

# ESTUDIO DE LA DINÁMICA DE ROTACIÓN DE UN CUERPO RÍGIDO A TRAVÉS DEL ACELERÓMETRO DE UN DISPOSITIVO MÓVIL

## STUDY OF THE ROTATION DYNAMICS OF A RIGID BODY THROUGH THE ACCELEROMETER OF A MOBILE DEVICE

J. RODRIGUÉZ<sup>at</sup>, C. GARCÍA<sup>b</sup>, Y E. GOVEA<sup>a</sup>

a) Departamento de Matemática-Física, Universidad de Granma, Cuba. jrodriguez@udg.co.cu.†

b) Departamento de Ingeniería Informática, Universidad de Granma, Cuba.

† autor para la correspondencia

Recibido 27/05/2024; Aceptado 30/11/2024

La introducción de los dispositivos móviles en la enseñanza de la física ha cobrado gran auge en los últimos tiempos debido a la amplia gama de sensores que contienen y las funcionalidades de los mismos para realizar mediciones en tiempo real. Se realizó un estudio de la dinámica de rotación de un sólido rígido mediante el sensor acelerómetro acoplado a un teléfono inteligente. El problema estudiado es una modificación del aparato de laboratorio formado por una cruceta que gira horizontalmente alrededor de un eje vertical. Mediante una aplicación Android, desarrollada *ad hoc*, fue posible visualizar el comportamiento y medir las componentes radial y tangencial de la aceleración lineal. Se calcularon el momento de inercia y el torque de fricción de la cruceta. Finalmente, se discuten algunos casos particulares del problema inicial con el objetivo de mostrar las potencialidades de estos dispositivos en la enseñanza de la Física.

The introduction of the mobile devices in the teaching of physics has gained importance in recent times due to the wide range of sensors they contain and their ability to accomplish measurements in real time. The study of the dynamics of a rigid body rotation using the accelerometer of a smart phone was tackled. The problem is a modification of the standard laboratory device consisting in a crossbeam that rotates in a horizontal plane around a vertical axis. Through an *ad hoc* Android application, it was possible to visualize the behavior and to measure the radial and tangential components to a linear acceleration. Moreover, the moment of inertia and the friction torque of the crossbeam was calculated. Finally, we discuss some particular cases of the main problem that shows the potential of these devices for physics teaching.

PACS: Física general (general physics), dispositivo móvil (mobile device), cuerpo rígido sólido (Solid rigid body), sensor de acelerómetro (accelerometer sensor).

### I. INTRODUCCIÓN

Las prácticas de laboratorio ocupan un lugar cada vez más importante en el proceso de enseñanza de las asignaturas de las ciencias básicas. En primer lugar, motivado por el carácter activo que le confieren al proceso de enseñanza-aprendizaje y porque, además, contribuyen a objetivar el conocimiento [1].

donde  $M$  es la masa,  $a$  y  $b$  son el ancho y el largo respectivamente del dispositivo móvil y  $h$  es la distancia entre los ejes de rotación del centro de masa donde se encuentra ubicado el sensor acelerómetro del dispositivo móvil y el eje ubicado en el centro de la cruceta con respecto al cual reportados en la tabla 1.

La enseñanza de la dinámica rotacional de un sólido rígido en el laboratorio de Física es un tópico que causa dificultad para su comprensión a pesar de su amplia aplicabilidad en la ciencia y en la ingeniería. Para contrarrestar dicho fenómeno se han realizado varios trabajos que muestran soluciones muy creativas a través de montajes experimentales que van desde muy simples a otros con un nivel mayor de complejidad [1–6], que le permiten al profesor, desde el punto de vista didáctico, facilitar la comprensión del contenido y motivar al estudiante.

Muchos son hoy en día los retos enfrentados por la didáctica para hacer llegar de una manera efectiva el conocimiento.

Esto ha motivado que surja la necesidad de buscar nuevos medios de enseñanza que ayuden a mostrar los fenómenos estudiados, por lo cual la enseñanza de la Física fue una de las pioneras en el uso de las tecnologías de la informática y las comunicaciones con este fin. Gracias a ello, se han creado nuevas oportunidades y alternativas para solventar las dificultades antes mencionadas. Por ello, es cada vez más creciente el surgimiento de plataformas y portales educativos que permiten a la comunidad académica el intercambio de conocimientos y cultura, convirtiendo a Internet y las autopistas de las comunicaciones en los medios para el cambio [7].

En la última década, el uso de dispositivos móviles (celulares, tablets, iphone, smartphones, entre otros) se ha incrementado en la población mundial de una manera acelerada. Sin embargo, aspectos poco divulgados de los DM son los relacionados con los sensores que contienen, aunque ciertamente estos han sido usados para la enseñanza de la Física [8]. El sensor más común es el acelerómetro, aunque algunos DM poseen de temperatura y presión entre otros. En el caso particular del acelerómetro, su empleo se ha difundido ampliamente en las más diversas formas de juego.

El uso del acelerómetro de un DM en la enseñanza de la física comenzó a ganar interés a partir de octubre del año 2012. En

el periodo 2012-2013, la revista de la Asociación Americana de Profesores de Física (AAPT por sus siglas en inglés), publicó una serie de trabajos en los cuales se mostraban las potencialidades del acelerómetro para estudiar, en tiempo real, diversos tipos de movimientos mecánicos como la caída libre, el movimiento circular, entre otros [9–12].

Desde esta perspectiva el enriquecimiento de las prácticas pedagógicas con nuevos y disímiles medios de enseñanza se hace necesario. Como era de esperar, el número de aplicaciones informáticas que han tenido como objetivo leer, visualizar y guardar los datos del acelerómetro para varios fines ha crecido en los últimos años, sin embargo, no todas tienen como finalidad explícita la enseñanza y las que, por el contrario, poseen excelentes prestaciones para ello no son gratuitas. Para solucionar esta disyuntiva, recientemente se desarrolló una aplicación Android denominada VirtualLab v1.0 [13]. De esta manera se accede a los datos del acelerómetro de cualquier DM y además permite adecuarla a los requerimientos de la enseñanza de la Física en el centro de educación superior.

Por lo tanto, dada la dificultad que dentro de los movimientos mecánicos genera a los estudiantes la rotación de un sólido rígido, en este trabajo se presenta un estudio de la dinámica de rotación de un sólido rígido mediante el acelerómetro acoplado a un DM. Además, se muestran las potencialidades que tiene este tipo de medio con el objetivo de incentivar su uso dentro de nuestros centros de enseñanza superior.

## II. MATERIALES Y MÉTODOS

### II.1. Descripción del montaje experimental

En la Fig. 1 se muestra una fotografía del montaje experimental utilizado.



Figura 1. Montaje experimental con dispositivo móvil acoplado.

Típicamente el equipo mostrado forma parte de un sistema compuesto por una cruceta unida a una polea cónica de varios

radios los cuales pueden girar alrededor de un eje de rotación vertical.

La descripción detallada del equipo puede encontrarse en las referencias [1, 3]. En ese caso, todas las mediciones de las magnitudes físicas involucradas se realizan con un temporizador modelo GZ-2A de fabricación china. En este trabajo, como se muestra en la Fig. 1, la modificación propuesta consiste en adjuntar a la cruceta un DM (teléfono inteligente) que posee un sensor acelerómetro con un rango de medición de  $\pm 2g$ , donde  $g$  es la aceleración de la gravedad.

### II.2. Caso de estudio

Las ecuaciones dinámicas que rigen el movimiento del sistema descrito anteriormente son las siguientes:

Antes de que el hilo se suelte:

$$mg - T = ma_1; \quad Tr - M_f = I\alpha_1; \quad a_1 = \alpha_1 r \quad (1)$$

y después que el hilo se suelta:

$$-M_f = I\alpha_2; \quad a_2 = \alpha_2 r \quad (2)$$

donde  $a_1$  y  $\alpha_1$  son las aceleraciones lineal y angular del sistema bajo la acción del torque provocado por la tensión  $T$  del hilo,  $a_2$  y  $\alpha_2$  son las aceleraciones lineal y angular del sistema sin la acción de la tensión del hilo. Es importante destacar que ambas aceleraciones dependen de tiempo y están relacionadas a través del radio  $r$  de la polea alrededor del cual se enrolla el hilo (ver tabla 1),  $M_f$  es el torque realizado por la fuerza de fricción,  $m$  es la masa total del cuerpo (ver tabla 1) e  $I$  es el momento de inercia del sistema determinado por la siguiente expresión [1, 3]:

$$I = \frac{mgr}{\alpha_1 + \alpha_2} - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} mr^2 \quad (3)$$

Para determinar el momento de inercia del sistema debemos de tener en cuenta cómo afecta el momento de inercia del dispositivo móvil la medición del sensor. El momento de inercia del sistema está determinado por la suma de los momentos de la cruceta  $I_c$  y el del dispositivo móvil  $I_{DM}$  [1, 3]:

$$I = I_c + I_{DM} \quad (4)$$

El dispositivo móvil se puede modelar físicamente como una distribución de masa en forma de placa rectangular que rota en torno a un eje paralelo al eje que pasa por su centro de masa, y aplicando el teorema de los ejes paralelos obtenemos una expresión para calcular el momento de inercia:

$$I_{DM} = \frac{M(a^2 + b^2)}{12} + Mh^2 \quad (5)$$

donde  $M$  es la masa,  $a$  y  $b$  son el ancho y el largo respectivamente del dispositivo móvil y  $h$  es la distancia entre los ejes de rotación del centro de masa donde se encuentra ubicado el sensor acelerómetro del dispositivo móvil y el eje ubicado en el centro de la cruceta con respecto al cual rota reportados en la tabla 1.

Tabla 1. Magnitudes fundamentales utilizadas en este trabajo, nomenclatura y valor reportado con su error usado para el estudio.

Magnitud	Nomenclatura	Valor	Incertidumbre
Radio máximo de la cruceta	$R_1$	$5.028 \times 10^{-2} m$	0.002 m
Radio mínimo de la cruceta	$R_2$	$3.05 \times 10^{-2} m$	0.002 m
Distancia del dispositivo móvil	$h$	$6.216 \times 10^{-2} m$	0.002 m
Largo del dispositivo móvil	$b$	$11.25 \times 10^{-2} m$	0.01 m
Ancho del dispositivo móvil	$a$	$6.20 \times 10^{-2} m$	0.01 m
Masa del dispositivo móvil	$M$	$0.1937 \times 10^{-3} kg$	0.0001 kg
Masa total del cuerpo	$m$	$0.0958 \times 10^{-3} kg$	0.0001 kg

### II.3. Descripción de la aplicación

*VirtualLabv1.0* permite realizar las mediciones y mostrar en una gráfica en función del tiempo las componentes tangencial y radial de la aceleración. Además, mediante la aplicación es posible variar la frecuencia de muestreo y salvar los datos medidos en un fichero estructurado con cuatro columnas. En la primera columna se muestra el tiempo y en las restantes tres se muestran de manera ordenada los datos de las distintas aceleraciones experimentadas por el cuerpo en cada una de las direcciones de los ejes cartesianos.

Como la aplicación *VirtualLab* permite guardar las lecturas en las componentes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  de la aceleración del cuerpo en función del tiempo de medición [13], entonces la aceleración promedio en un intervalo de tiempo se puede calcular a través de la ecuación:

$$\bar{a} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} a(t) dt}{t_2 - t_1} \quad (6)$$

donde  $a(t)$  es la aceleración obtenida con el dispositivo móvil,  $t_1$  es el tiempo inicial del movimiento y  $t_2$  es el tiempo de final. El cálculo numérico de la ecuación (6) se realizó mediante el método de los trapecios [14].

## III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Primer caso de estudio.

En la figura 2a) se muestran las curvas experimentales de aceleración en función del tiempo medidas en las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$  cuando el DM está orientado como se indica en la Fig. 1. En estas condiciones se tiene que  $a_x$  coincide con componente tangencial de la aceleración,  $a_t$ , y  $a_y$  con la radial,  $a_r$ . Como el DM reposa sobre una superficie horizontal la lectura de  $a_z$  es constante e igual al valor de la gravedad.

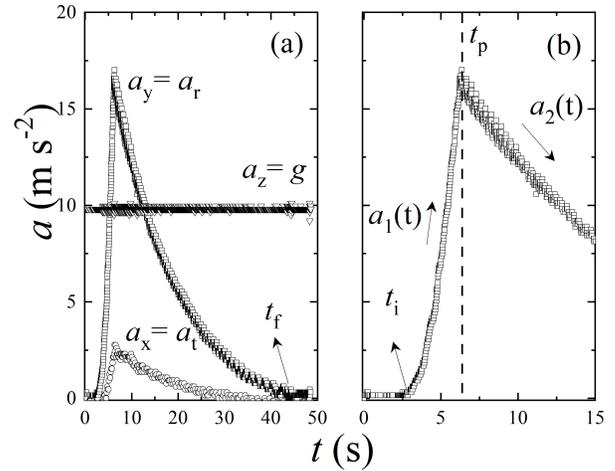


Figura 2. Curvas típicas mostradas por la aplicación. a) Identificación de las aceleraciones asociadas a las componentes cartesianas de los ejes registrados por el sensor. b) Curva de aceleración-deceleración del movimiento de la cruceta (ver detalles en el texto).

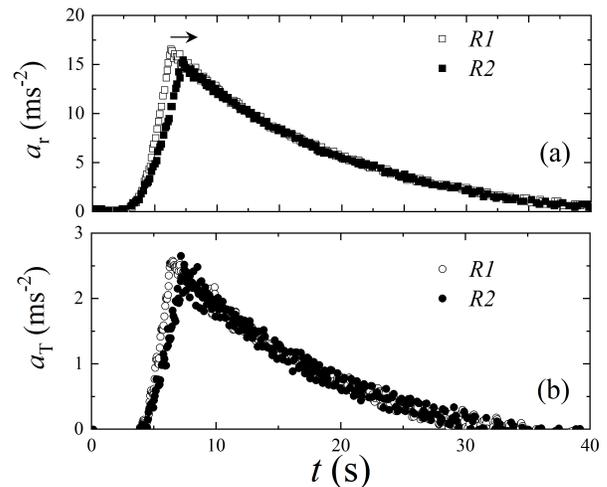


Figura 3. Curvas de aceleración en función del tiempo obtenidas para diferentes radios de la polea. a) Componente radial de la aceleración. b) Componente tangencial de la aceleración.

Nótese, que  $a_t(t)$  y  $a_r(t)$  tienen un comportamiento cualitativo muy similar; partiendo de cero ambas curvas aumentan, alcanzando un máximo, para luego disminuir hasta cero. Como puede verse de forma más detallada en la Fig. 2b), inicialmente el sistema está en reposo. Para  $t \geq t_i$ , las aceleraciones radial y tangencial comienzan a crecer y tienen

un máximo para  $t = t_p$ . Para tiempos mayores el hilo del que cuelga el cuerpo de masa  $m$  se desprende del sistema y ambas aceleraciones disminuyen siendo cero para  $t \geq t_f$ . La parte creciente (movimiento acelerado) la denominaremos  $a_1(t)$  y a la decreciente (movimiento desacelerado) como  $a_2(t)$ . Es importante destacar que desde el punto de vista cuantitativo se obtuvo que  $a_r(t) \geq a_2(t)$ .

En la Fig. 3 se muestran los comportamientos para distintos tamaños de radios de las componentes radial y tangencial de la aceleración. Al igual que en la Fig. 2 se observa el mismo tipo de comportamiento creciente para el movimiento acelerado y decreciente para el movimiento desacelerado. Se observa además para ambas componentes un desplazamiento hacia mayores tiempos de  $t_p$  y una ligera disminución en el valor máximo de la aceleración asociado al tamaño del radio de la polea debido al aumento de la longitud del hilo enrollado.

Considerando los datos de  $a_i(t)$  obtenidos cuando el hilo fue enrollado en el radio  $R_2$  (ver Fig. 2) se obtuvo, mediante el cálculo numérico de la ecuación (6), que los valores de las aceleraciones medias son  $\bar{a}_1 = (1.3239 \pm 0.0001) \text{ m/s}^2$  y  $\bar{a}_2 = (0.8743 \pm 0.0001) \text{ m/s}^2$ . Consecuentemente, los valores de las aceleraciones angulares son  $\alpha_1 = (43.4066 \pm 0.0001) \text{ rad/s}^2$  y  $\alpha_2 = (28.6656 \pm 0.0001) \text{ rad/s}^2$ .

Además, de los datos reportados en la tabla 1 y las expresiones (3), (4) y (5) se obtuvo que el momento de inercia de la cruceta es  $I_c = (1.72 \pm 0.06) \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Es importante destacar que el valor obtenido para  $I_c$  es muy cercano al reportado por Hernández et al., pero utilizando un aparato experimental similar al nuestro acoplado al temporizador modelo GZ-2A de fabricación china [1].

#### IV. CONCLUSIONES

Se empleó con éxito un dispositivo móvil para el estudio de la dinámica de rotación de un sólido rígido. El uso de este tipo de dispositivo y la aplicación *VirtualLab v1.0*, permitió obtener información sobre el comportamiento en tiempo real de las aceleraciones radial y tangencial generadas por el sensor acelerómetro. Fue posible determinar que el valor del

momento de inercia de la cruceta es de  $I_c = (1.72 \pm 0.06) \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . La similitud de este resultado con el reportado por otros autores demuestra la validez y las potencialidades del uso de los dispositivos móviles en el estudio de la dinámica del movimiento de los cuerpos.

Debido a la cantidad de dispositivos móviles en manos de nuestros estudiantes, este tipo de abordaje tiene como atractivos adicionales el de facilitarles la comprensión de los más diversos tipos movimientos mecánicos de una forma novedosa y motivadora.

#### REFERENCIAS

- [1] A. Ferreira, A. Gessa, Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, 183 (2011).
- [2] C. Collazo, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 446 (2009).
- [3] M. Fernández, L. Rodríguez, et al. Lat. Am. J. Phys. Educ. **9**, 1503 (2015).
- [4] C. Collazo, C. Mora, Revista Brasileira de Ensino de Física **34**, 1 (2012).
- [5] D. Rodríguez, J. Llovera, Lat. Am. J. Phys. Educ. **8**, 4504 (2014).
- [6] J. Agudelo, G. García, Lat. Am. J. Phys. Educ. **4**, 149 (2010).
- [7] J. Cabero, Tecnología y Comunicación Educativas Año **45**, 5 (2007).
- [8] V. L. Díaz-Melián, L. A. Rodríguez, F. Pedroso-Camejo, J. Mieres, Y. de Armas, A. J. Batista-Leyva, E. Altshuler, Rev. Cubana Fis. **36**, 4 (2019).
- [9] J. Kuhn, P. Vogt, Phys Teach. **50**, 23 (2012).
- [10] J. Chevrier et al., Phys. Teach. **51**, 376 (2013).
- [11] J. Kuhn, P. Vogt, Phys. Teach. **51**, 11 (2013).
- [12] J. Kuhn, P. Vogt, Eur. J. Phys. Educ. **4**, 34 (2013).
- [13] C. García-Suaréz, Aplicación Android para graficar en tiempo real los datos del acelerómetro de un dispositivo móvil, Tesis de Diploma, Universidad de Granma. (2016).
- [14] W. Press, B. Flannery et al., Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing, University Press, Cambridge, (1992).

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.

