

UN MODELO BASADO EN ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS PARA ESTUDIOS DE LOS MOVIMIENTOS SACÁDICOS EN PACIENTES CON ATAXIA ESPINOCEREBELOSA DE TIPO 2 (SCA2)

A MODEL BASED ON ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS TO STUDIES OF SACCADIC MOVEMENTS IN PATIENTS WITH SPINOCEREBELAR ATAXY TYPE 2 (SCA2)

C. MORA^{a†}, C. VELÁZQUEZ^a, R. URQUIZA^a, R. BECERRA^b, E. VÁZQUEZ^c

a) Facultad de Informática y Matemática, Universidad de Holguín, 80100 Holguín, Cuba; cmorab@uho.edu.cu[†]

b) Universidad de Granada, 18010 Granada, España

c) Universidad Politécnica Salesiana, Sede Cuenca, 010105 Cuenca, Ecuador

† autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 25/10/2017

PACS: Computer modeling and simulation, 07.05.Tp; Modeling of biomedical systems, 87.85.Tu, Differential equations, 87.10.Ed

I. INTRODUCCIÓN

El término ataxia se emplea para describir un trastorno de la marcha caracterizado por inestabilidad, incoordinación y aumento de la base de sustentación [1]. Los movimientos oculares son afectados y en especial las sácadas, caracterizadas por una amplitud angular y por la rapidez cuando la vista se dirige hacia un objetivo. Esos movimientos experimentan alteraciones en los enfermos con SCA2, por lo que su detección temprana es de capital importancia para el diagnóstico. Se han realizados intensas investigaciones como las de A. T. Bahill [2] y J. Enderle, A. Ghahari y W. Zhou [4–6], para el caso de la modelación de los movimientos oculares en personas sanas tales.

1.1. Modelo para los movimientos sacádicos

El músculo tiene una estructura compleja. Según el modelo de Bahill [2,5], las seis ecuaciones diferenciales se deducen a partir de considerar el globo ocular como un cuerpo con un momento de inercia J . El mismo puede rotar horizontalmente a un lado y a otro, bajo la acción de fuerzas viscosas y elásticas. Éstas últimas son ejercidas por los músculos que se modelan como resortes lineales y sometidos también a la acción de fuerzas de viscosidad. El sistema de ecuaciones adopta la forma:

$$\dot{x}_1 = x_4, \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{K_{SE}^2}{(K_{LT} + K_{SE})B_{AG}} x_1 - \frac{K_{SE}}{B_{AG}} x_2 + \frac{K_{SE}^2}{(K_{LT} + K_{SE})B_{AG}} x_5, \quad (2)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{K_{SE}^2}{(K_{LT} + K_{SE})B_{ANT}} x_1 - \frac{K_{SE}}{B_{ANT}} x_2 + \frac{K_{SE}^2}{(K_{LT} + K_{SE})B_{ANT}} x_6, \quad (3)$$

de conjunto con,

$$\dot{x}_4 = \frac{-2K_{SE} - K_P}{J} x_1 + \frac{K_{SE}}{J} x_2 + \frac{K_{SE}}{J} x_3 - \frac{B_P}{J} x_4, \quad (4)$$

$$\dot{x}_5 = \frac{cN_{AG} - x_5}{\tau_{AG}}, \quad (5)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{cN_{ANT} - x_6}{\tau_{ANT}}. \quad (6)$$

Las magnitudes que aparecen son: K_P , K_{SE} , K_{LT} : constantes elásticas referidas a la elasticidad pasiva, la serie elástica y la tensión longitudinal; B_{AG} , B_{ANT} , B_P : coeficientes de viscosidad asociados a los músculos agonistas, antagonista que funge como resortes y al globo ocular que rota con fricción. Las funciones bajo el signo de las derivadas designan: x_1 : posición del ojo; x_2 : posición del nodo agonista; x_3 : posición del nodo antagonista; x_4 : velocidad del ojo; $x_5 = F_{AG}$ y $x_6 = F_{ANT}$ fuerzas de tensión del estado activo de los músculos agonista y antagonista; τ_{AG} y τ_{ANT} : constantes referidas a los tiempos de activación y desactivación de la sácada; N_{ANT} y N_{AG} : señales de control neuronal; c : factor de conversión.

II. RESULTADOS

Las entradas al modelo las constituyen las fuerzas de tensión del estado activo F_{AG} y F_{ANT} que están siendo modificadas por las señales de control neuronal N_{AG} y N_{ANT} que inervan el músculo. Así las ecuaciones 5 y 6 filtran las señales N_{AG} y N_{ANT} para introducirlas en el modelo y conocer como se está comportando la posición y la velocidad con respecto al tiempo.

Las mediciones fueron realizadas con ayuda de un electronistagmógrafo. Ello permitió confeccionar los

registros de las magnitudes para pacientes enfermos y sanos. Tales magnitudes son: las señales de control neuronal, las amplitudes de sácadas y sus velocidades. Las mediciones se procesaron en MATLAB en aras de simular las sácadas y sus perfiles de velocidad con ayuda de la herramienta SIMULINK.

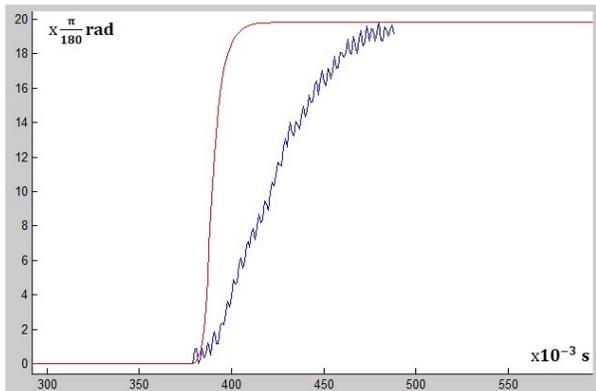


Figura 1. Comportamiento de la amplitud de sácada en pacientes enfermos. Gráfica en color rojo: modelo de Bahill; gráfica en color azul: experimental.

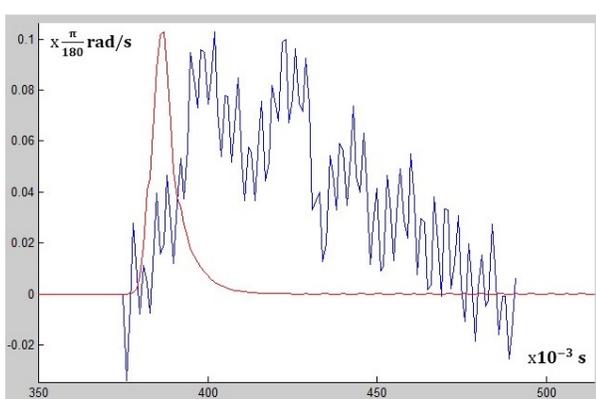


Figura 2. Comportamiento de la velocidad de sácada en pacientes enfermos. Gráfica en color rojo: modelo de Bahill; gráfica en color azul: experimental.

En las figuras 1 y 2 aparecen los resultados experimentales (azul) y procesados (rojo) para las

amplitudes y las velocidades de sácadas respectivamente, en personas enfermas. El procesamiento para simularlas incluyó incorporar al modelo de Bahill las señales de control neuronal y las constantes adoptadas de [2]. Los gráficos muestran que las magnitudes involucradas no se comportan en correspondencia con el modelo.

En el caso de personas sanas, se obtuvo una correspondencia entre los valores experimentales y los predichos por el modelo de Bahill [3].

III. CONCLUSIONES

Las amplitudes de sácadas y sus correspondientes perfiles de velocidad según los resultados del modelo de Bahill para movimientos oculares en un plano horizontal, no se corresponden con los resultados de las mediciones en los pacientes enfermos con SCA2 [3].

REFERENCIAS

- [1] L. C. Velázquez, *Ataxia spinocerebelosa tipo 2* (Ciencias Médicas, La Habana, 2012).
- [2] A. T. Bahill, *CRC Crit. Rev. Bioeng.* **4**, 311 (1980).
- [3] C. Mora, "Modelo del movimiento ocular en un plano horizontal basado en ecuaciones diferenciales". Tesis de Licenciatura en Matemática, Universidad de Holguín, 2015.
- [4] A. Ghahari, J. D. Enderle, *Models of Horizontal Eye Movements, part 4* (Morgan & Claypool, San Rafael, USA, 2015).
- [5] J. D. Enderle, W. Zhou, *Models of Horizontal Eye Movements, part II* (Morgan & Claypool, San Rafael, USA, 2010).
- [6] J. D. Enderle, *Models of Horizontal Eye Movements, part I* (Morgan & Claypool, San Rafael, USA, 2010).