

Par-electrónico en el átomo relativista: II ecuación de Bethe-Salpeter para el par

M. A. Braun, Cátedra de Teoría del Núcleo y partículas elementales
 Universidad Estatal de Leningrado. J.J. Parera, Departamento de Física
 General y Teórica, Facultad de Física Matemática, Universidad de Oriente.

RESUMEN

Se deduce una ecuación del tipo Bethe-Salpeter para el par-electrónico-relativista moviéndose en el potencial efectivo: coulombiano nuclear + de Hartree-Fock-Dirac de los restantes $(N-2)$ electrones; se emplean los métodos usuales de la Teoría Cuántica de los campos a través de la función de Green de dos partículas.

Se discute el paso límite a una ecuación de tipo Breit.

ABSTRACT

An equation of Bethe-Salpeter Type for a relativistic-electronic pair which is moving in an effective potential: Coulomb's nuclear + Dirac-Hartree-Fock of the resting $(N-2)$ atomic electrons is derive. We use the usual methods of the Quantum Field Theory via Twoparticle Green's function. We discuss the limit to a Breit's Type equation.

INTRODUCCIÓN

En trabajo anterior /1/ desarrollamos la idea de generalizar la teoría de pares electrónicos atómicos al caso relativista, labor que desarrollamos en dos pasos: primero introdujimos una ecuación de tipo Breit para el par-electrónico-relativista (PER), que considera los dos electrones del PER en su interacción recíproca y moviéndose en un potencial externo efectivo que resulta del coulombiano nuclear + el de Hartree-Fock-Dirac (HFD) de los restantes $(N-2)$. En un segundo paso procedimos a la introducción de una ecuación relativista completamente covariante para ese subsistema, del tipo Bethe-Salpeter /2,3/, en el mencionado potencial

efectivo. Para la formulación de dicha ecuación sencillamente explotamos la analogía con el caso de dos electrones moviéndose en el potencial puro de Coulomb nuclear /4/.

El objetivo del presente trabajo es la obtención de tal ecuación mediante los métodos de la Teoría Cuántica de los Campos. En la Sec. I obtenemos la ecuación Bethe-Salpeter (BS) para la función de Green de dos partículas que describe el PER, por los métodos usuales, considerando la representación de interacción en la concepción de Furry /5/ que incorpora en el Hamiltoniano no perturbado, además del potencial coulombiano nuclear, como es habitual, el de HFD. En la Sec. II discutimos diagramáticamente el sentido físico de la aproximación PER. En la III transformamos la ecuación BS para la función de Green del PER a su equivalente para la función de onda relativista de este subsistema de dos electrones. Finalmente en la Sec. IV discutimos el paso límite de la ecuación BS, en los menores órdenes del parámetro α (constante de estructura fina), a una ecuación cuasirelativista de tipo Breit.

I. Ecuación BS para la función de Green del PER

Consideremos un átomo N electrónico en estado base en la aproximación de núcleo puntual, infinitamente pesado, sin estructura, sólo caracterizado por su carga (+ Ze). Interesémonos por un subsistema de dos electrones moviéndose en el campo efectivo resultante del coulombiano nuclear y el de HFD de los restantes (N-2) electrones: PER. En la descripción cuántica ortodoxa los estados estacionarios del PER se describen por la función de onda $\phi(r_1, r_2)$ que satisface /1/

$$\left[h_D(1) + h_D(2) + V(1) + V(2) + v(1,2) \right] \phi(r_1, r_2) = \epsilon_{12} \phi(r_1, r_2) \quad (1)$$

siendo $h_D(i)$ el hamiltoniano de Dirac del electrón i en el campo coulombiano nuclear V^{N-2} el potencial HFD de los restantes (N-2) electrones. En lo que sigue introduciremos el hamiltoniano $h(i) = h_D(i) + V^{N-2}(i)$ que incorpora el campo efectivo $v(1,2)$ es el operador de energía potencial de interacción entre los electrones del PER.

Pasemos a la descripción del PEP en términos de segunda cuantización mediante el hamiltoniano

$$H = H_0 + H_{int}$$

donde $H_0 = \int \hat{\psi}^\dagger(r) f(r) \hat{\psi}(r) dr$, siendo h^{HF} el hamiltoniano HFD incluyendo la contribución de todos los electrones y $\hat{\psi}(r)$ el operador campo correspondiente a la función de onda ortodoxa de HFD, es el hamiltoniano en 2da cuantización del caso de electrones HFD no interactuantes. Destacamos la conveniencia de definir H_0 a través de h^{HF} y no de h^{N-2} , pues así

logramos una consideración equivalente de todos los electrones, incluidos los del PER. H_{int} considera la interacción entre ambos electrones del PER a través del campo cuantizado de radiación, pero además incluye un término que descuenta de h^{HF} la contribución del otro electrón del PER

$$H_1 = - \int \hat{\psi}^+(r) v(r) \hat{\psi}(r) dr$$

siendo $v^{HF} = + \int \psi^*(2) \frac{e^2}{r_{12}} \psi(2) dr_2$, aquí ψ es la función de onda HFD usual (distingúala del operador que aparece en H_1), no dejamos explícito el término análogo de intercambio pero debe considerarse. Vea que si unimos H_1 a H_0 , podemos redefinir a este último con h^{N-2} en lugar de h^{HF} . Así:

$$H_{int} = \int j_\mu(r) A^\mu(r) dr + H_1$$

siendo j_μ el operador 4 - densidad de corriente y A^μ el 4 - potencial electromagnético del campo cuantificado de radiación. Los operadores campo se toman en representación de Heisenberg para la evolución temporal y en un instante dado satisfacen las conocidas relaciones de anti-conmutación:

$$\{\hat{\psi}(r), \hat{\psi}(r')\} = 0 ; \{\hat{\psi}^+(r), \hat{\psi}^+(r')\} = 0 ; \{\hat{\psi}(r), \hat{\psi}^+(r')\} = \delta(r-r') \quad (3)$$

Una descripción precisa del PER se logra con los métodos de la Teoría de los Campos, empleando la función de Green de dos partículas definidas

$$G_{ijkl}(x_1 x_2; x_3 x_4) = i^2 \langle \hat{\psi}_0 | T \{ \hat{\psi}_i(x_1) \hat{\psi}_j(x_2) \hat{\psi}_k(x_3) \hat{\psi}_l(x_4) \} | \hat{\psi}_0 \rangle \quad (2)$$

donde $x \equiv (\vec{r}, t)$; $\hat{\psi} = \hat{\psi}^+ \beta$ siendo β la conocida matriz de Dirac. T es el operador de ordenamiento cronológico. Los subíndices caracterizan las propiedades espinoriales del campo y en lo que sigue, para abreviar, los omitiremos. $\hat{\psi}_0$ es el vacío en representación de Heisenberg, a partir de ahora entenderemos por tal vacío el de Dirac habitual (estados de energía negativa ocupados) ampliado a incluir todos los estados de energía positiva ocupados (en el estado base), esto es incluyendo los N estados inferiores de HFD, como es usual en las aplicaciones de estos métodos a la Física Estadística /6,7/; a este complemento del vacío encima del de Dirac nos referiremos como "vacío de Fermi". Queremos enfatizar el sentido físico de la consideración de este nuevo vacío, pues con él sólo serán "perceptibles" los estados excitados sobre este (o los desocupados en él), lo que permite el estudio del sistema de N fermiones mediante propagadores (funciones de Green) de menor número de partículas (tantas como se consideren simultáneamente excitadas), las restantes se conciben "congeladas" en los estados inferiores de HFD, aunque considerando

las interacciones recíprocas en el sentido promedio de tal aproximación. Simultáneamente se logra incluir de manera natural, las restricciones impuestas por el principio de Exclusión de que las partículas excitadas no pasen a estados ya ocupados y que en /1/ se introducía como restricción complementaria. Como en la interpretación de Dirac del Positrón, los huecos en el vacío de Fermi funcionan como partículas de carga + e moviéndose en el sentido de los tiempos negativos. En esta descripción la interacción de una partícula excitada con las del vacío de Fermi aparece, en el tecnicismo de los propagadores de la Teoría de los Campos, como diagramas de autoenergía y polarización del vacío adicionales a los usuales cuantoelectrodinámicos, representando la excitación de pares virtuales electrón-hueco del vacío de Fermi matemáticamente la ampliación del vacío se formula pasando del hamiltoniano H al $H - \mu N$ donde μ es el potencial químico y $N = \int \hat{\psi}^+ \hat{\psi} dr$ el operador número de partículas /7/.

Si pasamos (2) a representación de interacción en la concepción de Furry, incluyendo el potencial coulombiano nuclear, el de HFD y H_1 en el Hamiltoniano no perturbado, y procedemos de la forma habitual /5,6,7,8,-9/ desarrollando elementos matriciales del ordenamiento cronológico mediante el Teorema de Wick y eliminando diagramas no conexos, obtendremos un desarrollo de G a través de una serie perturbativa en el parámetro pequeño α mediante los propagadores exactos /5/ de cada electrón del par moviéndose en el potencial efectivo h^{N-2}

$$g(x_1, x_2) = -i \langle \Psi_0 | \hat{T} \left\{ \hat{\psi}^{N-2}(x_1) \hat{\psi}^{N-2}(x_2) \right\} | \Psi_0 \rangle \quad (3)$$

aquí $\hat{\psi}^{N-2}$ es el operador campo correspondiente a la función de onda de HFD en el campo promedio de los restantes (N-2) electrones. A g lo representaremos gráficamente por una doble línea continua orientada:

$x_1 \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \end{array} x_2$. El desarrollo de G tendrá expresión analítica

$$G(x_1 x_2; x_3 x_4) = g(x_1, x_3) g(x_2, x_4) - \frac{\alpha}{2} \iint dx_5 dx_6 g(x_1, x_5) \gamma^\mu g(x_5, x_3) X_{\mu\nu}(x_5 - x_6) g(x_2, x_6) \gamma^\nu g(x_6, x_4) + \dots - (3 \neq 4) \quad (4)$$

siendo $D_{\mu\nu}$ el propagador fotónico y γ^μ las conocidas matrices γ - Dirac. La subserie obtenida con la permutación de los índices 3 y 4 considera la necesaria antisimetrización para sistemas de fermiones. Diagramáticamente (4) se ilustra en la figura 1, donde la línea ondulada representa el propagador fotónico y el orden de cada diagrama lo da el número de sus vértices interiores (un factor α por cada par de ellos).

Como es conocido, tales diagramas en órdenes superiores al primero conducen a expresiones analíticas en forma de integrales impropias divergentes, dificultad resoluble mediante la técnica de renormalización-regularización /5,8,9,10/, en particular aquí nos ocupa el caso de un sis-

tema de fermiones y un campo no coulombiano /11,12/.

En lo que sigue supondremos realizada tal tarea, y evaluamos las expresiones con la masa y carga física del electrón; así trabajamos con magnitudes finitas adecuadamente redefinidas.

El cálculo de la serie perturbativa (4) posee la dificultad característica de los llamados "diagramas escalera", figura 2, en los que las líneas interiores, aportan denominadores pequeños (en las proximidades de los polos de las funciones de Green unielectrónicas) que estorban el orden normal α de convergencia /5/. Como tradicionalmente se hace para obviar esta dificultad, introduzcamos el operador interacción entre electrones I, definido como suma de las partes de interacción de los diagramas irreducibles, figura 3; como característica peculiar de nuestra situación, debe considerarse el que los propagadores electrónicos involucrados en él se refieren a partículas en el campo efectivo, que incluye el potencial HED además del nuclear mediante I, G, desde (4) puede expresarse

$$G(x_1 x_2, x_3 x_4) = G^0(x_1 x_2, x_3 x_4) + \int dx_5^4 dx_6^4 dx_7^4 dx_8^4 G^0(x_1 x_2, x_5 x_6) I(x_5 x_6, x_7 x_8) \times G(x_7 x_8, x_3 x_4) \quad (5.a)$$

o en forma compacta

$$G = G^0 + G^0 I G \quad (5.b)$$

donde $G^0 = g(x_1, x_3) g(x_2, x_4)$ es el propagador del PER cuando se desprecia la interacción entre sus dos electrones. Que (5) conduce a (4) puede confirmarse rápidamente de su desarrollo iterativo. En la figura 4 ilustramos a (5) diagramáticamente. (5) es la ecuación Bethe-Salpeter para la función de Green del PER. En la figura 4 se muestra explícitamente la antisimetrización de G.

II. INTERPRETACIÓN DIAGRAMÁTICA DE LA APROXIMACIÓN PER.

La descripción del sistema de N electrones en el campo coulombiano nuclear que considera sus interacciones con dicho campo y entre ellos a través del campo cuantizado de radiación y con el vacío de Dirac, se realiza mediante la función de Green o propagador cuanto electrodinámico de N partículas definido

$$G^{(N)}(x_1 x_2 \dots x_N; x_1^1 x_2^1 \dots x_N^1) = (-i)^N \langle \Psi_0^D | \hat{T} \{ \hat{\phi}(x_1) \dots \hat{\phi}(x_N) \hat{\phi}(x_1^1) \dots \hat{\phi}(x_N^1) \} | \Psi_0^D \rangle \quad (6)$$

donde $\hat{\phi}, \hat{\phi}$ son los operadores del campo electrón-positrón correspondientes a la solución de la ecuación ortodoxa de Dirac en el campo coulombiano nuclear (distíngalos de $\hat{\psi}, \hat{\bar{\psi}}$ de (?)), tomados en representación de Heisemberg para la evolución temporal y que en un instante dado satisfacen las conocidas relaciones de anticonmutación para campos de fermiones.

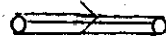
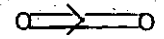
ψ_0^D es el vacío usual de Dirac en el espacio de impulsos tiene polos en los puntos correspondientes a los niveles de energía, exactos, de tal sistema. Si pasamos (6) a representación de interacción en la concepción de Furry para la evolución temporal y efectuamos las manipulaciones usuales, podemos lograr un desarrollo perturbativo de $G^{(N)}$ en el parámetro pequeño α , a través de los propagadores unielectrónicos g° en el campo coulombiano nuclear (distíngalos de g , (3)), ilustrado en la figura 5, donde representamos a $g^\circ(x_1, x_2)$ por una línea continua orientada $x_1 \longrightarrow x_2$. Dicha función $G^{(N)}$ debe ser antisimetrizada en los índices iniciales o finales.

La aproximación HFD, como es harto conocido, significa la consideración del movimiento individual de cada una de las partículas del sistema, incluyendo el efecto de las restantes sobre ella, mediante la inclusión de un potencial efectivo de interacción, obtenido como suma antisimetrizada de los valores medios de sus interacciones instantáneas de Coulomb, considerando las otras partículas en estados determinados de la misma forma. En términos diagramáticos significa la consideración de los diagramas mostrados en la figura 6, donde i caracteriza la partícula elegida y η otra cualquiera de las restantes. La línea discontinua corresponde a la interacción instantánea de Coulomb.

La aproximación HFD aparece de forma natural con la introducción del "vacío ampliado", incluyendo el de Fermi, pues con esta descripción dicha aproximación no es más que la consideración de la autoenergía correspondiente a los estados del vacío de Fermi en el primer orden de la repulsión coulombiana entre electrones. Ahora los diagramas de la figura 6 se representan en la figura 7. Donde la energía ϵ_η de la partícula η verifica: $0 \leq \epsilon_\eta \leq \epsilon_F$ siendo ϵ_F la energía del nivel superior ocupado del sistema, cuando los N electrones ocupan los N orbitales inferiores de HFD. En términos de propagadores /13,14/ la aproximación HFD corresponde a la aproximación de G^N por N propagadores unielectrónicos que satisfacen la ecuación iterativa de la figura 8. Por la línea triple orientada representamos el propagador unielectrónico HFD.

Así la aproximación PER constituye una descripción más exacta del sistema, que la de HFD, pues en ella se aproxima G^N por el propagador de dos partículas (y no de 1 como en HFD) considerando en efecto de los restantes ($N-2$) a través de un potencial efectivo HFD, y por ello desde este punto de vista incorpora las virtudes de la aproximación HFD, pero además considera la interacción entre las dos partículas del PER en toda la riqueza de su estudio cuantoelectrodinámico. En términos diagramáticos en sentido de la aproximación PER se muestra en la figura 9, donde la línea ondulada cruzada representa el propagador de fotón descontándole la in-

teracción coulombiana instantánea promedio ya incluida en HFD.

Podemos retornar al fotón intercambiado la contribución de HFD de la interacción entre los electrones del PER (cosa que hacía en Sec. I mediante H_1), en cuyo caso el propagador HFD  se reduce al de HFD de los restantes $(N-2)$ electrones  y efectuando la suma parcial de los diagramas de HFD como se ilustra en la figura 8 obtendríamos la representación diagramática de G mostrada en la figura 1. Destacamos que allí en $g = \img alt="diagram of a propagator with two vertices and a single line with an arrow" data-bbox="180 185 300 205"/>$ se han incorporado también los diagramas cuantoelectrodinámicos de automasa y polarización debidos al vacío usual de Dirac.

III. ECUACIÓN DE BETHE-SALPETER PARA LA FUNCIÓN DE ONDA RELATIVISTA DEL PER.

El propagador del PER: depende de los tiempos propios iniciales t_1, t_2 y finales t_3, t_4 de cada partícula, como es característico de la teoría relativista. Podemos introducir un tiempo medio inicial $T = \frac{t_1+t_2}{2}$ y relativo inicial $t = \frac{t_1-t_2}{2}$ y análogo con los finales T', t' , entonces, explicitando sólo la dependencia temporal

$$G(t_1, t_2, t_3, t_4) = G(T-T', t, t')$$

donde utilizamos la homogeneidad temporal del sistema (campo externo estacionario), para $T \rightarrow \infty$, tomando $T'=0$ e introduciendo el sistema completo $|\Psi_\eta\rangle$ que corresponden a estados estacionarios del PER con energías E_η

$$G = i^2 \sum_{\eta} \langle \Psi_0 | \hat{T} \hat{\psi} \left(\frac{t}{2} \right) \hat{\psi} \left(-\frac{t}{2} \right) | \Psi_\eta \rangle \langle \Psi_\eta | \hat{T} \hat{\psi} \left(\frac{t'}{2} \right) \hat{\psi} \left(-\frac{t'}{2} \right) | \Psi_0 \rangle e^{-iE_\eta t}$$

transformando por Fourier en T : $\int dT e^{iET}$

$$G(E, t, t'; \bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{r}_3, \bar{r}_4) = \sum_{\eta} \frac{f_{\eta}(E, t, \bar{r}_1, \bar{r}_2) f_{\eta}^+(E_{\eta}, t', \bar{r}_3, \bar{r}_4)}{E - E_{\eta} + i0 \operatorname{sgn} E} + \text{términos regulares} \quad (7)$$

donde: $f_{\eta}(E_{\eta}, t, \bar{r}_1, \bar{r}_2) = \langle \Psi_0 | \hat{T} \hat{\psi} \left(\bar{r}_1, \frac{t}{2} \right) \hat{\psi} \left(\bar{r}_2, -\frac{t}{2} \right) | \Psi_{\eta} \rangle$ es la función de onda relativista del PER. (6) muestra que G posee polos en los niveles de energía exactos del subsistema PER.

Podemos transformar la ecuación BS para G (5) por Fourier en T: $\int e^{iEt} dt$ y en los tiempos relativos $\int e^{i\epsilon t} dt$ y desarrollar la dependencia de las coordenadas espaciales \bar{r} en los autoestados estacionarios de un electrón de la ecuación de Dirac generalizada (incluyendo correcciones radiativas), /8/, que caracterizaremos por los subíndices η , y obtenemos

$$G(E, \epsilon, \epsilon') = G^0(E, \epsilon, \epsilon') + \int G^0(E, \epsilon, \epsilon'') I(E, \epsilon'' \epsilon''') G(E, \epsilon''', \epsilon') d\epsilon'' d\epsilon'''$$

$\eta_1 \eta_2; \eta'_1 \eta'_2 \quad \eta_1 \eta_2; \eta'_1 \eta'_2 \quad \eta_1 \eta_2; \eta_3 \eta_4 \quad \eta_1 \eta_4; \eta_5 \eta_6 \quad \eta_5 \eta_6; \eta'_1 \eta'_2$

que es una ecuación matricial-integral, donde:

$$G^\circ(E, \epsilon, \epsilon') = g(\epsilon_1) g(\epsilon_2) \delta(\epsilon - \epsilon') ; g(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon_n - \epsilon - i0 \operatorname{sgn} \epsilon_n}$$

siendo g el propagador unieletrónico en el campo h^{N-2} en el cual ϵ_n corresponde a la energía de cada electrón del PEP en el campo efectivo, y se compone de la energía HFD (N-2): ϵ_n° y correcciones radiativas $\Delta\epsilon_n$

$$\epsilon_n = \epsilon_n^\circ + \Delta\epsilon_n$$

Sustituyendo (6) en (7) y considerando E en las proximidades del nivel de interés E_n , luego de algunas simplificaciones:

$$f_{n_1 n_2}(\epsilon) = \int_{n_1 n_2, nm} G^\circ(\epsilon, \epsilon'') I_{nm, n'm'}(\epsilon'', \epsilon''') f_{n'm'}(\epsilon''') d\epsilon'' d\epsilon''' \quad (8)$$

que es la ecuación de Bethe-Salpeter para la función de onda relativista del PER en representación de la energía.

IV. CASO LÍMITE DE LA ECUACIÓN DE BREIT PARA EL PER.

Resulta interesante estudiar el límite no relativista de (8). Recorde mos que en el átomo $\frac{v}{c} \sim \alpha$, así límite no relativista se traduce en los menores órdenes de α . Dicho límite conduce, luego de integrar en la ener gía relativa (lo cual implica paso de la descripción 4-dimensional re lativista a la 3-dimensional habitual), a una ecuación de tipo Breit pero con algunos proyectores.

Aquí trabajaremos el propagador del fotón en calibración de Coulomb /5/ lo que permite separar la contribución del intercambio de 1 fotón de Coulomb y fotón transversal.

Consideremos la aproximación del operador interacción por su primer término sólo con intercambio de fotón de Coulomb

$$I_{nm, n'm'}(\epsilon, \epsilon') \approx - I_{n,m, n'm'}^C \equiv - \langle nm | \frac{e^2}{r_{12}} | n'm' \rangle$$

sustituyéndola en (8) y teniendo presente que en esta aproximación las correcciones radiativas son despreciables

$$g_{nm}(\epsilon) \approx \frac{1}{\epsilon_n^\circ - \epsilon - i0 \operatorname{sgn} \epsilon_n^\circ}$$

e integrando en la energía relativa $\int \frac{d\epsilon}{2\pi i}$ y con la introducción de una función de onda (3-dimensional) $\phi_{n_1 n_2} = \int \frac{d\epsilon}{2\pi i} f(\epsilon)$ obtenemos

$$\phi_{n_1 n_2} = - \left[\int \frac{d\epsilon}{2\pi i} \left(\epsilon_{n_1}^\circ - \epsilon - i0 \operatorname{sgn} \epsilon_{n_1}^\circ \right)^{-1} \left(\epsilon_{n_2}^\circ - \epsilon - i0 \operatorname{sgn} \epsilon_{n_2}^\circ \right) I_{n_1 n_2}^C \right] \phi_{n_1 n_2}$$

la integral en $d\epsilon$ la calculamos en el plano complejo siguiendo la regla de Feynman de "rodeo de los polos", aplicando teoría de Residuos debemos

considerar los cuatro casos de signos relativos de ilustrados en la figura 10. Los dos últimos gráficos dan contribución nula y para los primeros

$$\frac{\pm 1}{(\epsilon_{n_1}^{\circ} + \epsilon_{n_2}^{\circ}) - E} = \frac{\Lambda_1^+ \Lambda_2^+ - \Lambda_1^- \Lambda_2^-}{(\epsilon_{n_1}^{\circ} + \epsilon_{n_2}^{\circ}) - E}$$

donde empleamos los conocidos operadores de proyección de Casimir (Λ^{\pm} proyecta sobre estado de energía positiva o negativa de una partícula). Y arribamos

$$\left[\epsilon_{n_1}^{\circ} + \epsilon_{n_2}^{\circ} - E \right] \phi_{n_1 n_2} = - (\Lambda_1^+ \Lambda_2^+ - \Lambda_1^- \Lambda_2^-) I_{n_1 n_2, n_1 n_2}^C \phi_{n_1' n_2'} \quad (9)$$

o en representación de coordenadas teniendo presente que $\epsilon_n^{\circ} \rightarrow h^{N-2}$

$$\left[h(1) + h(2) + (\Lambda_1^+ \Lambda_2^+ - \Lambda_1^- \Lambda_2^-) \frac{e^2}{r_{12}} \right] \phi(r_1, r_2) = E \phi(r_1, r_2) \quad (9a)$$

que es una ecuación del tipo Breit análoga a (1), en el caso de sólo interacción de Coulomb entre electrones, salvo los proyectores.

Una situación análoga a la discutida por Salpeter /15/ en el límite de la ecuación BS aplicada al átomo de Hidrógeno. Como en aquel caso, con ambas partículas en estados de energía positiva, en el límite no relativista sólo la contribución $\Lambda_1^+ \Lambda_2^+$ es importante y (9) y la ecuación de Breit coincidirán. Aquí reside la dificultad de la utilización de la ecuación de Breit, referida en /1/, con fines de cálculos perturbativos /16/, situación obvia si sólo se consideran estados de energía positiva.

En cuanto a la consideración de la contribución $\Lambda_1^- \Lambda_2^-$, una contribución más importante darían los diagramas de dos fotones "cruzados" de Coulomb, figura 11, que han sido despreciados en nuestra aproximación inicial ("escalera"). Véase que estos diagramas deben incluir proyectores $\Lambda_1^+ \Lambda_2^- \Lambda_1^- \Lambda_2^+$ que parece mejorarían el acercamiento de nuestra ecuación límite y la de Breit; téngase presente que $\Lambda_1^+ \Lambda_2^+ + \Lambda_1^+ \Lambda_2^- + \Lambda_1^- \Lambda_2^+ + \Lambda_1^- \Lambda_2^- = 1$

CONCLUSIONES:

Hemos obtenido la ecuación de Bethe-Salpeter para el PER utilizando los métodos de la Teoría Cuántica de los Campos, esto permite asentar los fundamentos de la aproximación PER sobre bases más sólidas que la mera analogía usada en /1/, de paso, este procedimiento nos ha permitido ganar claridad sobre el sentido físico de dicha aproximación en conjunción con la de HFD.

La reducción que hemos hecho a una ecuación tipo Breit considerando sólo interacción coulombiana, puede extenderse hasta un orden superior

en α para incluir el intercambio de un fotón transversal, v resultaría una ecuación de tipo Breit incluyendo interacción magnética con efectos de retardación, pero nuevamente con proyectores como en el caso discutido.

AGRADECIMIENTOS:

Uno de los autores (J.J.) agradece la hospitalidad de la Cátedra de Teoría del Núcleo y Partículas Elementales de la Universidad Estatal de Leningrado, en particular a su "zavieduiuchii" Yu. V. Novoshilov.

BIBLIOGRAFÍA

1. Parera, J.J.; R. López; E. Roca; L. Grave de Peralta
Revista Cubana Física (en el mismo número).
2. Salpeter, E.E.; H.A. Bethe
Phys Rev. 84, 1232 (1951).
3. Gell-Mann, M; F. Low
Phys 84, 350 (1951).
4. Araki, H.
Prog. Theor Phys 17, 619 (1957).
5. Beresestkii, B.V.; E.M. Lifshitz; L.P. Pitaevskii
Teoría Cuántica Relativista, Ed. Reverte (1968).
6. Mattuck, R.
A guide to Feynman diagrams in the many-body problem, Ed. 2, 1967.
7. Abrikosov, A.A.A.; A.P. Gorkov; I.E. Dzialoshinskii
Methods of the Quantum Field theory in the Statistical Physics,
Ed. 2 (1963).
8. Ajiezer, A.I.; V.B. Berestetskii
Electrodinámica Cuántica; Ed. Nauka (1981), en ruso.
9. Jauch, J.M.; F. Röhrlich
The Theory of Photon and Electron. Ed. 2., Addison - Wesley (1955).
10. Itzykson, C.; J.B. Zuber
Quant. Field Theory, Ed. Mc. Graw Hill (1980).
11. Braun, M.A.; Yu. Yu. Dimitriev; L.N. Labzovskii
JETP 30, 1188 (1970).
12. Braun, M.A.; T.N. Sibirkina
Teor. Mat. Fiz 12, 48 (1972), en ruso.
13. Tolmachev, V.V.
Vest. Lenin. Univ. No.4, 11 (1964), en ruso.
14. Gomberoff, L.; V.V. Tolmachev
Phys Rev. D 3, 1796 (1971).
15. Salpeter, E.E.
Phys Rev 87, 328 (1952).
16. Brown, G.E.; D.G. Ravenhall
Proc. Roy. Soc. A 208, 552 (1951).

Recibido: 14/9/84

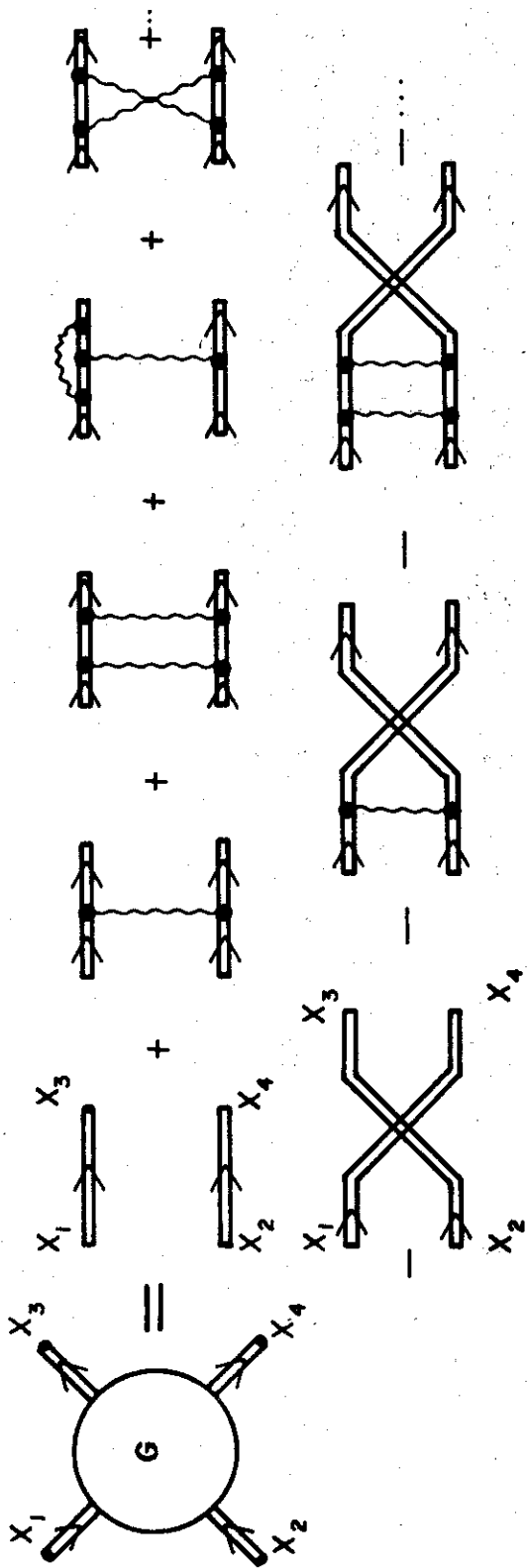


FIG. 1

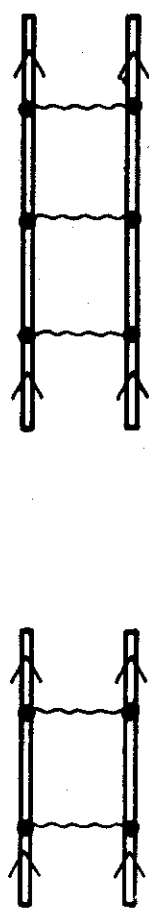


FIG. 2

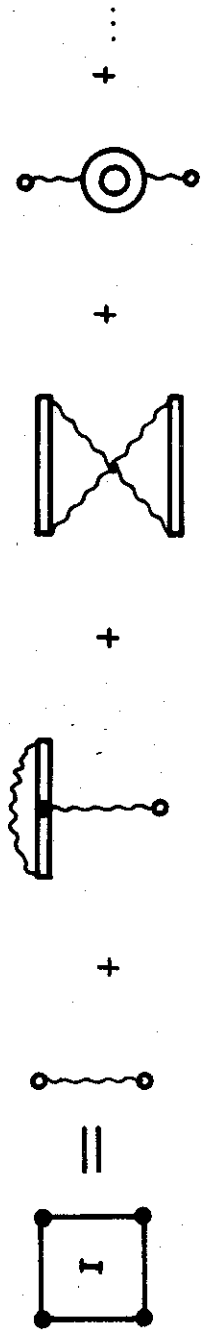


FIG. 3

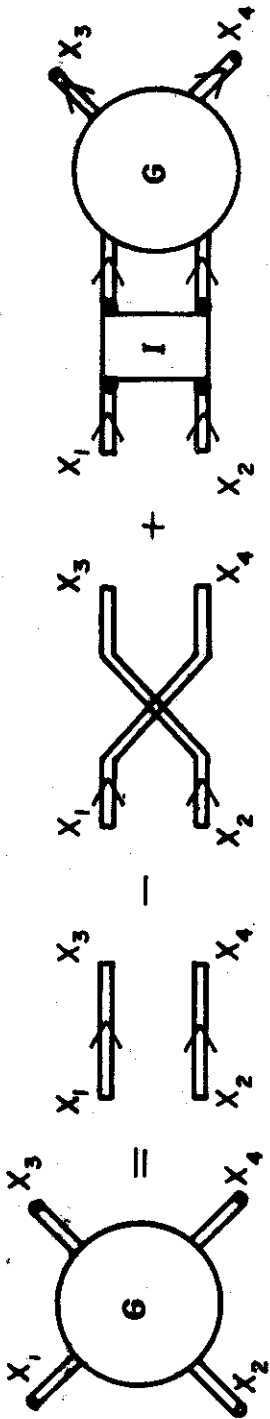


FIG. 4-

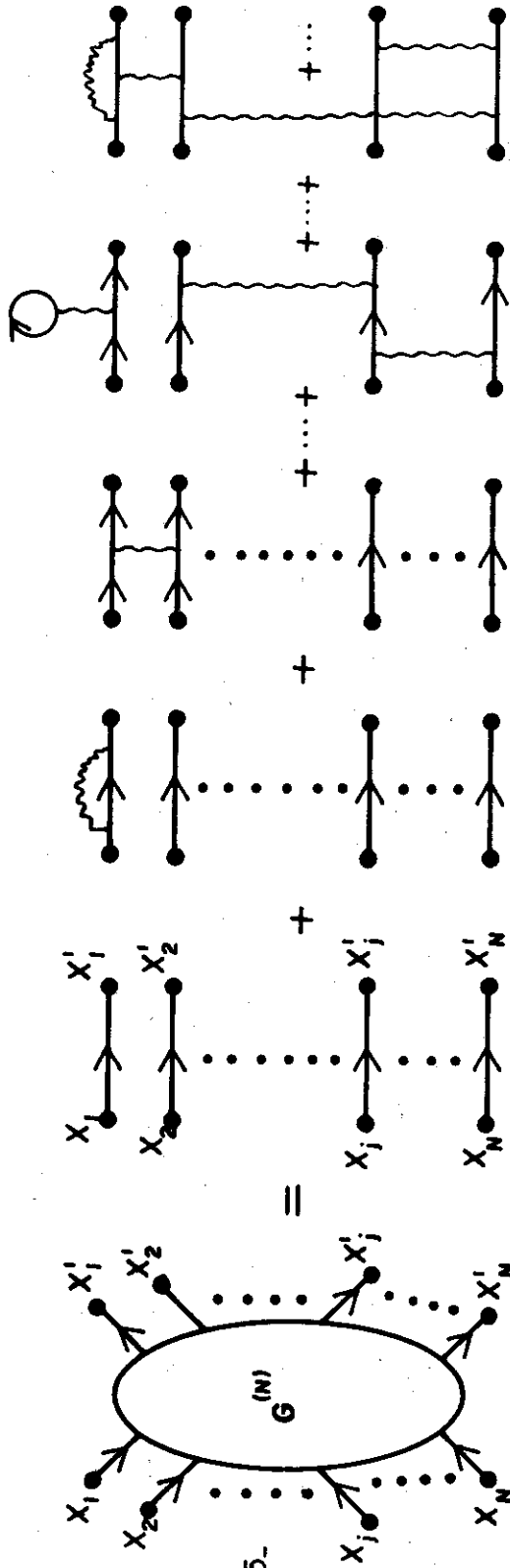


FIG. 5-

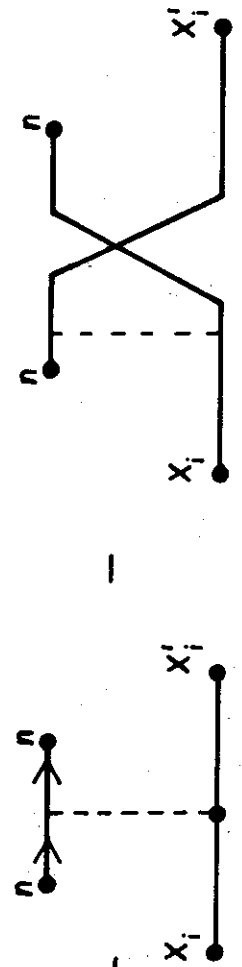


FIG. 6-

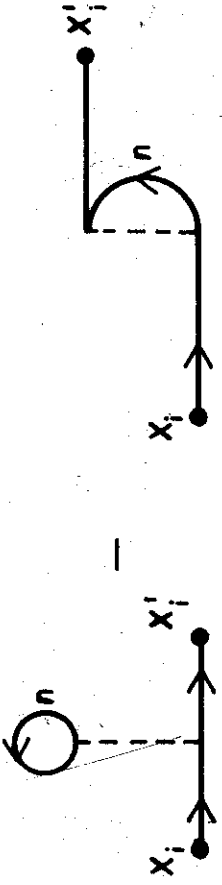


FIG. 7 -

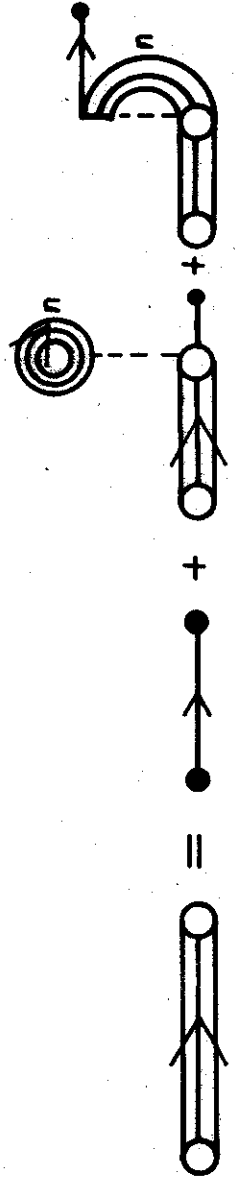


FIG. 8 -

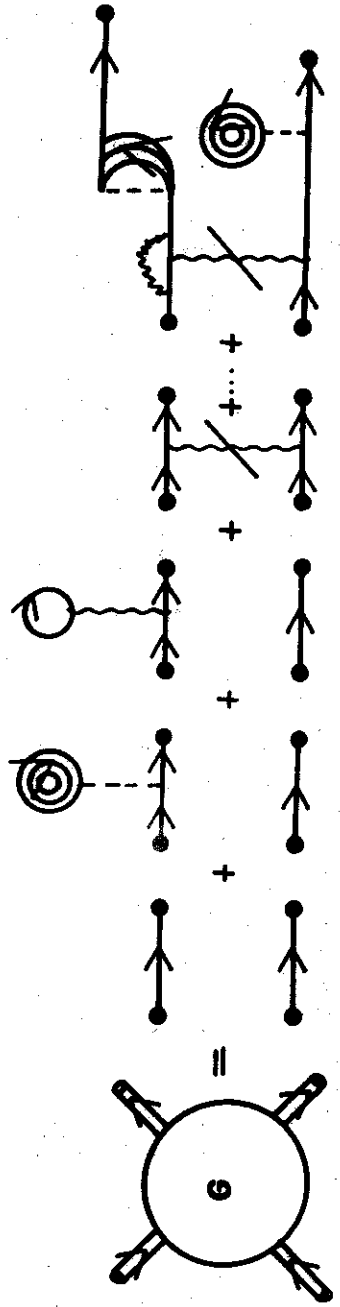


FIG. 9 -

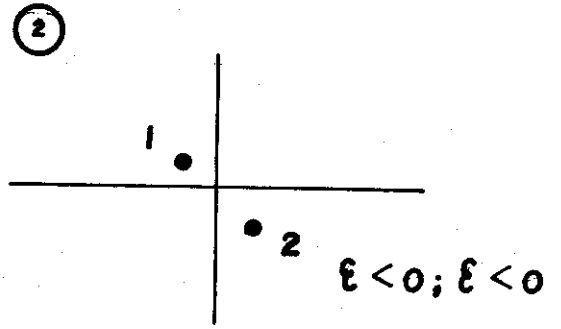
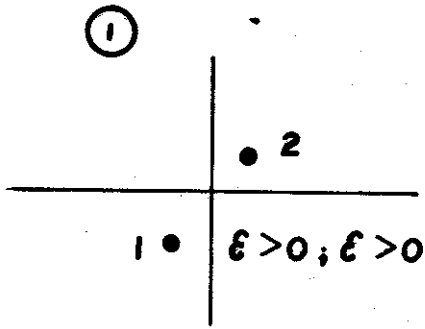


FIG. 10 —

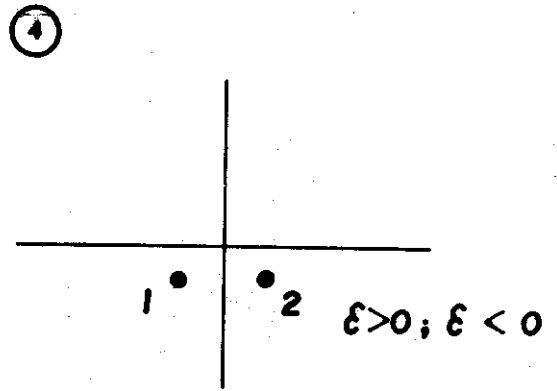
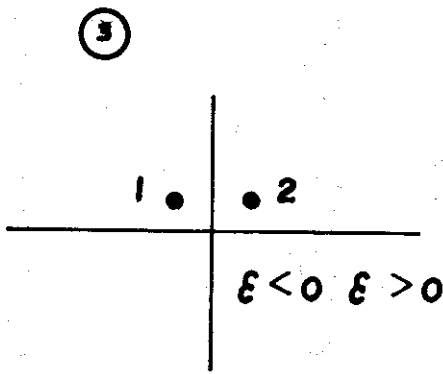


FIG. 11.

