar to mordenite. Hey and Bannister (ref. 6) defined it like a Si-rich heulandite, Mumpton (ref. 7) distinguished each from the other by the non-distribution of the structure of clinoptilolite from an all-night heating at 450 °C, and imputed its high thermal stability to Na and K ions in clinoptilolite (ref. 8) as contrasted with divalent Ca in heulandite. Consequently with this, Alietti (ref. 9) demonstrated that the behaviour of heulandites becomes clinoptilolite-like in K-rich forms. It is in agree with the results of Sheppard and Starkey (ref. 10). Nevertheless, Ca-rich clinoptilolites were founded (ref. 11) and several authors reported Si-rich heulandites. The rigorous X-ray diffraction studies of the structure of these zeolites (ref. 12-15) showed that they are crystallographically isomorphic. The structure of heulandite-clinoptilolite is monoclinic with cell parameters about  $a = 15,82 \text{ \AA}$ ,  $b = 17,94 \text{ \AA}$ ,  $c = 7,41 \text{ \AA}$ ,  $\beta = 91,6^\circ$ .

The purpose of this work is to report the crystallochemical characteristics of the cuban natural zeolites and to discuss the isostructurality of heulandite and clinoptilolite, as soon as to study the stability of the cristalline network after the acid treatment of these zeolites.

## METHODS

Samples of clinoptilolite-modernite from Villa Clara, and heulandites from Villa Clara and Havana were taked for investigation. These samples were studied in natural state, as soon as treated with HCl 0.1, 2.5, 5.0, 7.5 and 10 normal, using 25 cm<sup>3</sup> per gram of zeolite. The list of the investigated samples and their mineralogical contents determinated by the method developed by the authors (ref. 16-18) are given in Table 1. The results of chemical analysis are given in Table 2.

In addition to the cuban zeolitic samples given in the Table 1, clinoptilolite from Kherkodzula (USSR) and macrocrystalline heulandite from Nicaragua were studied to compare the results. Also Ca-clinoptilolite elaborated by cationic exchange (ref. 19) included.

At last, X-ray data reported in the literature for clinoptilolite from Agoura (USA) (ref. 13) and from Kuruma Pass (Japan) (ref. 14) were used.

Diffractograms were obtained by a DRON 2.0 equipment, with Co or Cu anticathode, goniometer GUR-5, scintillation detector with fotomultiplier FEU-85, scanning rate of  $1/2^\circ$  per minute, in duplicate, calibrating with quartz to correct systematic errors. Computer programs for indexing (ref. 20) were developed starting from the reported ones by Durruthy et al (ref. 21), taking into account the criteria of Frank-Kamenetsky (ref. 22) for selection of diffraction maxima.

High temperature X-ray diffraction was performed in a Co-anticathode Phillips A.P.D. 10 equipment.

Thermic stability by DTA Table 3, high temperature X-ray diffraction Table 4 and maximum adsorption of nitrogen and ammonia (Table 5) were taken like starting criteria for classification in heulandite and clinoptilolite.

By thermic analysis is noticed that samples HPA and HC exhibit in the water desorption zone other peaks ( $250^\circ\text{C}$  and  $340^\circ\text{C}$ ) corresponding to transition to heulandite B, as long as HT and CMT-C have not peaks in this zone.

Nevertheless, high-temperature X-ray diffraction of sample HT shows a shortening in the interplanar spacing  $d_{020}$  by a factor 0.946, indicating the formation of heulandite B. It happened not with the sample CMT-C (Table 4).

On the other hand, nitrogen is not adsorbed by samples HPA, HT and HC, but ammonia do it. This is the typical behaviour of heulandites. The sample CMT adsorpts both gases.

Scanning electron microscopy shows the tendency of clinoptilolite to be microcrystalline, as contrasted with the larger dimensions of the studied heulandites (ref. 23).

## RESULTS AND DISCUSSION

The cell parameters of heulandite-clinoptilolite in the different natural state samples are reported in Table 6. These minerals possess a centred monoclinic (pseudorhombic) cell.

According to general accepted criteria for the classification in heulandite and clinoptilolite (ref. 3, /-9), the arrange done in Tables 3, 4 and 5 is correct. Nevertheless, the results of indexing process done by computer machines starting from very accurate X-ray diffraction data; and complementary calculation of cell parameters (ref. 20) show that the different clinoptilolite-like and heulandite-like specimens possess the same crystalline network (Table 6 and 7) also according with Alberti (ref. 13) and Koyama (ref. 14) for other samples.

All these facts make us to think that heulandite and clinoptilolite are the same mineral with different properties, in accord to very variable cationic contents in the network, easily occurring by exchange processes.

Nevertheless, literature may generate some confusion owing to the habit of report 12/m space group for clinoptilolite (ref. 24) and C2/m for heulandite, when really they are crystallographically equivalents. In addition, starting from any one of these space groups, is possible to successfully obtain identical indexes with the same extinction rules for all samples, merely noticing several unimportant non-systematic differences in cell parameters, not allowing to establish groups.

Thus, it may conclude that in spite of diversity of the heulandite-clinoptilolite group, it notice not the reflex of this variability on the crystalline cell parameters. On the other hand, the observed variation in the X-ray patterns allow not a clear classification into two mineral species. Thus, in our opinion it is more vigorous establish that these zeolites constitute only one mineral with a long range of isomorphic substitutions altering their properties, that is, heulandite and clinoptilolite are isostructural terms of an isomorphic series whose properties are determined by the cationic contents, the Si/Al rate and the minuteness of crystals.

These facts also manifest from the study of the acid-treated and exchanged zeolites. By HCl treatment, the minerals sensity lost crystallinity, however, the fraction retaining crystallinity mantained cell parameters unchanged (Table 8).

Ion exchange was done with a mixture of samples CMT-29, CMT-30, CMT-64 and CMT-66 obtaining the average contents: 69 % heulandite-clinoptilolite, 11 % mordenite y 20 % other non-zeolite minerals. This composite was exchanged with  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$  and  $\text{NH}_4^+$  chlorides, replacing liquor 20 times to reach a 80-90 % homoionicity (ref. 25). After a 450 °C heating, the  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$  and  $\text{NH}_4^+$  forms were stable, but the  $\text{Mg}^{2+}$  and  $\text{Ca}^{2+}$  ones, do not. The same heating of the  $\text{MH}_4^+$  - exchanged form of the sample HC showed that this treatment stabilized heulandite thermically (25).

TABLE 1

Quantitative phase analysis of the studied samples

Sample	heulandite- clinoptilolite (%)	mordenite	others (%)
CMT	40	40	20
HT	80	-	20
HPA	85	-	15

HC	80	5	15
CMT - 29	56	10	34
CMT - 30	67	10	23
CMT - 64	77	11	12
CMT - 66	77	14	9

others: volcanic glass, quartz, calcite, feldspar,  
montmorillonite

TABLE 2  
Chemical analysis of the studied samples

	CMT	HT	HPA	HC
SiO <sub>2</sub>	66.6	64.1	65.9	66.4
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	12.5	13.8	11.5	-
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1.9	1.85	1.1	1.6
CaO	2.7	4.3	3.2	4.5
MgO	0.7	1.1	1.4	-
K <sub>2</sub> O	0.8	1.5	0.3	1.89
Na <sub>2</sub> O	2.9	0.7	1.0	0.0
PPI(H <sub>2</sub> O)	11.0	12.3	10.0	11.0
Others	0.9	0.2	0.4	-

Others: Mn, Ti, Ba, Sr

TABLE 3  
Results of the differential thermal analysis of the studied samples

Sample	Temperature of the endothermic peak (°C)	Temperature of the exothermic peak (°C)	Remarks
CMT-29			
CMT-30	50-400	no	Only one minimum in the endothermic peak
CMT-64			
CMT-66			

HT	60-250	450	"	"	"
HPA	60-300	no	Two effects in the range 60-300 °C, indicating other transition		
HC	60-380	no	Two effects in the range 60-380 °C		

TABLE 4

Shortening factor\* for the interplanar spacing in the high-temperature X-ray diffraction for samples HT and CMT-C

hkl	$R_{hkl}$ (HT)	$R_{hkl}$ (CMT-C)
020	0.946	0.990
002	0.982	0.992
110	0.984	0.993
111	0.953	-
112	0.990	-
112	0.996	-
130	0.965	0.999
033	0.944	0.998
200	0.989	0.997

$$*R_{hkl} = \frac{d_{hkl} (400 \text{ } ^\circ\text{C})}{d_{hkl} (25 \text{ } ^\circ\text{C})}$$

TABLE 5

Maximum adsorption of nitrogen and ammonia for the studied samples

sample	nitrogen (m mole/g)	ammonia (m mole/g)
CMT	2.16	5.87
HT	no	6.38
HPA	no	7.02
HC	no	7.00

TABLE 6

Cell parameters of the studied samples in comparison with the data of typical samples taken from literature

Sample	a (Å)	b (Å)	c (Å)	B
HT	7.39 ± 0.01	17.931 ± 0.001	15.85 ± 0.08	91.3 ± 0.2
HPA	7.39 ± 0.01	17.931 ± 0.001	15.85 ± 0.08	90.8 ± 0.2
HC	7.3 ± 0.1	18.0 ± 0.1	16.0 ± 0.1	90.3 ± 0.8
HVP	7.41 ± 0.01	17.89 ± 0.01	15.85 ± 0.01	91.5 ± 0.2
CMT-C	7.34 ± 0.06	17.92 ± 0.08	15.76 ± 0.05	91.3 ± 0.5
CK*	7.41 ± 0.05	17.90 ± 0.002	15.71 ± 0.06	91.4 ± 0.5
CMT-29	7.40 ± 0.01	17.885 ± 0.0006	15.81 ± 0.01	92.1 ± 0.2
CMT-30	7.389 ± 0.007	17.879 ± 0.0004	15.81 ± 0.01	92.1 ± 0.2
CMT-64	7.40 ± 0.02	17.884 ± 0.001	15.82 ± 0.03	92.1 ± 0.2

TABLE 6

Cell parameters of the studied samples in comparison with the data of typical samples taken from literature

Sample	a (Å)	b (Å)	c (Å)	B
CMT-66	7.39 ± 0.001	17.887 ± 0.0001	15.798 ± 0.005	91.8 ± 0.2
CA**	7.407	17.911	15.826	91.62
CJ***	7.400	17.963	15.186	91.71
CC****	7.42	17.856	15.84	91.7

\* clinoptilolite from kher-kodzula (USSR)

\*\* clinoptilolite from Agoura (USA), data from (13)

\*\*\* clinoptilolite from kumura Pass (Japan), data from (14)

\*\*\*\* Ca-clinoptilolite, data from (11) indexes by us

TABLE 7a

Interplanar spacing and Miller indexes of the different natural zeolites of the heulandite-clinoptilolite group (Interplanar spacing in Å)

hkl	HT	HPA	CMT-29	CMT-30	CMT-64	CMT-66
020	8.98	8.98	9.00	8.98	8.96	8.98
002	7.97	7.96	7.91	7.91	7.89	7.91
110, 101	6.80	6.78	6.76	6.78	6.74	6.77
101	6.72	6.70	6.60	6.58	6.61	6.60
022	-	-	-	-	-	-
031	-	-	-	-	-	-
121	-	-	-	5.34	-	-
112	5.24	5.22	5.23	5.23	5.23	5.22
112	5.17	-	5.09	5.10	5.10	5.09
130	4.663	4.663	4.645	4.645	4.637	4.645
040	-	-	-	-	-	-
103	-	-	4.344	4.348	4.338	4.320



132	-	-	-	-	-	-
132	3.962	3.962	-	-	-	-
042	3.929	3.924	-	-	-	-
123	-	-	-	-	-	-
141	3.697	3.697	3.695	3.700	3.697	3.699
211	-	-	-	-	-	-
051	-	-	-	-	-	-
114	-	-	-	-	-	-
220	3.445	3.445	3.416	3.414	3.414	3.415
222	3.171	3.176	3.168	3.170	3.166	3.168
015,143	3.135	-	3.118	3.115	3.123	3.120
231,143	2.083	3.083	3.072	3.069	3.068	3.072
213	-	-	-	-	-	-
060,152	2.997	2.993	2.968	2.964	2.967	2.964
105	-	-	-	-	-	-
240	-	-	-	-	-	-
036,125	-	-	2.792	2.795	2.792	2.790
161,233	2.737	-	-	-	-	-

TABLE 7b

Interplanar spacing and Miller indexes of the different natural zeolites of the heulandite-clinoptilolite group (Interplanar spacing in Å)

Ck	CAG**	CCa*	Cli*	CNa*	HVP***
8.92	8.92	8.97	8.97	8.97	9.00
7.86	7.97	7.89	7.95	7.95	7.94
6.75	6.78	6.75	6.75	6.75	6.81
6.63	-	-	-	-	6.65
5.88	-	-	-	-	5.93
-	5.61	-	-	-	5.62
-	-	-	-	-	5.35
5.18	-	5.22	5.23	5.23	5.27
5.10	5.15	-	5.12	5.11	5.14
4.651	4.65	4.64	4.65	4.66	4.671
-	-	-	-	-	4.493
4.333	4.35	4.34	4.36	4.34	4.404
-	-	-	-	-	4.062
3.965	3.96	3.96	3.96	3.96	3.986
-	3.90	3.92	3.92	3.92	3.907
-	-	-	-	-	3.847
-	3.74	3.71	-	3.71	3.748
3.539	3.55	3.55	3.55	3.55	3.553
-	-	-	-	-	3.509
-	-	-	-	-	3.466
-	-	3.42	3.42	3.41	3.427
-	3.17	3.18	3.17	3.17	3.186
-	3.12	-	3.13	-	3.132
-	3.07	3.08	3.08	3.07	3.079
-	-	-	-	-	3.030
2.971	2.974	2.98	2.98	2.97	2.982
-	-	-	-	-	2.885
-	-	-	-	-	2.861
2.793	2.793	2.80	2.79	2.80	2.807
-	2.728	2.71	2.74	2.74	2.735

TABLE 8

Cell parameters of the acid-treated samples

Sample	normality of the acid treatment	a(Å)	b(Å)	c(Å)	B
CMT-C	2.5	7.35	17.92	15.75	91.4
CMT-C	5.0	7.33	17.93	15.76	91.5
CMT-C	7.5	7.35	17.93	15.77	91.3
HPA	0.5	7.38	17.94	15.86	91.3
HPA	10	7.39	17.93	15.85	91.5
HPA	2.0	7.38	17.93	15.86	91.4

## REFERENCES

- Brooke, E.  
Edinburg Phil.J. 6 (1922) 112.
- Rinne, E.  
Z. Krist., 59.(1923) 230.
- Alietti, A.  
Amer. Miner., 57 (1972) 1448.
- Breger, I.A.  
Amer. Miner., 55 (1970) 825.
- Schaller, W.J.  
Amer. Miner. 8 (1923) 93.
- Hey, M., F.A. Bannister  
Miner. Mag. 23 (1934) 556.
- Mumpton, F.A.  
Amer. Miner. 45 (1960) 351.
- Mason, B., L.B. Sand  
Amer. Miner. 45 (1960) 341.
- Alietti, A.  
Mineral Petrog. Acta, 13 (1967) 119.
- Sheppard, A.O., H.C. Starkey  
U.S. Geol. Surv., Prof. Paper, 475-D, p. D-89. (1964).
- Kirov, G.N.  
Gödishnik na SU, Geol.-Geogr. Fakultet, kninga 1, Geologiya,  
Tom 60, 193 (1967).
- Merkle, A.B., M. Slaughter M.  
Amer. Miner., 53 (1968) 1120.

13. Alberti, A.  
Tshermarks Miner., Petr. Mitt. 18 (1972) 129 and 22, 25 (1975).
14. Koyama, K., Y. Takeuchi  
Z. Krist 145 (1977) 216.
15. Breciani-Pahor, N. et al  
J. Chem. Soc. Dalton (9) (1980) 1511.
16. González, C.  
Rev. Cubana de Física, 1 (1981) 61
17. —————, R. Roque  
KINAM, 5 (1983) 67.
18. Roque-Malherbe et al  
Rev. Cubana de Física, 3 (1983) 105.
19. Chelichev, N.F. et al  
Izv. Akad. Nauk SSSR, Neorg. Mater, 11 (1975) 704.
20. Roque, R. et al  
*Aplicaciones del método de los mínimos cuadrados. Algoritmos y programas.*  
CNIC (1984).
21. Durruthy, O., F. Fajardo  
Rev. Cubana de Física, 1 (1981) 95.
22. Frank-Kamenetskii, V.A. (ed.)  
*Rukovodstvo po rentgenovskomu issledovaniya mineralov*, Leningrad, Nedra  
(1975)
23. Lariot, C.  
*IV Conferencia Científica de la Universidad de La Habana*, January 1984.  
Abstracts.
24. Breck, D.W.  
*Zeolite molecular Sieves*, Wiley-Interscience, N.Y. (1974), tables 2.23  
and 2.29.
25. Rodríguez, G., J.A. Sosa, R. Roque  
In preparation.

# Determinación experimental de la constante de Verdet y la dependencia térmica del efecto Faraday en vidrios ópticos con laser de He-Ne

R.A. Díaz Delgado, J. Ravelo Triana, A. Combarro Romero y V.L. Fajer Ávila  
Buró Especial de Construcción de Instrumentos Científicos con Producción  
Adjunta. Academia de Ciencias de Cuba

## RESUMEN

En el presente trabajo se determina experimentalmente el campo magnético efectivo que actúa sobre las muestras de estudio, mediante una fuente espectral de sodio y dos sustancias como el bisulfuro de carbono y el agua para las cuales la constante de Verdet se conoce bien. Se realiza con el láser de He-Ne la determinación experimental de la constante de Verdet para estas sustancias y para los vidrios ópticos del tipo flint pesado, empleados comúnmente como núcleos de las celdas de Faraday, marca TF-1 y TF-5 de fabricación soviética. Se hace el estudio de la dependencia térmica del efecto Faraday en los vidrios mencionados en el intervalo de temperatura de 30 °C a 80 °C. Todas las determinaciones se realizaron con un error relativo menor que el 1 % para un intervalo de confianza del 95 %.

## ABSTRACT

The effective magnetic field actuating over the studied samples was experimentally determined in this paper by means of a sodium spectral source and two substances like  $CS_2$  and  $H_2O$  whose Verdet constant are well known. The Verdet constant experimental determination of this substances and heavy flint optical glasses, commonly employed as Faraday cell cores,

was performed with He-Ne laser. The thermal dependence of the Faraday effect in the mentioned glasses was studied in the 30 °C to 80 °C range. Every determination was realized with relative error less than 1 % within 95 % of confidence level.

## 1. INTRODUCCIÓN

La propiedad de las sustancias ópticamente inactivas de convertirse en activas en presencia de un campo magnético es conocida como el efecto Faraday. La mayor o menor capacidad de las sustancias de provocar giros de la luz linealmente polarizada debido a este efecto, es caracterizada por la denominada constante de Verdet. La constante de Verdet ha sido extensamente estudiada en diversos tipos de vidrios [1 - 3] en un intervalo espectral que va desde el ultravioleta hasta el infrarrojo, sin embargo, existe poca información para la longitud de onda del láser de He-Ne. Por otra parte, el efecto Faraday en los vidrios ha encontrado amplia aplicación en la construcción de dispositivos como la llamada celda de Faraday para su empleo como modulador y compensador en polarimetría y elipsometría [4 - 9].

Es conocido que las variaciones de temperatura influyen en el comportamiento de las celdas de Faraday [7] y pueden dar lugar a errores en las mediciones realizadas con polarímetros o elipsómetros que empleen dichas celdas como compensadores, sin embargo no hay información detallada disponible al respecto.

El objetivo del presente trabajo es realizar un estudio de la dependencia térmica del giro del plano de polarización en las barras de vidrio flint pesado que se emplean como núcleos de las celdas de Faraday y determinar la constante de Verdet de estos vidrios con un láser de He-Ne, para su utilización en la construcción de instrumentos.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO Y RESULTADOS

### 2.1. DETERMINACION DEL CAMPO MAGNÉTICO

Para la determinación de la constante de Verdet es necesario conocer con precisión la intensidad del campo magnético  $H$ , en presencia del cual se produce el giro del plano de polarización. La determinación del campo se realizó por dos métodos. Primero se determinó con una celda de Hall, la cual fue previamente contrastada en un imán permanente conocido. Esta determinación se realizó mediante la integración numérica de los valores medidos punto a punto, en un intervalo correspondiente a la posición que ocuparían las muestras de estudio en la instalación experimental. El valor obtenido de esta forma para la intensidad de campo magnético fue 2050 oersted, aplicando una corriente de 8 A al electro-imán. Se determinó la distribución axial del campo entre los polos del electro-imán, como se muestra en la Figura 2. El segundo método consiste en la medición del

ángulo de giro del plano de polarización por una sustancia, cuya constante de Verdet es bien conocida, en presencia de un campo magnético y a partir de ahí determinar la intensidad de campo magnético efectivo  $H_{ef}$ .

Para este fin se diseñó y construyó una instalación experimental cuyo esquema se muestra en la Figura 1a.

La instalación experimental está constituida por una fuente de luz (1), en nuestro caso una lámpara espectral de sodio, un condensador (2), un filtro amarillo (3), dos diafragmas (4) y (6), un objetivo (5), un prisma polarizador de Glan-Thompson (7), el electro-imán (8), un portamuestra (9) diseñado para poder trabajar con muestras líquidas y sólidas y mantener la temperatura constante (Figura 1b), una celda de Faraday (10) como moduladora, o sea realizando la oscilación del plano de polarización a una frecuencia igual a la que tiene la señal de corriente que se aplique al solenoide, un prisma analizador (11) montado en un goniómetro de una precisión de  $0,003^\circ$ , un fotosensor (12), un osciloscopio (13), una fuente de corriente alterna (14) para la celda moduladora, una fuente estabilizada de corriente directa (15) para el electro-imán, un picoamperímetro (16), una fuente estabilizada de corriente directa (17) para el sensor de temperatura y por último un termostato (18) para mantener la temperatura de la muestra constante.

Se emplearon dos sustancias para la determinación del campo magnético: agua ( $H_2O$ ) y bisulfuro de carbono ( $CS_2$ ) cuyas constantes de Verdet para la longitud de onda amarilla del sodio son bien conocidas [10]. Las mediciones del giro del plano de polarización se efectuaron por el método de compensación descrito en el trabajo [9]. En el caso del agua se hicieron 45 mediciones y se obtuvo un valor de 1891 oersted y en el bisulfuro de carbono 47 mediciones y su resultado fue de 1906 oersted; promediando ambos valores se obtuvo  $1899 \pm 15$  oersted para un intervalo de confianza del 95 %.

## 2.2. ESTUDIO DE LA DEPENDENCIA TÉRMICA DEL EFECTO FARADAY

Para el estudio de la dependencia térmica del giro del plano de polarización en los vidrios flint pesados se empleó una instalación experimental muy similar a la usada en la determinación del campo magnético, pero en este caso se sustituyó la fuente de luz y toda la óptica por un láser de He-Ne. Las mediciones del giro del plano de polarización se hicieron por el método de la compensación ya mencionado, en un intervalo de temperatura de  $30^\circ C$  a  $80^\circ C$ . Para cada temperatura se realizaron entre 20 y 45 mediciones con el objetivo de disminuir el error de las determinaciones. Las muestras estudiadas, cilindros con una longitud de 5 cm y diámetro de 1 cm, fueron dos ejemplares de vidrio óptico flint pesado uno TF-5 y otro TF-1 ambos de fabricación soviética. Se seleccionaron estas marcas de vidrio por presentar un factor de mérito, según se define en [1], relativamente grande y por ser un tipo de vidrio óptico que se produce en grandes

cantidades. Por otra parte el vidrio flint pesado se emplea comúnmente como núcleo de las celdas de Faraday [1,7,8,11,12], cuando es necesario obtener una rotación significativa del plano de polarización de la luz. En la Figura 3 se muestra la dependencia térmica del giro del plano de polarización, determinada experimentalmente, en los vidrios TF-5 y TF-1 respectivamente. En la ordenada se representa el giro normalizado mientras que en la abscisa se indica la temperatura.

### 3. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Los valores obtenidos experimentalmente de la intensidad del campo magnético por los dos métodos descritos anteriormente no se encuentran muy alejados entre sí, pero se escogió el valor obtenido por el segundo método para todos los cálculos debido a que en éste se reprodujeron con suficiente fidelidad las condiciones experimentales a que estarían sometidas las muestras de estudio y por tanto presenta menor influencia de error sistemático. Como el valor del campo se determinó de forma indirecta el error aleatorio se evaluó según el método descrito en el trabajo [13]. El error relativo en la determinación del campo magnético fue menor del 1 %.

En la Figura 3 se observa que aparentemente la dependencia térmica del efecto Faraday es pequeña en estos vidrios, sin embargo, empleando el método de regresión lineal, para las muestras de 5 cm de longitud, se obtuvieron los siguientes resultados:

TF-5	$P=0,0010^\circ/\text{Kelvin} \pm 3,0 \%$	$r=0,99$
TF-1	$P=0,0007^\circ/\text{Kelvin} \pm 2,5 \%$	$r=0,99$

donde P es la pendiente de la mejor recta y r es el coeficiente de regresión lineal que da una medida de la calidad del ajuste. Estos resultados indican que un incremento de 10 Kelvin en la temperatura del vidrio produce un aumento de 7 a 10 milésimas de grado en el giro, lo cual no depende del campo magnético presente. Estos valores son significativos si se desea lograr un error total menor que  $0,01^\circ$  en las determinaciones elipsométrica y polarimétrica mediante un instrumento de medición que emplee una celda de Faraday como compensador. Estos resultados muestran que para estas aplicaciones de elevada precisión es necesario asegurar que la temperatura de la celda compensadora no aumente en más de 5 Kelvin respecto de la temperatura ambiente, si asumimos como valor típico de la dependencia térmica  $0,001^\circ/\text{Kelvin}$ , o considerar mediante algún tipo de corrección las variaciones mayores.

La determinación experimental del valor del campo magnético efectivo aplicado a las muestras, así como los resultados obtenidos en el estudio de la dependencia térmica del efecto Faraday en los vidrios mencionados permitió determinar el valor de la constante de Verdet a  $30^\circ\text{C}$  para la longitud de onda del láser de He-Ne ( $\lambda_0=632,8\text{ nm}$ ) en el vidrio TF-1 y

TF-5. Para el primero este valor fue 0,0384 y para el segundo fue 0,0546 ambos expresados en min/oe-cm. También se realizó la determinación experimental de la constante de Verdet para la longitud de onda arriba mencionada a 26 grados C del bisulfuro de carbono y del agua, cuyos valores son 0,359 y 0,0114 min/oe-cm respectivamente, con un error relativo menor del 1 %. Estos valores se determinaron para un intervalo de confiabilidad del 95 %. Por otra parte se realizó el cálculo de la constante de Verdet para estas mismas sustancias a la longitud de onda señalada empleando los datos que aparecen en /14,16/ y el primer término de la fórmula de la dispersión /15/ de esta constante:  $V=A/Lo^2 + B/Lo^4$ . Para el TF-1 se obtuvo el valor de 0,0380, para el TF-5 el valor fue 0,0550, para el bisulfuro de carbono se obtuvo el valor de 0,0360 y para el agua 0,0113 los cuales coinciden aceptablemente con los resultados experimentales obtenidos en el presente trabajo, considerando el error que implica el empleo de la fórmula aproximada.

#### 4. CONCLUSIONES

Se logró determinar la constante de Verdet para la longitud de onda del láser de He-Ne de los vidrios flint pesados TF-1 y TF-5 y del bisulfuro de carbono y el agua con un error relativo menor que el 1 % en un intervalo de confiabilidad del 95 %. Se concluyó que en aplicaciones polarimétricas y elipsométricas de elevada precisión, mejor que 0,01°, donde se empleen celdas de Faraday como compensadoras con núcleos de vidrio del tipo estudiado, es necesario considerar las variaciones de temperatura de la celda superiores a 5 Kelvin.

#### RECONOCIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento al Dr. Álvarez Ponte del INIMET, a los compañeros del Departamento de Magnetismo de la Universidad de La Habana y a los compañeros del área de mecánica del BECICPA por su valiosa cooperación en el presente trabajo.



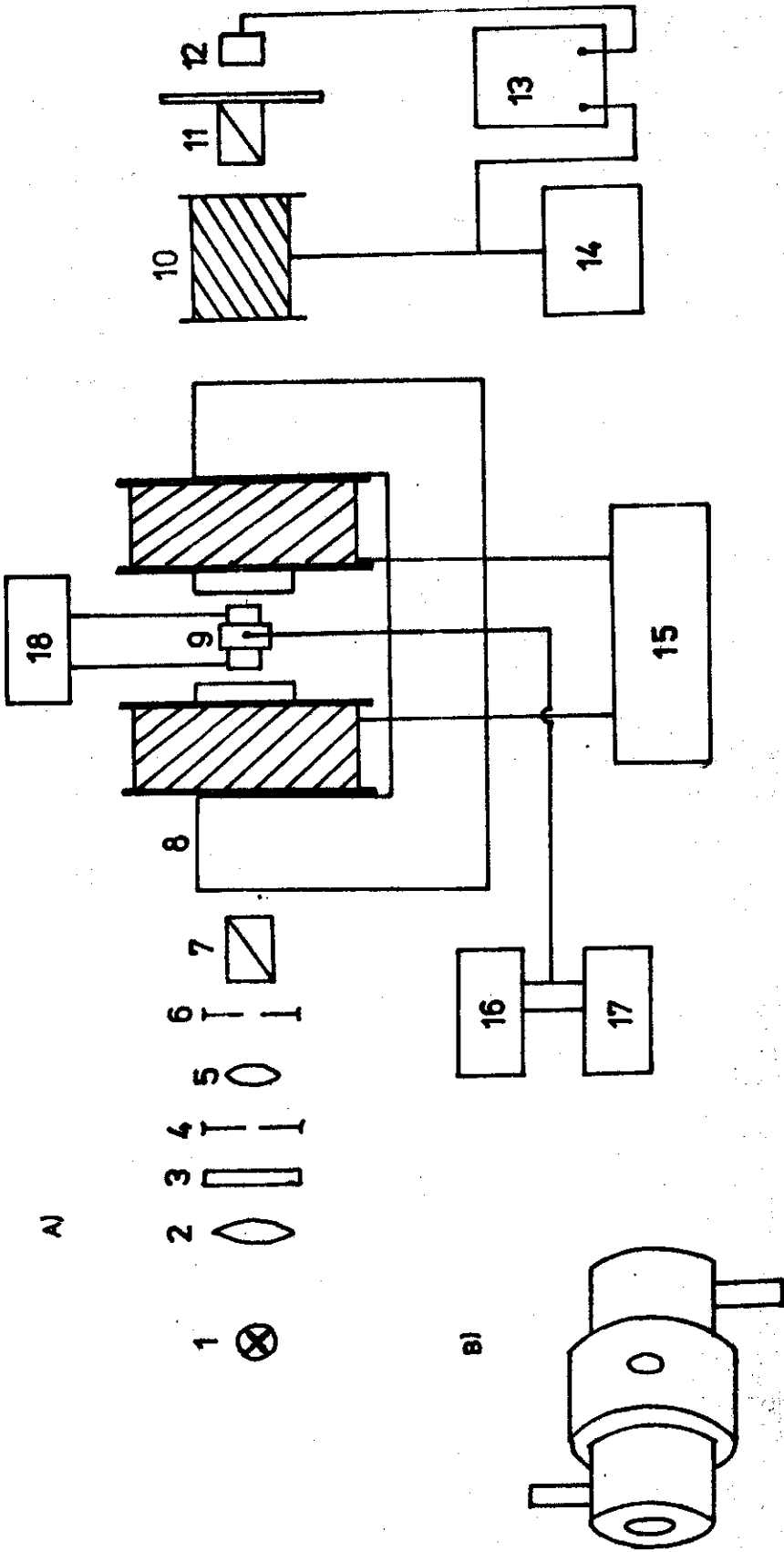


Fig.1 a) Diagrama de la instalacion experimental  
 b) Porta muestra

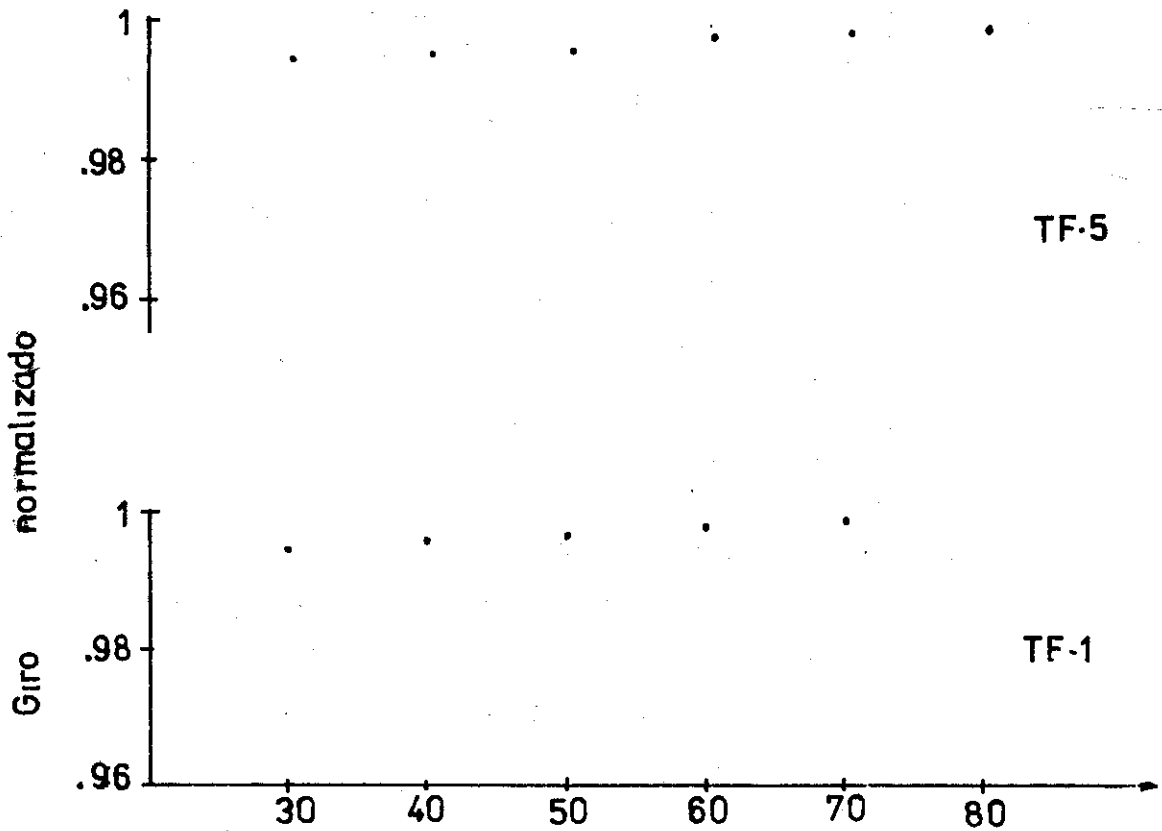
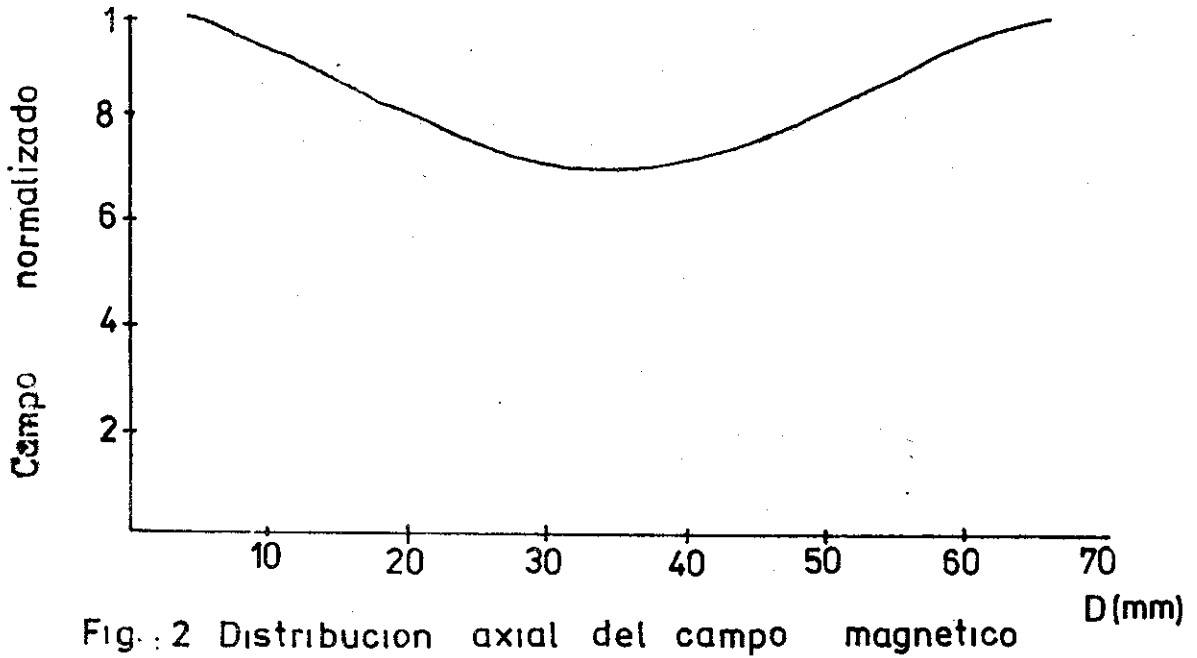


Fig:3 Dependencia termica del efecto faraday

## BIBLIOGRAFÍA

1. Robinson, C.C.  
Appl. Opt. v-3, No. 10 (1964) 1163-1166.
2. Borrelli, N.F.  
The Journ. chem. Phys. v-41, No. 11 (1964) 3289-3293.
3. Tabor, W.J. et al  
Journ. Appl. Phys. v-41, No. 7 (1970) 3018-3021.
4. Jerrard, H.G.  
Surf. Sci., v-16 (1969) 137-146.
5. Wilmanns, I.  
Surf. Sci., v-16 (1969) 147-154.
6. Layer, H.P.  
Surf. Sci., v-16 (1969) 177-192.
7. Mathieu, H.J. et al  
Rev. Sci. Inst. v-45, No. 6 (1974) 798-802.
8. Muller, R.H. and J.C. Farmer  
Rev. Sci. Inst. v-55, No. 3 (1984) 371-374.
9. Fajer Ávila, V.; R.A. Díaz Delgado; A. Combarro Romero; J.L. Díaz Morera; J. Ravelo Triana  
Rev. Cub. Fis. v-4, No. 2 (1984) 59-69.
10. Ebert, H.  
Kratkij sprabochnik po fizike, Gos-oe Izd. Fiz.-Mat.-oj Literaturi (1963), Moskva, 238-239.
11. Jaecklin, A.A.  
Laser Focus No. 6 (1970) 35.
12. ————— and M. Lietz  
App. Opt. v-11, No. 3 (1972) 617-621.
13. Cartaya Saíz, O.  
Introducción al Laboratorio de Física. Fundamentos de la Teoría de Errores. Taller de Ediciones del ISPJAE, La Habana (1982) 18.
14. Sivujin, D.V.  
Obschi kurs fiziki, Optika, Izd. Nauka, Moskva (1980) 579.
15. Landsberg, G.A.  
Optika, Izd. Nauka, Moskva (1976) 620.
16. Optisches Glas mit den Vorzugsglasern des VEB JENAER GLASWERK, JENA, DDR.

# Influencia del error en el ángulo de incidencia sobre los resultados elipsométricos

Rolando A. Díaz Delgado, Justo Ravelo Triana y Pablo V. Martínez Mesa,  
Centro de Desarrollo de Equipos e Instrumentos Científicos,  
Academia de Ciencias de Cuba

## RESUMEN

En el presente trabajo se realizó un estudio detallado de la influencia del error del ángulo de incidencia sobre la determinación del espesor y del índice de refracción complejo en general, en varios tipos de estructuras (capa simple, doble y sustrato sin recubrimiento) y diferentes películas (dióxido, nitruro y poli silicio) sobre silicio, con el fin de evaluar el intervalo de validez de los resultados elipsométricos respecto al error del ángulo de incidencia.

## ABSTRACT

In this paper a detailed study about the influence of errors in the angle of incidence on thickness and refractive index evaluation was performed, considering several structures (single layer, double layer and bare substrate) and various films (dioxide, nitride and polysilicon) over silicon with the aim to evaluate the validity of ellipsometric results as concern to angle of incidence errors.

## 1. INTRODUCCIÓN

La elipsometría es una técnica óptica altamente sensible y no destructiva para la determinación de las propiedades físicas de superficies y

películas delgadas (constantes ópticas, espesor de las películas, etc.) que consiste en la evaluación del cambio del estado de polarización entre la luz que incide y la que se refleja en una muestra dada.

La elipsometría en los últimos años se ha convertido en una herramienta muy poderosa y versátil para el estudio de superficies, especialmente en la industria nitroelectrónica donde hay necesidad de medir capas tan delgadas como de algunas decenas de angstrom (A), lo cual obliga a tener un cuidado especial para disminuir los errores, tanto aleatorios como sistemáticos.

En el trabajo de *Pshenicyn et. al.* (1986) se presenta un análisis del comportamiento del error del índice de refracción y del espesor respecto a la variación del espesor de una capa de óxido de silicio sobre silicio, donde la fuente de error considerada fue el redondeo a un minuto de los valores de los ángulos elipsométricos Delta y Psi, empleados como datos de entrada del programa para la tarea inversa de la elipsometría. Este análisis resulta limitado en el sentido de que sólo se estudió una estructura y no se consideró el error en el ángulo de incidencia.

Una fuente importante de error en la elipsometría lo constituye el establecimiento y medición del ángulo de incidencia del haz de luz sobre la muestra y la alineación de ésta y del eje óptico del equipo (*Shewohun, 1970*), (*Hauge, 1973*).

En el presente trabajo se realizó un estudio detallado de la influencia del error del ángulo de incidencia sobre la determinación del espesor y del índice de refracción complejo en general, en varios tipos de estructuras y diferentes películas y substratos, con el fin de evaluar el intervalo de validez de los resultados elipsométricos respecto al error del ángulo de incidencia.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO

En este trabajo se utilizó el llamado experimento por computadora, que consiste en modelar mediante programas de simulación el proceso de elaboración de datos y se realiza introduciendo a los datos de entrada diferentes valores de error, estudiando posteriormente su influencia en los resultados de salida.

Se empleó un programa generador de datos (*Ravelo, en prensa*), que mediante un algoritmo adecuado al modelo que describe el sistema físico de la estructura de películas y substrato que se desea estudiar, tarea directa de la elipsometría, produce los valores de los ángulos elipsométricos Psi y Delta. Estos se obtienen para el ángulo de incidencia verdadero y para varios más sujetos a cierto error. Los resultados de los ángulos elipsométricos con y sin error se emplean como datos de entrada de los programas de cálculo que determinan las constantes ópticas del sistema físico dado, tarea inversa de la elipsometría.

Los casos estudiados, para los cuales los autores desarrollaron el algoritmo y los programas de cálculo (*Ravelo*, en prensa), son los siguientes:

- a) determinación del índice de refracción (N) y el coeficiente de absorción (Ka) de un sustrato,
- b) determinación del índice de refracción (N) y el espesor (D) de una capa transparente sobre sustrato absorbente conociendo el índice de refracción complejo (Nc) de este último y los valores esperados de N y D de la capa en cuestión,
- c) determinación unívoca del espesor de una capa transparente sobre sustrato absorbente empleando dos mediciones y conociendo el Nc del sustrato y el N de la capa dada,
- d) determinación de los valores de D de dos capas transparentes sobre sustrato absorbente conociendo el valor esperado de los D, los N de las capas y el Nc del sustrato.
- e) determinación de D de una capa absorbente con una medición conociendo el D esperado y el Nc de la capa y del sustrato.

El ángulo de incidencia considerado es de  $70^\circ$  cuando la medición es simple e incluye el de  $60^\circ$  cuando la medición es doble.

### 3. DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Los resultados se analizan en lo sucesivo separadamente según el caso específico dado. Se presentan en forma de gráficos que muestran en la ordenada el error relativo en por ciento del índice de refracción y el espesor (evaluado como la razón del valor calculado para el ángulo de incidencia con error, sobre el valor calculado para el ángulo de incidencia sin error) respecto del espesor de la capa dada. En el caso del sustrato limpio, sin capa ninguna, no se presentan gráficos pues los resultados indican un error muy pequeño y de variación muy lenta en toda la región analizada. Los intervalos estudiados para el espesor y el índice de refracción complejo son los que más comúnmente aparecen en la industria microelectrónica.

### 4. CASO: SUBSTRATO

Se realizó el estudio de la influencia del error del ángulo de incidencia en el intervalo de  $\pm 0.02^\circ$  sobre la determinación del N y el Ka de un sustrato limpio, sobre el cual no existe ninguna capa, para los casos siguientes:

- a)  $N > K_a$
- b)  $N < K_a$
- c)  $K_a = 0$  (sustrato transparente)

En el caso a) se estudió el intervalo para N de 3.85 a 3.91 y para Ka de 0.02 a 0.04, obteniéndose un error de  $\pm 0.13$  % para N y  $\pm 0.00$  % para Ka, también se analizó el intervalo de 5 a 6 para N y de 0.4 a 1.20 para Ka, obteniéndose un error de  $\pm 0.13$  % para N y  $\pm 0.25$  % para Ka. En el caso b) se estudió el intervalo para N de 0.2 a 0.7 y para Ka de 2.2 a 2.6, obteniéndose un error de  $\pm 0.20$  % para N y  $\pm 0.15$  % para Ka. En el caso c), se analizó el intervalo de 1.3 a 1.8 para N y se obtuvo un error de  $\pm 0.08$  %.

De modo general, para todos los casos estudiados el error en la determinación de N fue menor o igual que  $\pm 0.20$  % y de Ka fue menor o igual que  $\pm 0.25$  % para un error en el ángulo de incidencia de  $\pm 0.02^\circ$ .

## 5. CASO: CAPA TRANSPARENTE

Se estudió la influencia del error en el ángulo de incidencia con valores de  $\pm 0.01^\circ$ ,  $\pm 0.02^\circ$  y  $\pm 0.05^\circ$  sobre la determinación de N y D en estructuras de una y dos capas transparentes sobre substrato absorbente, comúnmente usados en la industria microelectrónica como las capas de dióxido de silicio y nitruro de silicio sobre silicio.

### 5.1. UNA CAPA TRANSPARENTE SOBRE SUBSTRATO ABSORBENTE

Este caso se estudió acorde con el inciso b) del aspecto 2, para el primer período de variación de espesor y para un error en el ángulo de incidencia de  $\pm 0.01^\circ$  y de  $\pm 0.02^\circ$ . En la Figura 1 se presentan los resultados para el  $\text{SiO}_2$  y los del  $\text{Si}_3\text{N}_4$  no se presentan por ser muy similares. En ambos casos, los errores aumentan sustancialmente en las zonas próximas a los extremos del período, siendo el  $\text{SiO}_2$  más sensible al error en el ángulo de incidencia que el  $\text{Si}_3\text{N}_4$ .

A partir de los resultados obtenidos en este caso, se puede concluir que no es posible determinar espesores por debajo de los 100 Å si el error en el ángulo de incidencia es de  $\pm 0.02^\circ$ , si este llega a ser menor que  $\pm 0.01^\circ$  entonces se pueden evaluar espesores hasta de 60 Å con errores aún tolerables.

### 5.2. UNA CAPA TRANSPARENTE SOBRE SUBSTRATO ABSORBENTE CON 2 MEDICIONES

También se estudió el caso correspondiente al inciso c) del aspecto 2, en el cual se obtiene la determinación unívoca del espesor y se elimina el efecto de la periodicidad de la solución. Para el  $\text{SiO}_2/\text{Si}$  se presentan los resultados (Figura 2) en el intervalo de 0 a 6000 Å con un error de  $\pm 0.02^\circ$ , donde se observa que el error máximo en la evaluación del espesor es pequeño y éste no varía periódicamente con el espesor de la capa. También se muestran los resultados para errores de  $\pm 0.05^\circ$  y se evidencia que aún con este error en el ángulo de incidencia se pueden determinar espesores tan pequeños como unidades de angstrom con un error menor que el 5 %.

### 5.3. DOS CAPAS TRANSPARENTES SOBRE SUBSTRATO ABSORBENTE

Este estudio se realizó en correspondencia con el inciso d) del aspecto 2 y se consideró una estructura constituida por una capa exterior (segunda) de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , una interior (primera) de  $\text{SiO}_2$  y el substrato Si. Se obtuvieron resultados del comportamiento del error en la determinación del espesor de ambas capas variando el espesor de la primera.

En la Figura 3 se muestran estos resultados para el intervalo de espesor de la primera capa de 0-4500 Å y cuatro espesores de la segunda capa, con un error del ángulo de incidencia de  $\pm 0,02^\circ$ . Aquí se evidencia que el error en la determinación del espesor de la capa exterior es generalmente superior que el de la capa interior. Se estudió con más detalle el intervalo de 100 a 800 Å en la capa interior para errores del ángulo de incidencia de  $\pm 0,01^\circ$  y  $\pm 0,02^\circ$  y se observó una disminución del error de ambas capas con el aumento del espesor de la capa exterior, mientras que para espesores superiores a 100 Å con  $\pm 0,01^\circ$  se obtienen errores menores que el 4 % y con  $\pm 0,02^\circ$  superan el 5 % pero son menores que el 10 %.

Los resultados obtenidos indican que se puede realizar la determinación del espesor de ambas capas con un error tolerable (menor que el 5 %) aún con  $\pm 0,02^\circ$  de error en el ángulo de incidencia para espesores superiores a 200 Å, para espesores menores es necesario asegurar  $\pm 0,01^\circ$  o menos.

### 6. CASO: CAPA ABSORBENTE SOBRE SUBSTRATO ABSORBENTE

Este estudio se corresponde con el inciso e) del aspecto 2 y se realizó para el polisilicio sobre silicio. En la Figura 4 se muestran los resultados para  $\pm 0,02^\circ$  en el intervalo de 300 a 3000 Å.

Para  $\pm 0,05^\circ$  el cuadro de resultados es similar aunque los errores son dos veces peores. También se muestran los resultados para  $\pm 0,01^\circ$  en el intervalo de 100 a 1000 Å, observándose que los errores para espesores superiores a 300 Å son inferiores al 1 % y para espesores entre 100 y 300 son inferiores al 6 %.

Los resultados obtenidos indican que para determinar espesores de polisilicio menores que 100 Å con errores aceptables es necesario incrementar la precisión en el establecimiento del ángulo de incidencia de modo que su error sea mucho menor que  $\pm 0,01^\circ$ .

### CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos respecto a los errores en la evaluación del espesor D y el índice de refracción complejo  $N_c$  de las capas delgadas consideradas, por causa de la existencia de un determinado error en el ángulo de incidencia del haz de luz que ilumina la muestra, están íntimamente vinculados y dependen en primera instancia de la solución encontrada para la tarea inversa de la elipsometría en cada uno de los sistemas físicos que se presentan.



Cuando es posible obtener una solución analítica como en el caso del substrato sin capa superficial, entonces se pueden lograr resultados con pequeños errores de las magnitudes de interés aún con errores relativamente altos del ángulo de incidencia. Lo mismo ocurre en el caso de una capa transparente con 2 mediciones, que presentó un elevado nivel de precisión en los resultados de la búsqueda de la solución hasta el punto de que se pueden determinar espesores tan pequeños como unidades de angstrom con errores menores que el 5 % tolerando un error del ángulo de incidencia tan alto como  $\pm 0,05^\circ$ .

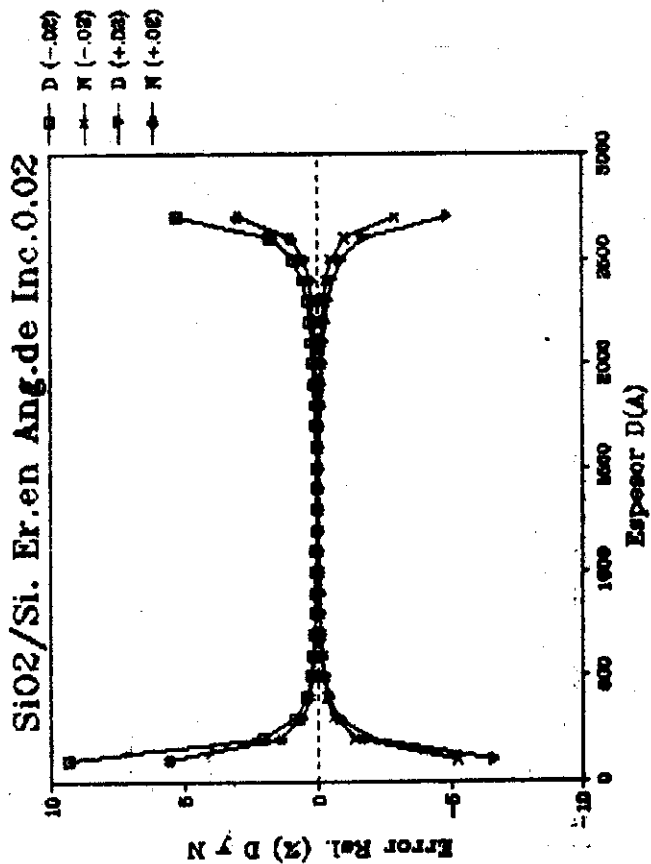
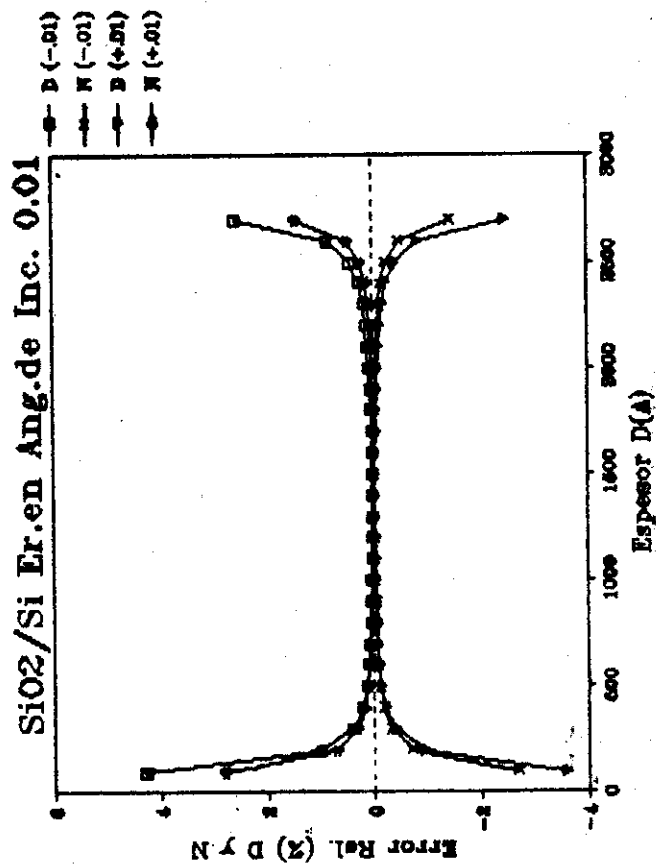
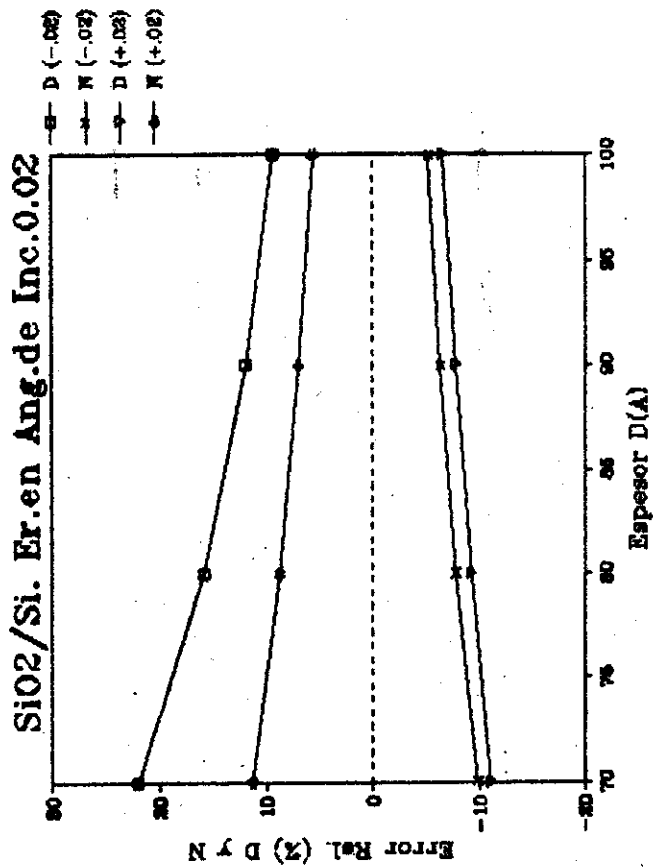
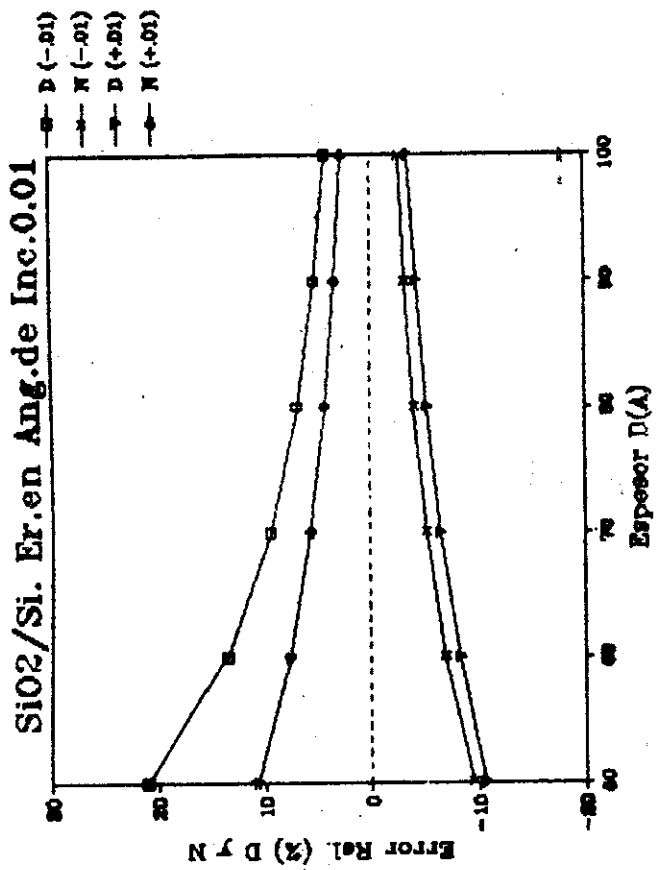
Cuando se determina simultáneamente el espesor D y el índice de refracción N de una capa transparente sobre substrato absorbente con una sola medición los autores emplearon el método propuesto por *Holmes* (1967) para la búsqueda iterativa de la solución de la tarea inversa de la elipsometría, entonces se observa un incremento brusco del error, tanto para D como para N, en los extremos del intervalo que se manifiesta periódico con el aumento del espesor. Una forma muy similar a las curvas obtenidas aquí, se observa en *Pshenicyn* (1986:20).

En el presente trabajo se evidencia una alta sensibilidad del dióxido y el nitruro de silicio al error en el ángulo de incidencia de modo que para  $\pm 0,02^\circ$  no se pueden determinar espesores menores que 100 Å. Algo semejante ocurre en el caso de dos capas transparentes donde también se emplea un método iterativo de aproximaciones sucesivas en la búsqueda de los espesores verdaderos de ambas capas, donde para  $\pm 0,02^\circ$  no se pueden determinar espesores menores que 200 Å. Tampoco en el caso de la determinación del espesor en una capa absorbente es recomendable con  $\pm 0,02^\circ$ , evaluar espesores menores que 200 Å pues el error crece bruscamente por encima del 5 %.

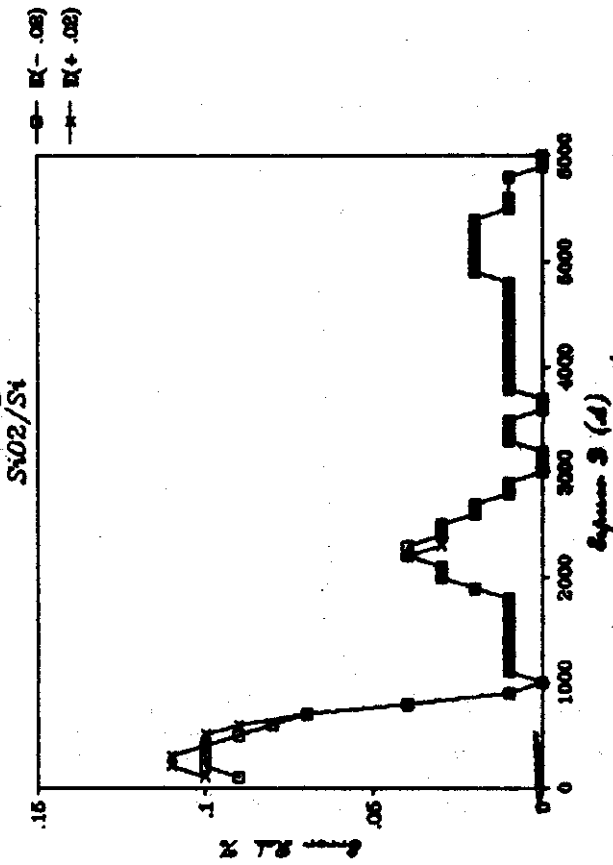
Finalmente es necesario señalar que los resultados obtenidos en el presente trabajo han brindado información cuantitativa suficiente para valorar la influencia del error del ángulo de incidencia sobre los errores en la determinación del espesor y el índice de refracción en los casos considerados.

## RECONOCIMIENTOS

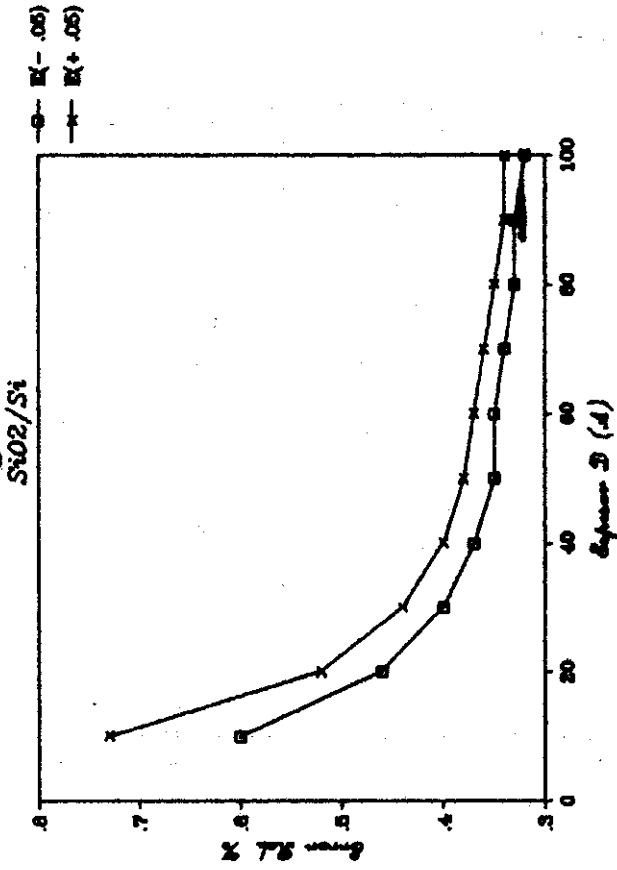
Los autores consideran necesario expresar su agradecimiento al especialista en elipsometría Marat I. Abaev de Leningrado por sus valiosos consejos y sugerencias sobre algunos aspectos importantes de este trabajo, así como a la compañera Marta B. Herrera Lichilín por su esforzada labor en la introducción del documento en el soporte magnético de información.



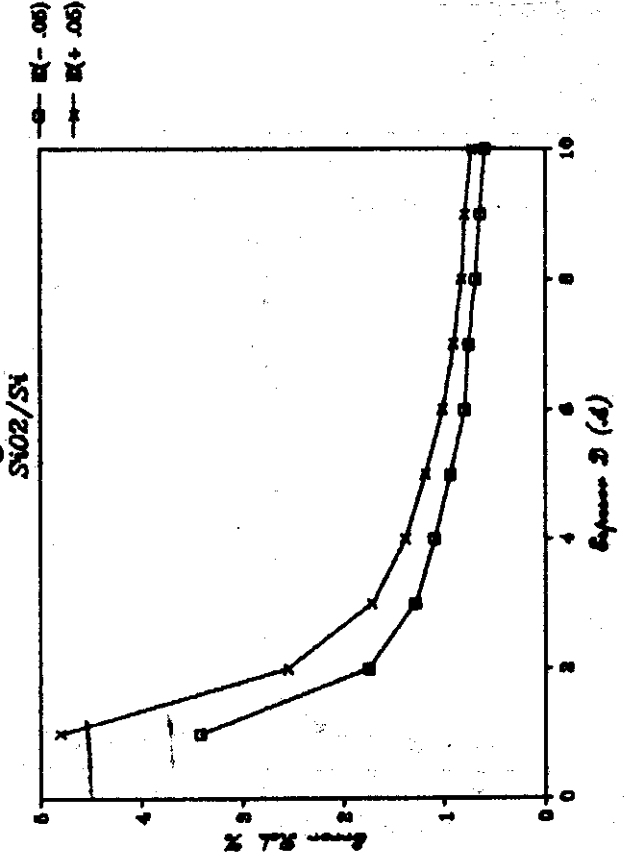
Error en los Ang. de Inc. .02



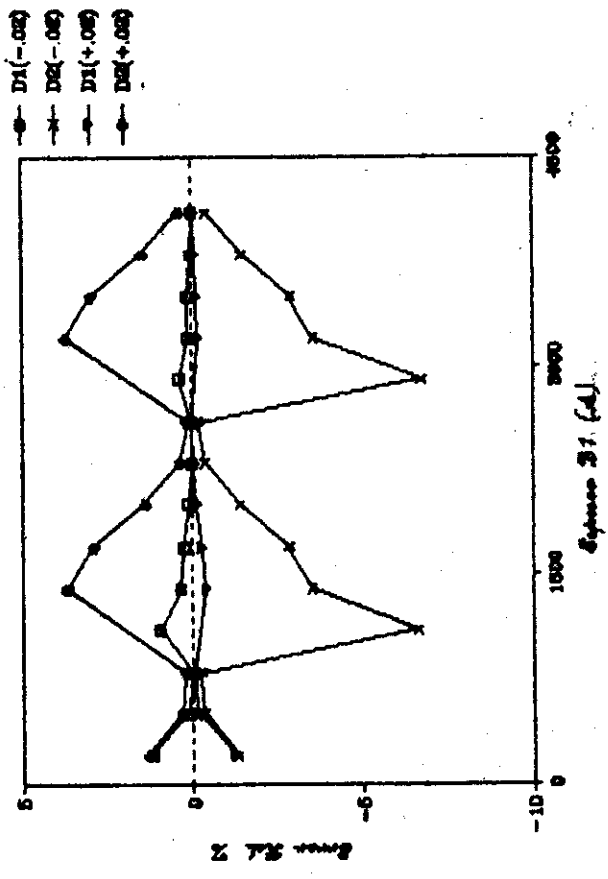
Er.enAng.deInc. .05



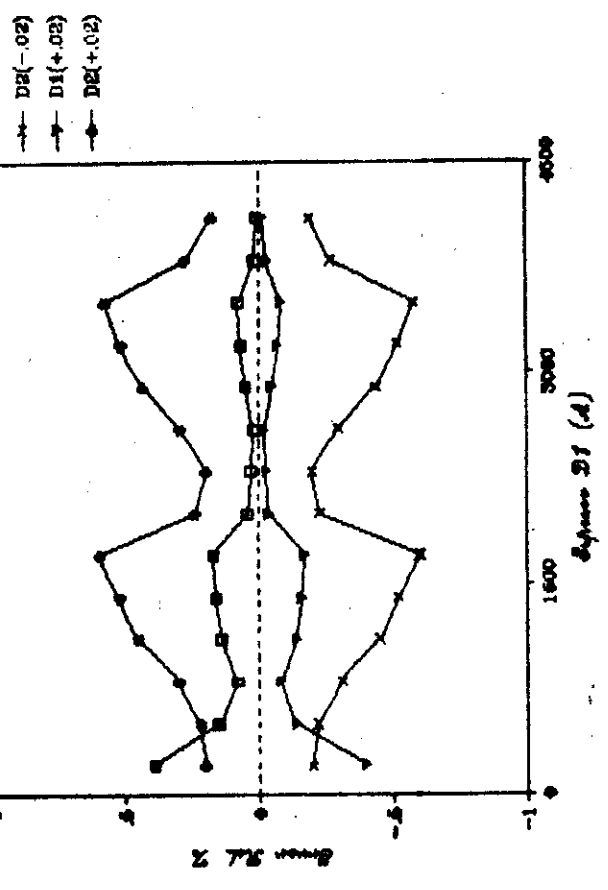
Er.enAng.deInc. .05



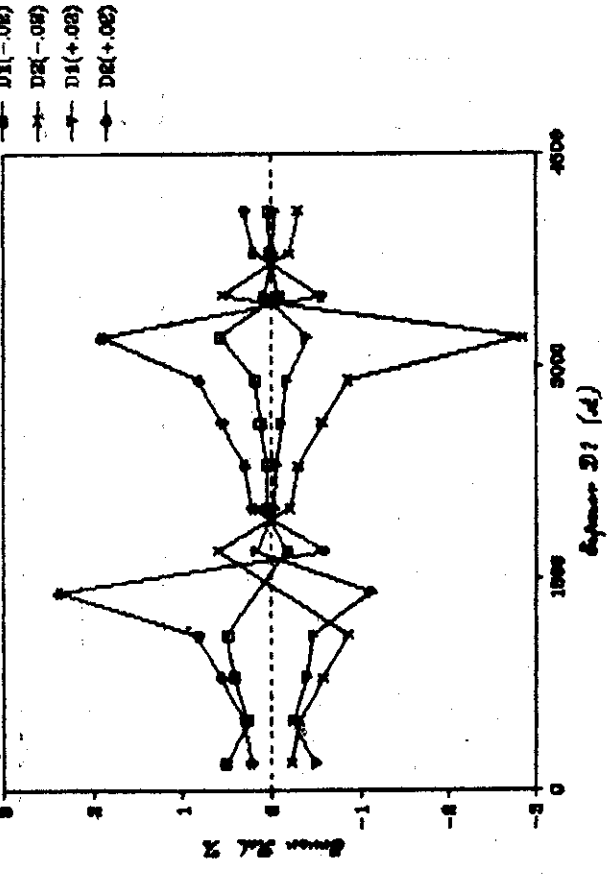
Si3N4/SiO2/Si.Er.en Ang.de Inc.0.02.D2= 200



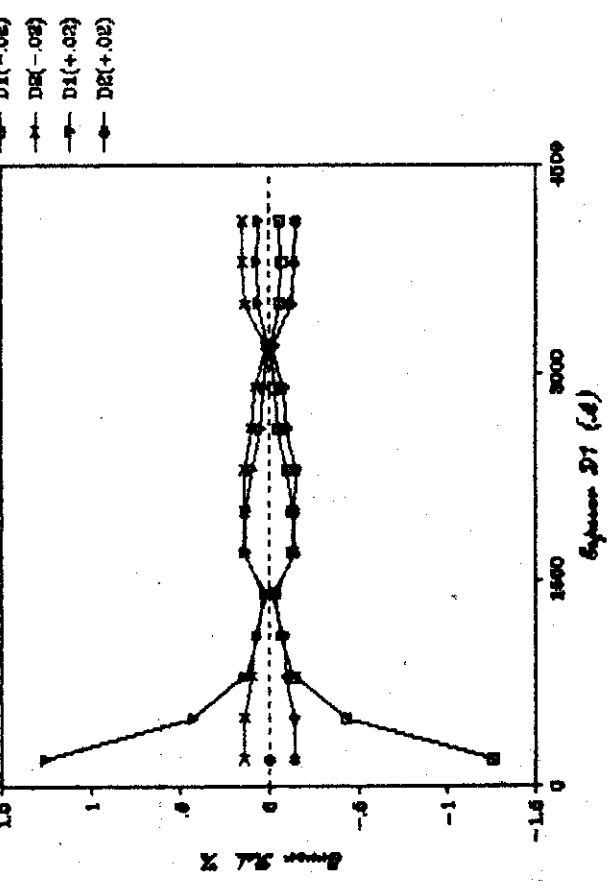
Si3N4/SiO2/Si.Er.en Ang.de Inc.0.02.D2= 700



Si3N4/SiO2/Si.Er.en Ang.de Inc.0.02.D2=1200

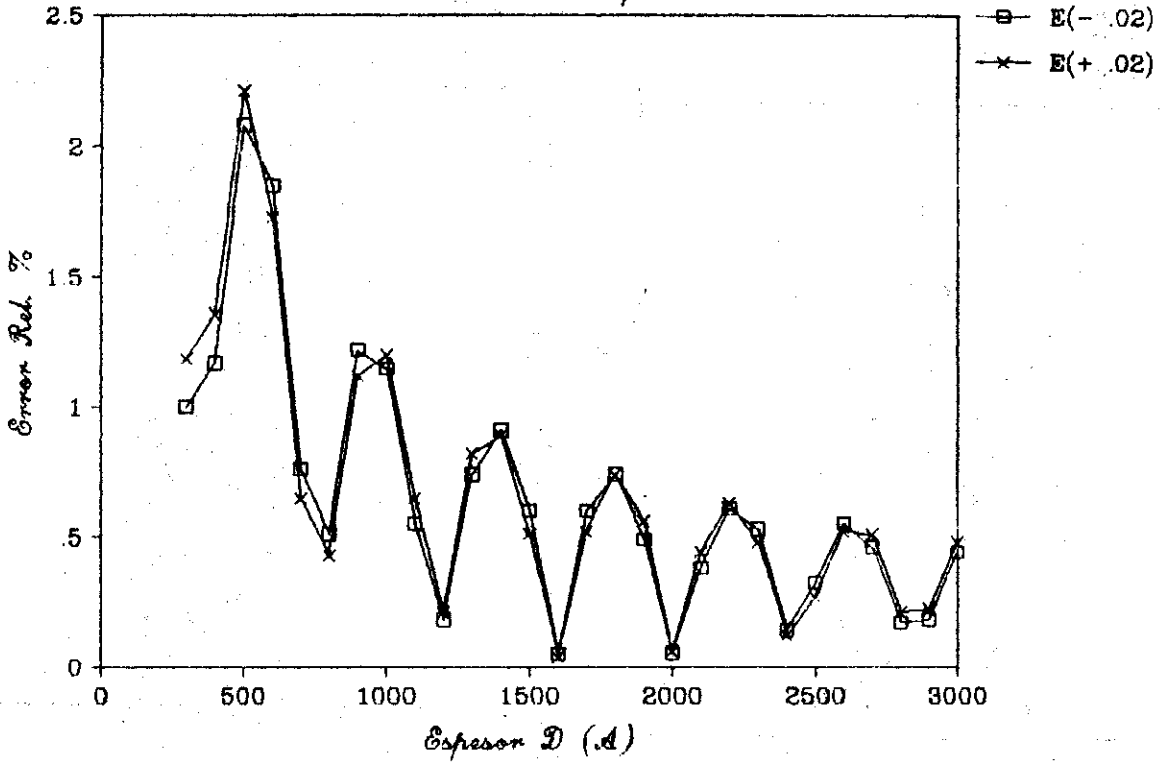


Si3N4/SiO2/Si.Er.en Ang.de Inc.0.02.D2=2200



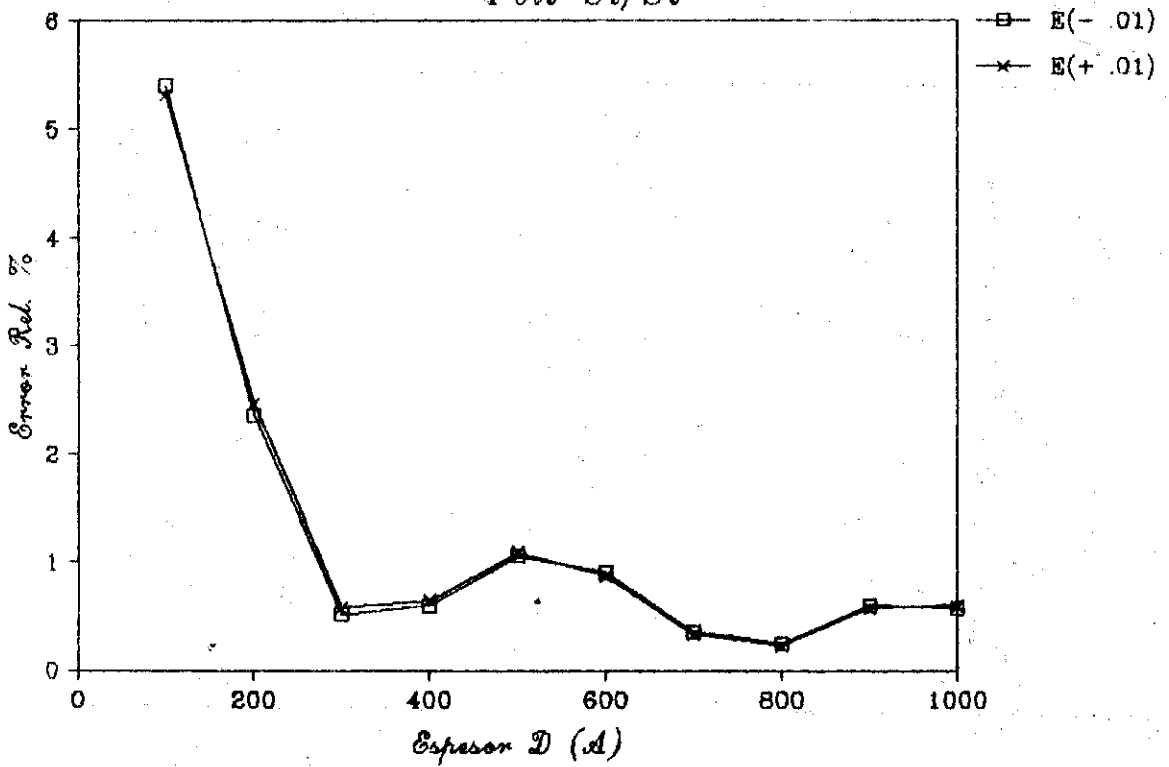
# Er.enAng.deInc. .02

Poli-Si/Si



# Er.enAng.deInc. .01

Poli-Si/Si



## BIBLIOGRAFIA

1. Hauge, P.S. y F.H. Dill (1973)  
*Design and operation of ETA, an automated ellipsometer.* IBM J. Res. Develop., 17(6):472-489.
2. Holmes, D.A. (1967)  
*On the calculation of thin film refractive index and thickness by ellipsometry.* Appl. Opt., 6(1):168.
3. Pshenicyn, V.I.; M.I. Abaev y N.Iu. Lyzlov (1986)  
*Elipsometría en las investigaciones físico-químicas [en ruso].* Química, Leningrado, 152 pp., 12 tablas.
4. Ravelo Triana, J.; R.A. Díaz Delgado y P.V. Martínez Mesa  
*Algoritmos y programas para el empleo de la elipsometría en la microelectrónica.*
5. Shewchun, J. y E.C. Rowe (1970)  
*Ellipsometric technique for obtaining substrate optical constants.* J. Appl. Physics, 41(10):4128-4138.